10.1.

Rozwiązanie I:

$$f\left(-\frac{3}{2}\right)=9^{-\left(-\frac{3}{2}\right)-2}=9^{\frac{3}{2}-2}=9^{\frac{3}{2}-\frac{4}{2}}=9^{-\frac{1}{2}}=\Big(\underbrace{3^2}_{9}\Big)^{-\frac{1}{2}}=3^{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}=3^{-1}=\mathbf{\frac{1}{3}}.$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

$f\left(-\frac{3}{2}\right)$ to inaczej $f(-1{,}5)$.

$f(-1{,}5)=9^{-(-1{,}5)-2}=9^{1{,}5-2}=9^{-0{,}5}$.

Aby obliczyć potęgę $\mathbf{9^{-0{,}5}}$ na kalkulatorze, należy nacisnąć kolejno klawisze:

9	÷	=	√

Wykonywanie działania $\mathbf{L}^{-\frac{1}{2}}$ czyli $\mathbf{L}^{-0{,}5}$ na kalkulatorze

L	÷	=	√

Otrzymujemy w ten sposób wynik **0,3333**..., czyli $\frac{1}{3}$. Odp. **C** jest poprawna.

10.2.

Rozwiązanie I:

Należy obliczyć $f\left(-\frac{1}{2}\right)$. Zatem $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2^{-\left(-\frac{1}{2}\right)} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\mathbf{2}}$.

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

$f\left(-\frac{1}{2}\right)$ to inaczej $f(-0{,}5)$.

Zatem $f(-0{,}5) = 2^{-(-0{,}5)} = 2^{0{,}5}$.

Potęgę $\mathbf{2^{0,5}}$ można obliczyć na kalkulatorze,

naciskając kolejno przyciski: $\boxed{\mathbf{2}}\boxed{\sqrt{\ }}$.

Otrzymujemy wynik **1,4142**... .

Spośród odpowiedzi, wynik $\sqrt{\mathbf{2}}$ z odp. **B** jest poprawny, bo $\sqrt{\mathbf{2}} \approx 1{,}41$.

Wykonywanie działania $\mathbf{L}^{\frac{1}{2}}$ czyli $\mathbf{L}^{\mathbf{0,5}}$ na kalkulatorze

$\boxed{\mathbf{L}}\boxed{\sqrt{\ }}$

10.3.

Rozwiązanie I:

$$f\left(\frac{3}{2}\right)=\left(\frac{9}{4}\right)^{1-\frac{3}{2}}=\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{2}{2}-\frac{3}{2}}=\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}=\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\mathbf{\frac{2}{3}}.$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

$f\left(\frac{3}{2}\right)$ to inaczej $f(1{,}5)$.

$$f(1{,}5)=\left(\frac{9}{4}\right)^{1-1{,}5}=\left(\frac{9}{4}\right)^{-0{,}5}.$$

Wykonywanie działania $L^{-\frac{1}{2}}$ czyli $L^{-0{,}5}$ na kalkulatorze

L	÷	=	√

Potęgę $\left(\frac{9}{4}\right)^{-0{,}5}$ można obliczyć na kalkulatorze,

naciskając kolejno przyciski:

9	÷	4	=	÷	=	√

Otrzymujemy wynik: **0,66666**... Szukamy takiego rezultatu wśród liczb przedstawionych w odpowiedziach. Ponieważ $\frac{2}{3}=\mathbf{0{,}66666}\ldots$, to odp. **A** jest poprawna.

10.4.
Rozwiązanie I:

$f(-0{,}5) = 4^{-0{,}5+1} = 4^{0{,}5} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = \mathbf{2}$.

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

$f(-0{,}5) = 4^{-0{,}5+1} = 4^{0{,}5}$.

Potęgę $\mathbf{4^{0,5}}$ można obliczyć na kalkulatorze,

naciskając kolejno przyciski: $\boxed{4}\boxed{\sqrt{\ }}$

W ten sposób otrzymujemy wynik **2**.
Odp. **A** jest poprawna.

Wykonywanie działania $\mathbf{L^{\frac{1}{2}}}$ czyli $\mathbf{L^{0,5}}$
na kalkulatorze

$\boxed{L}\boxed{\sqrt{\ }}$

10.5.

Rozwiązanie I:

Sposób sformułowania odpowiedzi sprawia, że w zadaniu trzeba obliczyć wartość $f\left(\frac{5}{2}\right)$.

$$f\left(\frac{5}{2}\right)=16^{\frac{5}{2}-3}=16^{\frac{5}{2}-\frac{6}{2}}=16^{-\frac{1}{2}}=\big(\underbrace{2^4}_{16}\big)^{-\frac{1}{2}}=2^{4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}=2^{-2}=\frac{1}{2^2}=\mathbf{\frac{1}{4}}.$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

$f\left(\frac{5}{2}\right)$ to inaczej $f(2{,}5)$.

Zatem $f(2{,}5)=16^{2{,}5-3}=16^{-0{,}5}$.

Potęgę **$16^{-0,5}$** można obliczyć na kalkulatorze, naciskając kolejno przyciski:

1	**6**	÷	=	√

Wykonywanie działania $L^{-\frac{1}{2}}$ czyli $L^{-0,5}$ na kalkulatorze

L	÷	=	√

Otrzymujemy wynik **0,25**. Ponieważ $\frac{1}{4}=0{,}25$, to odp. **D** jest poprawna.

10.6.

Rozwiązanie I:

W zadaniu należy obliczyć $f(8)$.

$f(8)=\left(\sqrt{2}\right)^{5-8}=\left(\sqrt{2}\right)^{-3}=\dfrac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^{3}}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$. Następnie usuwamy niewymierność z mianownika:

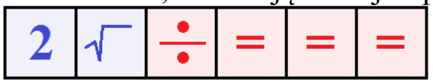
$$\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{1\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2\cdot\underbrace{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}_{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2\cdot 2}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{4}}.$$

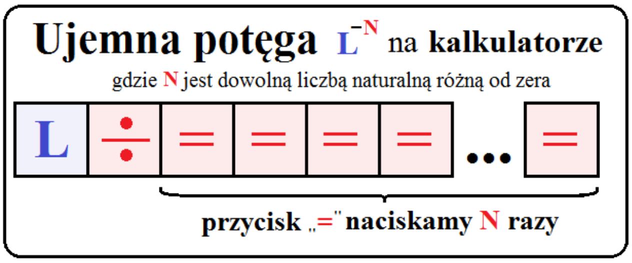
Odp. **D**

Rozwiązanie II:

$f(8)=\left(\sqrt{2}\right)^{5-8}=\left(\sqrt{2}\right)^{-3}$.

Potęgę $\left(\sqrt{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{-3}}$ można obliczyć na kalkulatorze, naciskając kolejno przyciski:





Otrzymujemy rezultat **0,3535534**...

Korzystając z przybliżeń $\sqrt{2}\approx 1{,}41$ oraz $\sqrt{6}\approx 2{,}45$ obliczamy w przybliżeniu liczby proponowane w odpowiedziach:

A. $-3\sqrt{2}\approx -3\cdot 1{,}41=-4{,}23$

B. $\dfrac{\sqrt{6}}{6}\approx\dfrac{2{,}45}{6}\approx 0{,}408$

C. $\sqrt{6}\approx 2{,}45$

D. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}\approx\dfrac{1{,}41}{4}=\mathbf{0{,}3525}$

Najbliżej rezultatu **0,3535534** jest wynik **0,3525** z odp. **D**, zatem odp. **D** jest poprawna.

10.7.

Rozwiązanie I:

Należy obliczyć $f(-4)$.

$$f(-4)=\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-4}=\left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^{4}=\frac{3^4}{\left(\sqrt{3}\right)^4}=\frac{81}{\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^4}=\frac{81}{3^{\frac{1}{2}\cdot 4}}=\frac{81}{3^2}=\frac{81}{9}=\mathbf{9}.$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

$$f(-4)=\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-4}.$$

Potęgę $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-4}$ możemy obliczyć za pomocą kalkulatora, naciskając kolejno przyciski:

3	√	÷	3	=	÷	=	=	=	=

Ujemna potęga L^{-N} na **kalkulatorze**

gdzie N jest dowolną liczbą naturalną różną od zera

L	÷	=	=	=	=	...	=

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}$ **przycisk „="** **naciskamy N razy**

Otrzymujemy wynik bardzo zbliżony do **9**. Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

10.8.

Rozwiązanie I:

Należy obliczyć $f(3)$.

$$f(3)=\left(\sqrt{5}\right)^{3+1}=\left(\sqrt{5}\right)^{4}=\left(\sqrt{5}^{\,2}\right)^{2}=5^{2}=\mathbf{25}.$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

$$f(3)=\left(\sqrt{5}\right)^{3+1}=\left(\sqrt{5}\right)^{4}.$$

Potęgę $\left(\sqrt{\mathbf{5}}\right)^{4}$ można obliczyć na kalkulatorze, naciskając kolejno przyciski:

5	√	×	=	=	=

Potęga L^N na kalkulatorze

gdzie **N** jest dowolną liczbą naturalną różną od zera

$\text{L} \; \times \; \underbrace{= \; = \; = \; = \; \ldots \; =}_{\text{przycisk „=” naciskamy } N-1 \text{ razy}}$

Otrzymujemy rezultat bliski **25**, zatem odp. **B** jest poprawna.

Uwaga! Zauważmy, że jeśli potęga jest dodatnia, to przycisk **znaku równości** trzeba wcisnąć **o 1 raz mniej niż** wskazuje **wykładnik potęgi**.

10.9.

Należy obliczyć $f(2)$. Zatem $f(2)=\left(\sqrt{6}\right)^{2-2}=\left(\sqrt{6}\right)^{0}=\mathbf{1}$.

Skorzystaliśmy ze wzoru $a^0=1$ dla każdej liczby rzeczywistej $a\neq 0$.

Odp. **A**

10.10.

Rozwiązanie I:

Należy obliczyć $f(3)$.

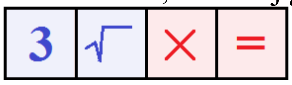
$f(3)=\left(\sqrt{3}\right)^{5-3}=\left(\sqrt{3}\right)^{2}=\mathbf{3}$.

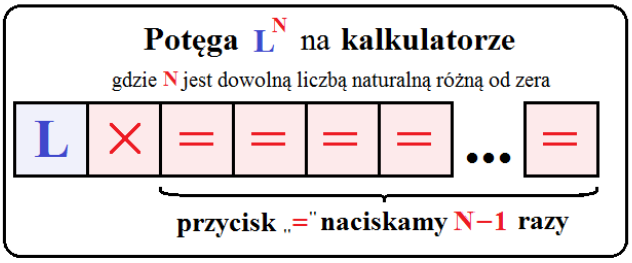
Odp. **C**

Rozwiązanie II:

$f(3)=\left(\sqrt{3}\right)^{5-3}=\left(\sqrt{3}\right)^{2}$.

Potęgę $\left(\sqrt{\mathbf{3}}\right)^{2}$ można obliczyć na kalkulatorze, naciskając kolejno przyciski:





Otrzymujemy rezultat bliski **3**, zatem odp. **C** jest poprawna.

Uwaga! Zauważmy, że jeśli potęga jest dodatnia, to przycisk **znaku równości** trzeba wcisnąć **o 1 raz mniej niż** wskazuje **wykładnik potęgi**.

10.11.

Rozwiązanie I:

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = -m^x$.

Z informacji o punkcie $(-3, -125)$, wynika, że podstawiając $\boldsymbol{x = -3}$ oraz $\boldsymbol{y = -125}$ do wzoru $y = -m^x$ możemy wyliczyć $\boldsymbol{m}$.

$-125 = -m^{-3}$

$m^{-3} = 125$

$\frac{1}{m^3} = 125$

$\frac{1}{m^3} = \frac{125}{1}$

Mnożymy równanie „na krzyż"

$125m^3 = 1 \qquad |:125$

$m^3 = \frac{1}{125} \qquad |\sqrt[3]{\ }$

$m = \boldsymbol{\frac{1}{5}}$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Zapisując wzór funkcji jako $y = -m^x$ i korzystając z informacji o punkcie $(-3, -125)$ mamy $-125 = -m^{-3}$, czyli $m^{-3} = 125$.

Używając kalkulatora i propozycji liczb *m* w odpowiedziach, sprawdzamy dla jakiego $\boldsymbol{m}$ wyrażenie m^{-3} jest równe **125**.

A. $(-5)^{-3}$ → | − | 5 | ÷ | = | = | = | → $-0{,}008 \neq 125$

B. $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-3}$ → | − | 1 | ÷ | 5 | = | ÷ | = | = | = | → $-125 \neq 125$

C. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$ → | 1 | ÷ | 5 | = | ÷ | = | = | = | → **125**

D. 5^{-3} → | 5 | ÷ | = | = | = | → $0{,}008 \neq 125$

Oznacza to, że odp. **C** jest prawidłowa.

10.12.

Rozwiązanie I:

Zapisujemy wzór $f(x)=a^x$ jako $y=a^x$.

Odrzucamy odp. B, z uwagi na założenie $a>0$ dla każdej funkcji wykładniczej $y=a^x$.

Warunek $f(-2)=7$ oznacza, że punkt $(-2,\,7)$ należy do wykresu funkcji $y=a^x$.

Podstawiamy $\boldsymbol{x=-2}$ oraz $\boldsymbol{y=7}$ do wzoru $y=a^x$ i wyliczamy $\boldsymbol{a}$.

$7=a^{-2}$

$7=\frac{1}{a^2}$

$\frac{7}{1}=\frac{1}{a^2}$

Mnożymy równanie „na krzyż”:

$7a^2=1 \qquad |:7$

$a^2=\frac{1}{7}$

$a=\sqrt{\frac{1}{7}}=\frac{1}{\sqrt{7}}$

Usuwamy niewymierność z mianownika:

$\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{1}{\sqrt{7}}\cdot\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}=\frac{\boldsymbol{\sqrt{7}}}{\boldsymbol{7}}$.

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Liczby zawarte w odpowiedziach A, B i D przedstawiamy w postaci dziesiętnej:

A. $a=\frac{\sqrt{7}}{7}\approx\frac{2{,}65}{7}\approx\boldsymbol{0{,}38}$ B. $a=-\frac{7}{2}=\boldsymbol{-3{,}5}$ C. $a=\boldsymbol{9}$ D. $a=\frac{1}{7}\approx\boldsymbol{0{,}14}$

Zapisujemy wzór $f(x)=a^x$ jako $y=a^x$.

Warunek $f(-2)=7$ oznacza, że $\boldsymbol{x=-2}$ oraz $\boldsymbol{y=7}$. Zatem $\boldsymbol{7}=a^{\boldsymbol{-2}}$.

Wstawiamy po kolei przybliżone wartości $\boldsymbol{a}$ do równania $\boldsymbol{7}=a^{\boldsymbol{-2}}$:

A. $\boldsymbol{7=0{,}38^{-2}}$, obliczamy $\boldsymbol{0{,}38^{-2}}$ → $\boxed{0}\boxed{,}\boxed{3}\boxed{8}\boxed{\div}\boxed{=}\boxed{=}$ → **6,9252076...**

B. odrzucamy, bo $a>0$ dla każdej funkcji wykładniczej $y=a^x$.

C. $\boldsymbol{7=9^{-2}}$, obliczamy $\boldsymbol{9^{-2}}$ → $\boxed{9}\boxed{\div}\boxed{=}\boxed{=}$ → 0,0123456...

D. $\boldsymbol{7=0{,}14^{-2}}$, obliczamy $\boldsymbol{0{,}14^{-2}}$ → $\boxed{0}\boxed{,}\boxed{1}\boxed{4}\boxed{\div}\boxed{=}\boxed{=}$ → 51,020407...

Wynik **6,9252076**, uzyskany w odp. **A**, jest najbliżej liczby **7**. Zatem odp. **A** jest poprawna.

10.13.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = a^x$.

Z treści zadania wynika, że punkt $(3, 64)$ należy do wykresu funkcji, zatem $\boldsymbol{x = 3}$, $\boldsymbol{y = 64}$.

$y = a^x$

$64 = a^3 \qquad |\sqrt[3]{}$

$\mathbf{4} = a$

Odp. **C**

10.14.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = a^x$.

Z warunku o punkcie *P* wynika, że można podstawić $x = 3,\ y = \frac{1}{8}$ do wzoru $y = a^x$, i potem wyliczyć ***a***.

$y = a^x$

$\frac{1}{8} = a^3 \qquad |\sqrt[3]{\ }$

$\boldsymbol{\frac{1}{2}} = a$

Odp. **C**

10.15.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = k^x$.

Z warunku $f(2) = 2^{2018}$ wynika, że można podstawić $\boldsymbol{x = 2}$ oraz $\boldsymbol{y = 2^{2018}}$ do wzoru $y = k^x$, potem wyliczyć ***k***, które musi być dodatnie.

$y = k^x$

$2^{2018} = k^2 \qquad |\sqrt{}$

$k = \sqrt{2^{2018}}$ i k musi być dodatnie

$k = \sqrt{2^{2018}} = \left(2^{2018}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\mathbf{1009}}$.

Odp. **A**

10.16.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = a^x$.

Z wykresu odczytujemy współrzędne punktu A = (–1, 3), który należy do wykresu funkcji f.

Ze względu na punkt **(–1, 3)** możemy podstawić ***x* = –1** oraz ***y* = 3** do równania $y = a^x$ i wyliczyć ***a***.

$y = a^x$

$3 = a^{-1}$

$3 = \frac{1}{a}$

$\frac{3}{1} = \frac{1}{a}$

mnożymy równanie „na krzyż”

$3a = 1 \quad |:3$

$a = \mathbf{\frac{1}{3}}$

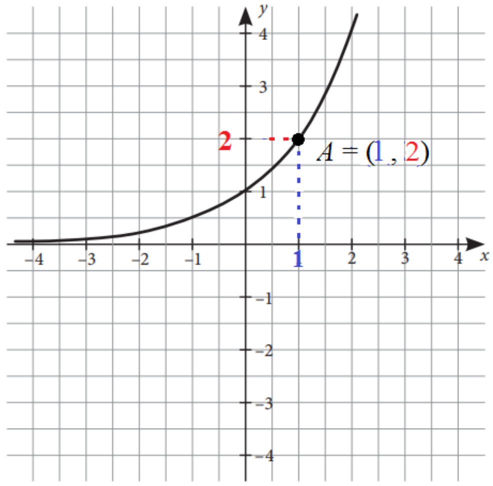
Odp. **C**

10.17.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = a^x$.

Z wykresu widać, że punkt **(1, 2)** należy do wykresu funkcji *f*.

Z tego względu można podstawić $\boldsymbol{x = 1}$, $\boldsymbol{y = 2}$ do równania $y = a^x$ i wyliczyć $\boldsymbol{a}$.



$$y = a^x$$
$$2 = a^1$$
$$\mathbf{2} = a$$

Podstawiamy wyliczone $\boldsymbol{a} = \mathbf{2}$ do wzoru funkcji $f(x) = a^x$. Zatem $f(x) = \mathbf{2}^x$.

Odp. **B**

10.18.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = a^x$.

Współrzędne $A = (1, 3)$, czyli $\boldsymbol{x} = \mathbf{1}$ oraz $\boldsymbol{y} = \mathbf{3}$, podstawiamy do równania $y = a^x$, liczymy $\boldsymbol{a}$.

$y = a^x$

$3 = a^1$

$\mathbf{3} = a$

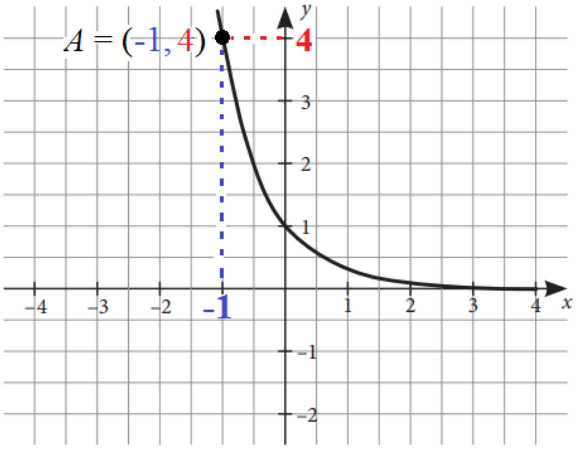
Wyliczone $\boldsymbol{a} = \mathbf{3}$ podstawiamy do wzoru funkcji, otrzymując $f(x) = \mathbf{3}^x$.

Odp. **A**

10.19.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = a^x$.

Zauważamy, że punkt ***A*** **= (–1, 4)** należy do wykresu funkcji *f*.



Oznacza to, że możemy podstawić ***x* = –1** oraz ***y* = 4** do równania $y = a^x$ i obliczyć ***a***.

$$4 = a^{-1}$$

$$4 = \frac{1}{a} \qquad |\cdot a$$

$$4a = 1 \qquad |:4$$

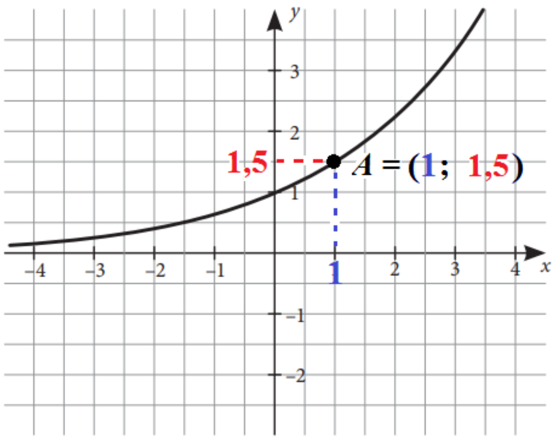
$$a = \frac{1}{4} \qquad \rightarrow \qquad a = \mathbf{0{,}25}$$

Odp. **D**

10.20.

Wzór funkcji zapisujemy jako $y = a^x$.
Warunek $f(1) = 1{,}5$ oznacza,
że punkt **(1; 1,5)** leży na wykresie funkcji.

Zatem można podstawić ***x* = 1** oraz ***y* = 1,5** do równania $y = a^x$ i wyliczyć ***a***.



$y = a^x$

$1{,}5 = a^1$

$\mathbf{1{,}5} = a$

Wyliczone $a = 1{,}5$, czyli $a = \frac{3}{2}$ wstawiamy do wzoru $f(x) = a^x$. Otrzymujemy $f(x) = \left(\mathbf{\frac{3}{2}}\right)^x$.

Odp. **D**

10.21.

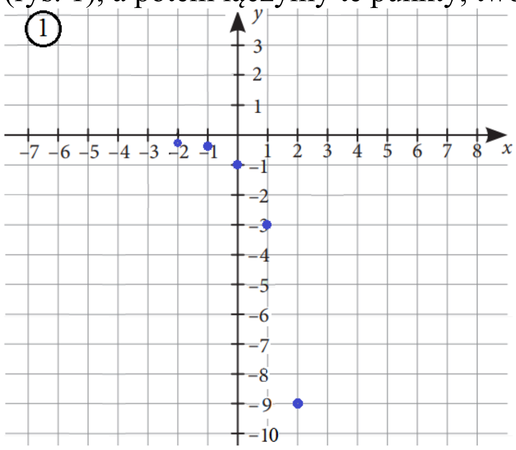
Ponieważ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}=3^x$, to $-\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}=-3^x$.

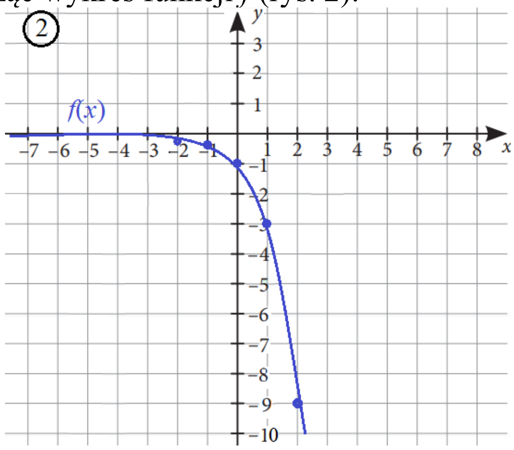
Dzięki temu przekształcimy wzór funkcji *f* do prostszej postaci $f(x)=-3^x$.

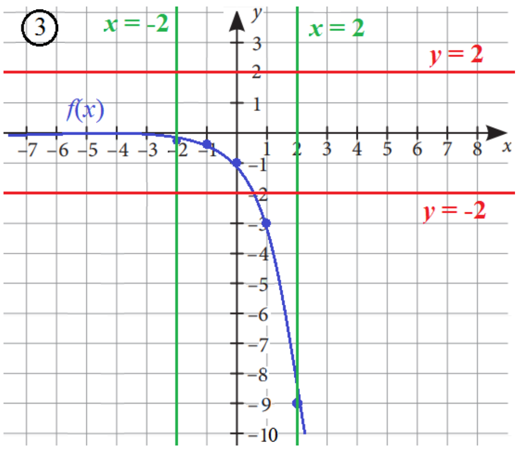
Rysujemy tabelkę dla funkcji $y=-3^x$.

x	-2	-1	0	1	2
$y=-3^x$	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{3}$	-1	-3	-9

Zaznaczamy punkty $\left(-2,-\frac{1}{9}\right)$, $\left(-1,-\frac{1}{3}\right)$, $(0,-1)$, $(1,-3)$, $(2,-9)$ w układzie współrzędnych (rys. 1), a potem łączymy te punkty, tworząc wykres funkcji *f* (rys. 2):







Przekształcamy równania z odpowiedzi:

A. $3x-6=0 \quad \rightarrow \quad 3x=6 \quad |:3 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x=2}$

B. $3x+6=0 \quad \rightarrow \quad 3x=-6 \quad |:3 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x=-2}$

C. $3y-6=0 \quad \rightarrow \quad 3y=6 \quad |:3 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{y=2}$

D. $3y+6=0 \quad \rightarrow \quad 3y=-6 \quad |:3 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{y=-2}$

Widać (rys. 3), że tylko prosta $\boldsymbol{y=2}$ nie przecina się z wykresem funkcji *f*.

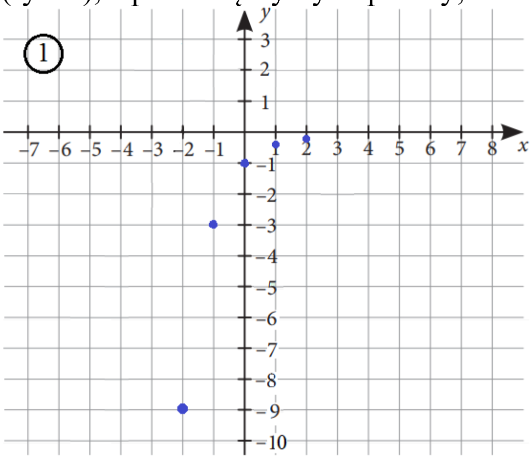
Odp. **C**

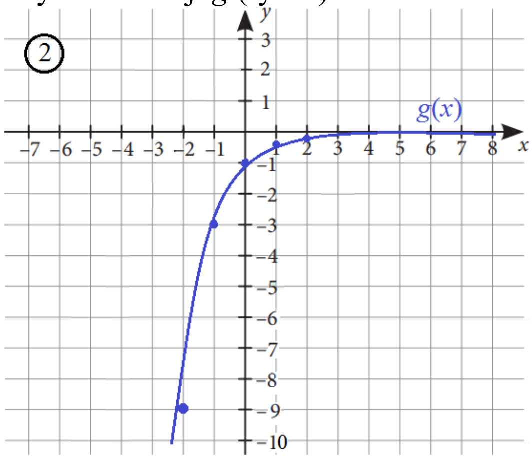
10.22.

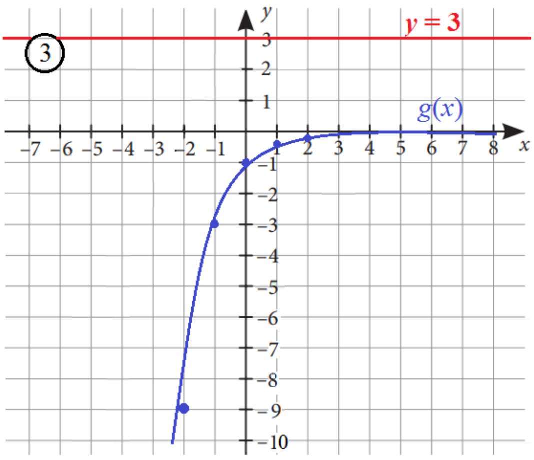
Rysujemy tabelkę dla funkcji $y = -3^{-x}$.

x	-2	-1	0	1	2
$y = -3^{-x}$	-9	-3	-1	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{9}$

Zaznaczamy punkty $(-2,-9)$, $(-1,-3)$, $(0,-1)$, $\left(1,-\frac{1}{3}\right)$, $\left(2,-\frac{1}{9}\right)$ w układzie współrzędnych (rys. 1), a potem łączymy te punkty, tworząc wykres funkcji g (rys. 2):







Rysując prostą $y = 3$, szukamy najpierw na osi y liczby 3, a potem rysujemy prostą poziomą przecinającą oś y w tym punkcie.

Prosta $y = 3$ **nie przecina się** z wykresem funkcji g.

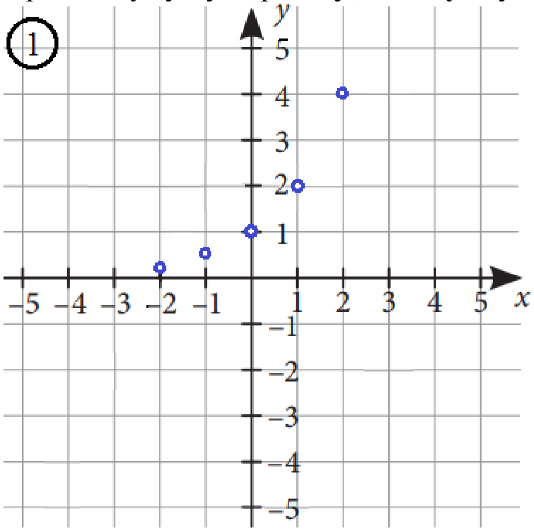
Odp. **A**

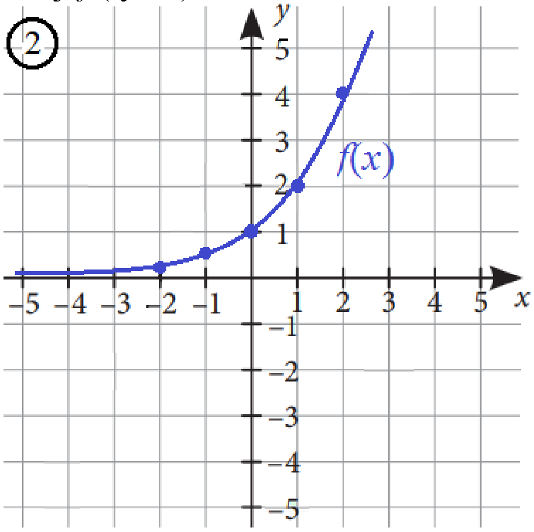
10.23.

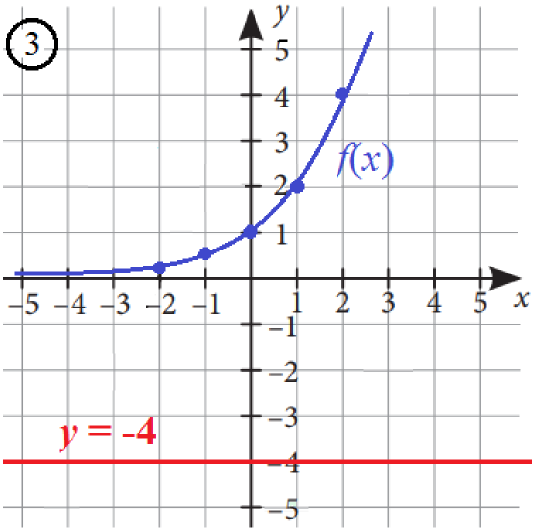
Rysujemy tabelkę dla funkcji $y = 2^x$.

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2^x$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

Zaznaczamy punkty $\left(-2,\frac{1}{4}\right)$, $\left(-1,\frac{1}{2}\right)$, $(0,1)$, $(1,\ 2)$, $(2,4)$ w układzie współrzędnych (rys. 1), a potem łączymy te punkty, tworząc wykres funkcji f (rys. 2):







Przekształcamy równania z odpowiedzi:

A. $x + 4 = 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = -4}$

B. $x - 4 = 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 4}$

C. $y - 4 = 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{y = 4}$

D. $y + 4 = 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{y = -4}$

Widać (rys. 3), że tylko prosta $\boldsymbol{y = -4}$ nie przecina się z wykresem funkcji f.

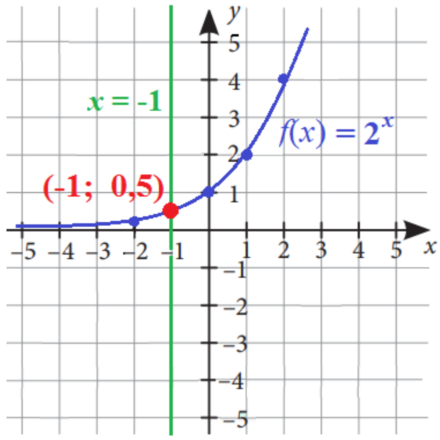
Odp. **D**

10.24.

Rozwiązanie I:

Przekształcając równanie prostej $x+1=0$, otrzymujemy $\boldsymbol{x = -1}$.

Rysując wykres funkcji $f(x) = \mathbf{2}^x$ oraz prostą $\boldsymbol{x = -1}$ we wspólnym układzie współrzędnych widzimy, że obie linie przecinają się w punkcie **(–1; 0,5)**, czyli $\left(-\mathbf{1}, \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)$.



Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Przekształcając równanie prostej $x+1=0$, otrzymujemy $\boldsymbol{x = -1}$.

Oznacza to, że pierwsza współrzędna punktu przecięcia prostej z wykresem $f(x)=2^x$ jest równa **–1**. Odrzucamy odpowiedzi **A** i **C**.

Druga współrzędna to wartość $f(-1)$. Zatem $f(-1)=2^{-1} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$. Tym samym wiadomo, że obie linie przecinają się w punkcie $D=\left(-1,\dfrac{1}{2}\right)$. Odp. **D** jest poprawna.

10.25.

Należy obliczyć $f(-2)$.

$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=\left(\frac{2}{1}\right)^{2}=2^{2}=\mathbf{4}$.

Odp. **D**

10.26.

Obliczamy populację tego gatunku w obecnej chwili (czyli dla $t = 0$):

$p(0) = 8^{3-0} = 8^3 = \mathbf{512}$.

Analizujemy poprawność kolejnych odpowiedzi:

A. $t = 1{,}5$

$p(1{,}5) = 8^{3-1{,}5}$

$p(1{,}5) = 8^{1{,}5}$

$p(1{,}5) = 8^{\frac{3}{2}}$

$p(1{,}5) = \sqrt{8^3}$

$p(1{,}5) = \sqrt{512}$

$p(1{,}5) \approx \mathbf{22{,}6}$

Populacja zmalała z **512** do prawie **23**, więc zmalała dużo bardziej niż o połowę

B. $t = 2$

$p(2) = 8^{3-2}$

$p(2) = 8^1$

$p(2) = \mathbf{8}$

Populacja zmalała z **512** do **8**, więc zmalała dużo bardziej niż o połowę

C. $t = 3$

$p(3) = 8^{3-3}$

$p(3) = 8^0 = \mathbf{1}$

Po trzech latach zostanie tylko **1** kot, a nie **8**

D. $t = 1$

$p(1) = 8^{3-1}$

$p(1) = 8^2$

$p(1) = \mathbf{64}$

Populacja zmalała z **512** do **64**. Ponieważ 512 : 64 = **8**, to populacja zmalała **8 – krotnie**.

Odp. **D**

10.27.

Rozwiązanie I:

Wzór $10^{-pH} = H^{+}$, w kontekście danego $pH = 3$, lepiej jest widzieć jako $H^{+} = 10^{-pH}$.

Podstawiamy do wzoru liczbę **3** w miejsce *pH* i obliczamy szukane H^{+}.

$$H^{+} = 10^{-3} = \frac{1}{1000} = \mathbf{0{,}001}.$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Do wzoru $10^{-pH} = H^{+}$ podstawiamy liczbę **3** w miejsce *pH*.

Otrzymujemy $10^{-3} = H^{+}$.

Wartość $\mathbf{10^{-3}}$ można obliczyć na kalkulatorze: $\boxed{1}\boxed{0}\boxed{\div}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}$ → **0,001**.

Odpowiedź **C** jest poprawna.

10.28.
Poszukujemy wartości temperatury dla t = 10, dlatego trzeba obliczyć $T(10)$:
$T(10) = 2^{6-\frac{10}{10}} + 22 = 2^{6-1} + 22 = 2^5 + 22 = 32 + 22 = \mathbf{54}$.
Odp. **D**

10.29.

Analizujemy poprawność poszczególnych odpowiedzi:

A. *t* = 20

$T(20) = 750 - 3^{6-0,05\cdot 20}$

$T(20) = 750 - 3^{6-1}$

$T(20) = 750 - 3^{5}$

$T(20) = 750 - 243 = \mathbf{507}$

Po 20 sekundach ogrzewania pręt ma temp. **507°C**, a nie 100.

B. 1 min = 60 s

$t = 60$

$T(60) = 750 - 3^{6-0,05\cdot 60}$

$T(60) = 750 - 3^{6-3}$

$T(60) = 750 - 3^{3}$

$T(60) = 750 - 27 = \mathbf{723}$

Po minucie ogrzewania pręt będzie miał temperaturę **723°C**.

Odp. **B**

10.30.

Rozwiązanie I:

Należy obliczyć wartość $P(3)$, podstawiając liczbę **3** w miejsce t do wzoru $P(t)=10000\cdot 2^{-t}$.

$$P(3)=10000\cdot 2^{-3}=10000\cdot\frac{1}{2^3}=10000\cdot\frac{1}{8}=\frac{10000}{8}=\mathbf{1250}.$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Wstawiając liczbę **3** w miejsce t do wzoru $P(t)=10000\cdot 2^{-t}$, otrzymujemy $P(3)=10000\cdot 2^{-3}$.

Potęgę $\mathbf{2^{-3}}$ liczymy kalkulatorem: $\boxed{2}\boxed{\div}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}$ → **0,125**

Zatem $P(3)=10000\cdot\underbrace{0{,}125}_{2^{-3}}=\mathbf{1250}$, co oznacza że odp. **B** jest poprawna.

10.31.

Na początek ustalamy wzór funkcji opisanej w treści zadania.

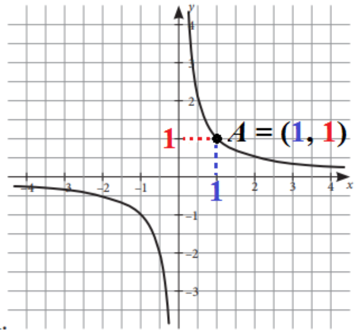
Odwrotność liczby x to $\frac{1}{x}$.

Liczba przeciwna do odwrotności liczby x to $-\frac{1}{x}$.

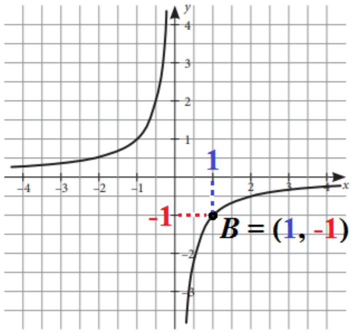
Zatem wzór funkcji to $y=-\frac{1}{x}$.

Wybieramy po jednym punkcie należącym do każdego z proponowanych w odpowiedziach wykresów funkcji i wstawiamy jego współrzędne do wzoru $y=-\frac{1}{x}$.

A.



B.



Punkt $A=(1, 1)$, więc wstawiamy $\boldsymbol{x=1}$ oraz $\boldsymbol{y=1}$ do wzoru $y=-\frac{1}{x}$, zatem $1=-\frac{1}{1}$ (fałsz).

Odrzucamy odpowiedź A.

Punkt $B=(1, -1)$, więc wstawiamy $\boldsymbol{x=1}$ oraz $\boldsymbol{y=-1}$ do wzoru $y=-\frac{1}{x}$, zatem $-1=-\frac{1}{1}$.

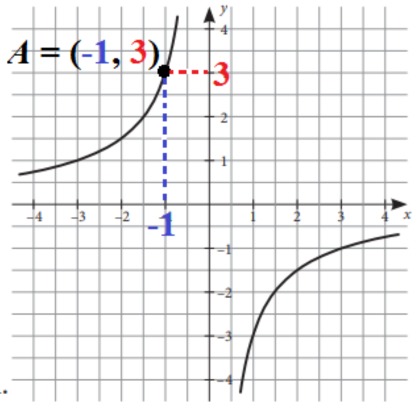
Otrzymaliśmy równość **prawdziwą**.

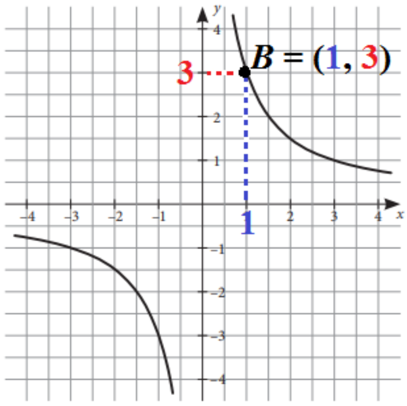
Punkt $B=(1, -1)$, poza wykresem z rysunku B, nie należy do żadnego innego wykresu.

Odp. **B**

10.32.

Wybieramy po jednym punkcie należącym do każdego z proponowanych w odpowiedziach wykresów funkcji i wstawiamy jego współrzędne do wzoru $y = \frac{3}{x}$.

A. 

B. 

Punkt $A = (-1, 3)$, więc wstawiamy $x = -1$ oraz $y = 3$ do wzoru $y = \frac{3}{x}$, zatem $3 = \frac{3}{-1}$ (fałsz).

Odrzucamy odpowiedź A.

Punkt $B = (1, 3)$, więc wstawiamy $x = 1$ oraz $y = 3$ do wzoru $y = \frac{3}{x}$, zatem $3 = \frac{3}{1}$.

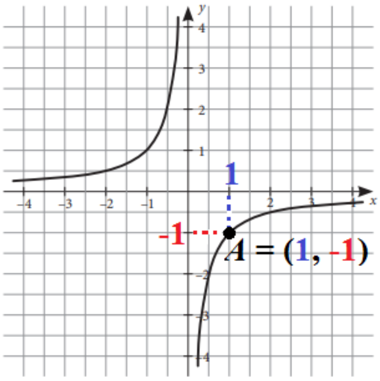
Otrzymaliśmy równość **prawdziwą**.

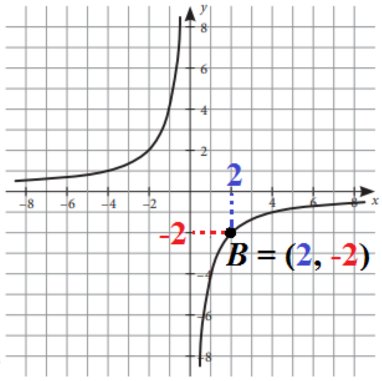
Punkt $B = (1, 3)$, poza wykresem z rysunku B, nie należy do żadnego innego wykresu.

Odp. **B**

10.33.

Wybieramy po jednym punkcie należącym do każdego z proponowanych w odpowiedziach wykresów funkcji i wstawiamy jego współrzędne do wzoru $y=-\frac{8}{x}$.

A. 

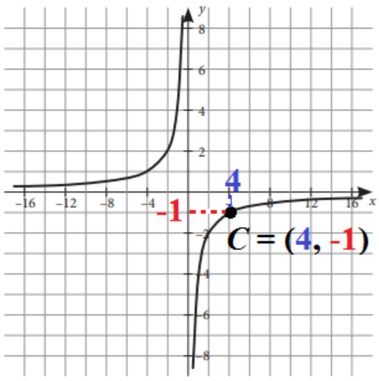
B. 

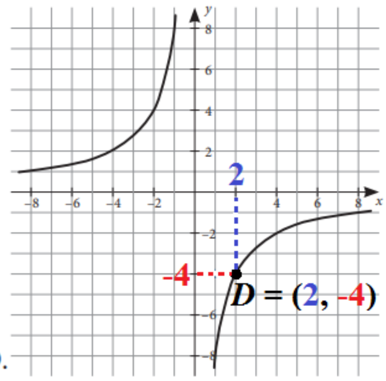
Punkt $A=(1,-1)$, więc do wzoru $y=-\frac{8}{x}$ podstawiamy $\boldsymbol{x=1}$ oraz $\boldsymbol{y=-1}$.

Otrzymana **równość** $-1=-\frac{8}{1}$ jest **fałszywa**, więc odp. A odrzucamy.

Punkt $B=(2,-2)$, więc do wzoru $y=-\frac{8}{x}$ podstawiamy $\boldsymbol{x=2}$ oraz $\boldsymbol{y=-2}$.

Otrzymana **równość** $-2=-\frac{8}{2}$ jest **fałszywa**, więc odp. B też odrzucamy.

C. 

D. 

Punkt $C=(4,-1)$, więc do wzoru $y=-\frac{8}{x}$ podstawiamy $\boldsymbol{x=4}$ oraz $\boldsymbol{y=-1}$.

Otrzymana **równość** $-1=-\frac{8}{4}$ jest **fałszywa**, więc odp. C odrzucamy.

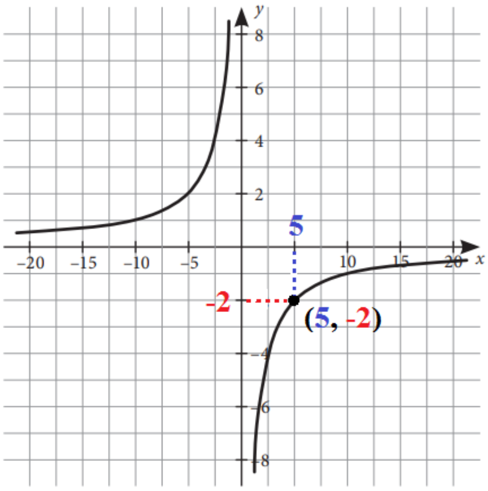
Punkt $D=(2,-4)$, więc do wzoru $y=-\frac{8}{x}$ podstawiamy $\boldsymbol{x=2}$ oraz $\boldsymbol{y=-4}$.

Otrzymana **równość** $-4=-\frac{8}{2}$ jest **prawdziwa**.

Punkt $D=(2,-4)$, poza wykresem z rysunku D, nie należy do żadnego innego wykresu.

Odp. **D**

10.34.



Wybieramy dowolny punkt należący do wykresu funkcji, np. punkt (**5**, **–2**).

Wstawiamy $\boldsymbol{x = 5}$, $\boldsymbol{y = -2}$ do proponowanych w kolejnych odpowiedziach wzorów:

A. $-2 = \frac{10}{5}$ → fałsz

B. $-2 = \frac{5}{5}$ → fałsz

C. $-2 = -\frac{10}{5}$ → **prawda**

D. $-2 = -\frac{5}{5}$ → fałsz

Odp. **C**

10.35.

W proponowanych odpowiedziach, napis $f(x)$ traktujemy jak y.

A. $y=-\frac{4}{x}$ B. $y=-\frac{0{,}25}{x}$ C. $y=\frac{4}{x}$ D. $y=\frac{0{,}25}{x}$

Ze względu na punkt $A = (\mathbf{4}, \mathbf{-1})$, podstawiamy $\boldsymbol{x = 4}$, $\boldsymbol{y = -1}$ do podanych wzorów:

A. $y=-\frac{4}{x}$	B. $y=-\frac{0{,}25}{x}$	C. $y=\frac{4}{x}$	D. $y=\frac{0{,}25}{x}$
$-1=-\frac{4}{4}$	$-1=-\frac{0{,}25}{4}$	$-1=\frac{4}{4}$	$-1=\frac{0{,}25}{4}$
$-\mathbf{1}=-\mathbf{1}$	$-1=-0{,}0625$	$-1=1$	$-1=0{,}0625$
równość **prawdziwa**	równość fałszywa	równość fałszywa	równość fałszywa

Odp. **A**

10.36.

Rozwiązanie I:

Wzór funkcji zapisujemy jako $y = \frac{a-2}{x}$.

Warunek $f\left(-\frac{5}{3}\right) = 12\sqrt{2}$ oznacza, że punkt $\left(-\frac{5}{3}, 12\sqrt{2}\right)$ należy do wykresu tej funkcji.

Szukane ***a*** wyliczamy, podstawiając $x = -\mathbf{\frac{5}{3}}$, $y = \mathbf{12\sqrt{2}}$ do wzoru $y = \frac{a-2}{x}$.

$$\mathbf{12\sqrt{2}} = \frac{a-2}{-\mathbf{\frac{5}{3}}} \qquad |\cdot\left(-\tfrac{5}{3}\right)$$

$$12\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{5}{3}\right) = a-2$$

$$\frac{-60\sqrt{2}}{3} = a-2$$

$$-20\sqrt{2} = a-2$$

$$\mathbf{2-20\sqrt{2}} = a$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z przybliżeń $-\frac{5}{3} \approx \mathbf{-1{,}67}$ oraz $\sqrt{2} \approx \mathbf{1{,}41}$. Wówczas $12\sqrt{2} \approx 12\cdot 1{,}41 =$ **16,92**,

zatem warunek $f\left(-\frac{5}{3}\right) = 12\sqrt{2}$ traktujemy jako *f*(**–1,67**) = **16,92**.

Zapisując wzór funkcji jako $y = \frac{a-2}{x}$, podstawiamy ***x* = –1,67** oraz ***y* = 16,92** i wyliczamy ***a***.

$$\mathbf{-1{,}67} = \frac{a-2}{\mathbf{16{,}92}} \qquad |\cdot 16{,}92$$

$$-1{,}67\cdot 16{,}92 = a-2$$

$$-28{,}2564 = a-2$$

$$2-28{,}2564 = a$$

$$-\mathbf{26{,}25}64 = a$$

Wśród propozycji odpowiedzi, korzystając z przybliżenia $\sqrt{2} \approx \mathbf{1{,}41}$, szukamy wyniku jak najbliższego liczbie **–26,2564**.

A. $a = -18\sqrt{2}$
$a \approx -18\cdot 1{,}41$
$a \approx -25{,}38$

B.
$a = 2-20\sqrt{2}$
$a \approx 2-20\cdot 1{,}41$
$a \approx 2-28{,}2$
$a \approx \mathbf{-26{,}2}$

C.
$a = 2+20\sqrt{2}$
$a \approx 2+20\cdot 1{,}41$
$a \approx 2+28{,}2$
$a \approx 30{,}2$

D. $a = 22\sqrt{2}$
$a \approx 22\cdot 1{,}41$
$a \approx 31{,}02$

Wynik $a \approx \mathbf{-26{,}2}$ jest najbliższy rezultatowi $-\mathbf{26{,}25}64$. Odp. **B** jest poprawna.

10.37.

Rozwiązanie I:

Wzór funkcji zapisujemy jako $y = \frac{a}{x}$.

Warunek $f\left(-\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}$ oznacza, że punkt $\left(-\sqrt{2},\, 2\sqrt{2}\right)$ należy do wykresu funkcji.

Podstawiamy $x = -\sqrt{\mathbf{2}}$, $y = \mathbf{2}\sqrt{\mathbf{2}}$ do wzoru $y = \frac{a}{x}$ i wyliczamy ***a***.

$$\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{2}} = \frac{a}{-\sqrt{\mathbf{2}}} \qquad |\cdot\left(-\sqrt{2}\right)$$

$$2\sqrt{2}\cdot\left(-\sqrt{2}\right) = a$$

$$-2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = a$$

$$-2\cdot\underbrace{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}_{2} = a$$

$$-2\cdot 2 = a \qquad \rightarrow \qquad a = \mathbf{-4}$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Wzór funkcji zapisujemy jako $y = \frac{a}{x}$.

Korzystamy z przybliżenia $\sqrt{2} \approx \mathbf{1{,}41}$. Wówczas $2\sqrt{2} \approx 2\cdot 1{,}41 = \mathbf{2{,}82}$.

Warunek $f\left(-\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}$ traktujemy jak $f(\mathbf{-1{,}41}) = \mathbf{2{,}82}$.

Oznacza to, że $\boldsymbol{x} = \mathbf{-1{,}41}$ oraz $\boldsymbol{y} = \mathbf{2{,}82}$.

Przybliżamy wartości ***a*** znajdujące się w odpowiedziach B, C i D:

B. $a = -4\sqrt{2} \approx -4\cdot 1{,}41 = \mathbf{-5{,}64}$

C. $a = -2\sqrt{2} \approx -2\cdot 1{,}41 = \mathbf{-2{,}82}$

D. $a = -\frac{\sqrt{2}}{2} \approx -\frac{1{,}41}{2} = \mathbf{-0{,}705}$.

Do wzoru $y = \frac{a}{x}$ wstawiamy $\boldsymbol{x} = \mathbf{-1{,}41}$, $\boldsymbol{y} = \mathbf{2{,}82}$ oraz wartość ***a*** charakterystyczną dla danej odpowiedzi:

A. ***a*** **= –4**	B. ***a*** **= –5,64**	C. ***a*** **= –2,82**	D. ***a*** **= –0,705**
$2{,}82 = \frac{-4}{-1{,}41}$	$2{,}82 = \frac{-5{,}64}{-1{,}41}$	$2{,}82 = \frac{-2{,}82}{-1{,}41}$	$2{,}82 = \frac{-0{,}705}{-1{,}41}$
$2{,}82 = \frac{4}{1{,}41}$	$2{,}82 = \frac{5{,}64}{1{,}41}$	$2{,}82 = \frac{2{,}82}{1{,}41}$	$2{,}82 = \frac{0{,}705}{1{,}41}$
$\mathbf{2{,}82 = 2{,}83688...}$	$2{,}82 = 4$	$2{,}82 = 2$	$2{,}82 = 0{,}5$

Spośród czterech końcowych rezultatów, najbliżej prawdy jest równość **2,82 = 2,83688...** .
Oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

10.38.
Rozwiązanie I:

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = \frac{a}{x}$. Z treści zadania wynika, że punkt $\left(5\sqrt{5}, \frac{1}{5}\right)$ należy do wykresu funkcji.

Podstawiamy $x = 5\sqrt{5}$, $y = \frac{1}{5}$ do wzoru $y = \frac{a}{x}$ i wyliczamy $\boldsymbol{a}$.

$$\frac{1}{5} = \frac{a}{5\sqrt{5}}$$

Mnożymy równanie „na krzyż”:

$$5a = 1 \cdot 5\sqrt{5}$$

$$5a = 5\sqrt{5} \qquad |:5$$

$$a = \boldsymbol{\sqrt{5}}$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = \frac{a}{x}$.

Korzystamy z przybliżenia $\sqrt{5} \approx \mathbf{2{,}24}$, zatem argument $5\sqrt{5} \approx 5 \cdot 2{,}24 = \mathbf{11{,}2}$.

Korzystamy też z tego, że $\frac{1}{5} = \mathbf{0{,}2}$, więc wartość = **0,2**.

Argument to $\boldsymbol{x}$, zaś wartość to $\boldsymbol{y}$, więc z treści wynika, że $\boldsymbol{x} = \mathbf{11{,}2}$ oraz $\boldsymbol{y} = \mathbf{0{,}2}$.

Przybliżamy wartości $\boldsymbol{a}$ zawarte w odpowiedziach A, B i D.

A. $a = 25\sqrt{5} \approx 25 \cdot 2{,}24 = \mathbf{56}$

B. $a = \sqrt{5} \approx \mathbf{2{,}24}$

C. $a = \mathbf{5}$

D. $a = 5\sqrt{5} \approx 5 \cdot 2{,}24 = \mathbf{11{,}2}$.

Do wzoru $y = \frac{a}{x}$ wstawiamy $\boldsymbol{x} = \mathbf{11{,}2}$, $\boldsymbol{y} = \mathbf{0{,}2}$ oraz wartość $\boldsymbol{a}$ charakterystyczną dla danej odpowiedzi:

A. $\boldsymbol{a} = \mathbf{56}$	B. $\boldsymbol{a} = \mathbf{2{,}24}$	C. $\boldsymbol{a} = \mathbf{5}$	D. $\boldsymbol{a} = \mathbf{11{,}2}$
$0{,}2 = \frac{56}{11{,}2}$	$0{,}2 = \frac{2{,}24}{11{,}2}$	$0{,}2 = \frac{5}{11{,}2}$	$0{,}2 = \frac{11{,}2}{11{,}2}$
$\mathbf{0{,}2} = \mathbf{5}$	$\mathbf{0{,}2} = \mathbf{0{,}2}$	$\mathbf{0{,}2} = \mathbf{0{,}4464}$...	$\mathbf{0{,}2} = \mathbf{1}$

Tylko w przypadku odp. **B** otrzymaliśmy **prawdziwą** równość **0,2 = 0,2**.
Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

10.39.

Rozwiązanie I:

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = \frac{a-3}{x}$.

Warunek $f(-2) = \sqrt{3}$ oznacza, że punkt $(-\mathbf{2},\ \sqrt{\mathbf{3}})$ należy do wykresu funkcji.

Podstawiamy $\boldsymbol{x} = \mathbf{-2}$ oraz $\boldsymbol{y} = \sqrt{\mathbf{3}}$ do wzoru $y = \frac{a-3}{x}$ i obliczamy $\boldsymbol{a}$.

$$\sqrt{\mathbf{3}} = \frac{a-3}{\mathbf{-2}} \qquad |\cdot(-2)$$

$$-2\sqrt{3} = a - 3$$

$$\mathbf{3 - 2\sqrt{3}} = a$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = \frac{a-3}{x}$. Korzystamy z przybliżenia $\sqrt{3} \approx \mathbf{1{,}73}$.

Warunek $f(-2) = \sqrt{3}$ traktujemy jak $f(-2) = 1{,}73$, a więc $\boldsymbol{x} = \mathbf{-2}$ oraz $\boldsymbol{y} = \mathbf{1{,}73}$.

Przybliżamy wartości $\boldsymbol{a}$ zawarte w odpowiedziach:

A. $a = \sqrt{3} \approx \mathbf{1{,}73}$

B. $a = 3 - 2\sqrt{3} \approx 3 - 2 \cdot 1{,}73 = 3 - 3{,}46 = \mathbf{-0{,}46}$

C. $a = 3 + 2\sqrt{3} \approx 3 + 2 \cdot 1{,}73 = 3 + 3{,}46 = \mathbf{6{,}46}$

D. $a = 5\sqrt{3} \approx 5 \cdot 1{,}73 = \mathbf{8{,}65}$.

Do wzoru $y = \frac{a-3}{x}$ wstawiamy $\boldsymbol{x} = \mathbf{-2}$, $\boldsymbol{y} = \mathbf{1{,}73}$ oraz wartość $\boldsymbol{a}$ charakterystyczną dla danej odpowiedzi:

A. $\boldsymbol{a} = \mathbf{1{,}73}$

$$1{,}73 = \frac{1{,}73 - 3}{-2}$$

$$1{,}73 = \frac{-1{,}27}{-2}$$

$$1{,}73 = \frac{1{,}27}{2}$$

$$1{,}73 = 0{,}635$$

B. $\boldsymbol{a} = \mathbf{-0{,}46}$

$$1{,}73 = \frac{-0{,}46 - 3}{-2}$$

$$1{,}73 = \frac{-3{,}46}{-2}$$

$$1{,}73 = \frac{3{,}46}{2}$$

$$\mathbf{1{,}73 = 1{,}73}$$

C. $\boldsymbol{a} = \mathbf{6{,}46}$

$$1{,}73 = \frac{6{,}46 - 3}{-2}$$

$$1{,}73 = \frac{3{,}46}{-2}$$

$$1{,}73 = -1{,}73$$

D. $\boldsymbol{a} = \mathbf{8{,}65}$

$$1{,}73 = \frac{8{,}65 - 3}{-2}$$

$$1{,}73 = \frac{5{,}65}{-2}$$

$$1{,}73 = -2{,}825$$

Tylko w przypadku odp. **B** otrzymaliśmy **prawdziwą** równość **1,73 = 1,73**.
Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

10.40.

Rozwiązanie I:

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = \frac{a}{x}$.

Podstawiamy $x = -\frac{2}{3}$, $y = -6\sqrt{3}$ do wzoru $y = \frac{a}{x}$ i wyliczamy $\boldsymbol{a}$.

$$-6\sqrt{3} = \frac{a}{-\frac{2}{3}} \qquad |\cdot\left(-\tfrac{2}{3}\right)$$

$$-6\sqrt{3}\cdot\left(-\tfrac{2}{3}\right) = a$$

$$\mathbf{4\sqrt{3}} = a$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z przybliżeń $-\frac{2}{3} \approx \mathbf{-0{,}67}$ oraz $\sqrt{3} \approx \mathbf{1{,}73}$, wówczas $-6\sqrt{3} \approx -6\cdot 1{,}73 = \mathbf{-10{,}38}$.

Przybliżamy wartości $\boldsymbol{a}$ zawarte w odpowiedziach:

A. $a = -9\sqrt{3} \approx -9\cdot 1{,}73 = \mathbf{-15{,}57}$

B. $a = -4\sqrt{3} \approx -4\cdot 1{,}73 = \mathbf{-6{,}92}$

C. $a = 4\sqrt{3} \approx 4\cdot 1{,}73 = \mathbf{6{,}92}$

D. $a = 9\sqrt{3} \approx 9\cdot 1{,}73 = \mathbf{15{,}57}$.

Do wzoru $y = \frac{a}{x}$, zamiast dokładnych współrzędnych $\left(-\frac{2}{3}, -6\sqrt{3}\right)$, wstawiamy przybliżone $\boldsymbol{x = -0{,}67}$, $\boldsymbol{y = -10{,}38}$ oraz wartość $\boldsymbol{a}$ charakterystyczną dla danej odpowiedzi:

A. $\boldsymbol{a = -15{,}57}$

$$-10{,}38 = \frac{-15{,}57}{-0{,}67}$$

$$-10{,}38 = \frac{15{,}57}{0{,}67}$$

$$-10{,}38 = 23{,}24$$

B. $\boldsymbol{a = -6{,}92}$

$$-10{,}38 = \frac{-6{,}92}{-0{,}67}$$

$$-10{,}38 = \frac{6{,}92}{0{,}67}$$

$$-10{,}38 = 10{,}33$$

C. $\boldsymbol{a = 6{,}92}$

$$-10{,}38 = \frac{6{,}92}{-0{,}67}$$

$$-10{,}38 = -\frac{6{,}92}{0{,}67}$$

$$\mathbf{-10{,}38 = -10{,}33}$$

W przypadku odp. **C** otrzymaliśmy **najbardziej zbliżoną do prawdziwej** równość.
Oznacza to, że odp. **C** jest poprawna.

D. $\boldsymbol{a = 15{,}57}$

$$-10{,}38 = \frac{15{,}57}{-0{,}67}$$

$$-10{,}38 = -\frac{15{,}57}{0{,}67}$$

$$-10{,}38 = -23{,}24$$

10.41.
Podstawiamy do wzoru $t = 8$.
Zatem $T(8) = \dfrac{4{,}28 \cdot 2^{11}}{8} = \dfrac{4{,}28 \cdot 2048}{8} = 1095{,}68$ dni.
Ponieważ $1095{,}68 : 365 \approx \mathbf{3}$, to budynek powstanie w czasie ok. **3** lat.
Odp. **C**

10.42.
Podstawiamy do wzoru $r = 4$.

Zatem $t(4) = \frac{10}{4} = 2{,}5$ godziny.

Dwie i pół godziny to inaczej **2** godziny i **30** minut.
Odp. **B**

10.43.
Obliczamy czas pokonania trasy z szybkością 50 km/h.
$t_{50} = \frac{120}{50} = 2{,}4$ godziny.
Następnie obliczamy czas pokonania tej trasy z szybkością 60 km/h.
$t_{60} = \frac{120}{60} = 2$ godziny.

Obliczamy różnicę czasów, zatem 2,4 – 2 = **0,4 godz**.

0,4 godz. to **mniej niż** 0,5 (**pół**) godziny, czyli **mniej niż 30 minut**.

Tylko czas w odp. **A** jest krótszy od 30 minut.

Odp. **A**

10.44.
Podstawiając $\boldsymbol{x} = \mathbf{30}$, obliczamy czas potrzebny do przeczytania książki przez Adama
$y_{30} = \frac{600}{30} = \mathbf{20}$ dni.
Wstawiając do wzoru $\boldsymbol{x} = \mathbf{75}$, obliczymy czas potrzebny do przeczytania książki przez Bartka
$y_{75} = \frac{600}{75} = \mathbf{8}$ dni.
Ponieważ 20 – 8 = **12**, to Bartek przeczyta książkę szybciej od Adama o 12 dni.
Odp. **C**

10.45.
Obliczamy prędkość biegu maratończyka M, wstawiając do wzoru $t = 5$:

$$v_M = \frac{42}{5} = \mathbf{8{,}4} \text{ km/h}$$

Następnie liczymy prędkość biegu zawodnika N, wstawiając do wzoru $t = 6$:

$$v_N = \frac{42}{6} = \mathbf{7} \text{ km/h.}$$

Ponieważ 8,4 – 7 = **1,4**, to zawodnik M biegł szybciej od maratończyka N o **1,4** km/h.
Odp. **A**

10.46.
Rozwiązujemy oba równania.
Najpierw $4=-\frac{4x-12}{3-x}$.
Ze względu na (niedozwolone) dzielenie przez zero, mamy $3-x\neq 0$, czyli $x\neq 3$.
$4=\frac{-4x+12}{3-x}$ → minus przed ułamkiem zmienia **wszystkie znaki** w **liczniku** na przeciwne
$4=\frac{-4x+12}{3-x} \qquad |(3-x)$
$4(3-x)=-4x+12$
$12-4x=-4x+12$
$-4x+4x=12-12$
$\mathbf{0=0}$
Oznacza to, że równanie $4=-\frac{4x-12}{3-x}$ **ma nieskończenie wiele** rozwiązań.

Rozwiązujemy równanie $x-2=-\frac{4}{x-2}$. Zaczynamy od założenia $x-2\neq 0$, czyli $x\neq 2$.
$x-2=\frac{-4}{x-2}$ → minus przed ułamkiem wprowadzamy do licznika
$x-2=\frac{-4}{x-2} \qquad |\cdot(x-2)$
$(x-2)(x-2)=-4$
$x^2-2x-2x+4=-4$
$x^2-4x+4+4=0$
$x^2-4x+8=0$
Bez dalszego rozwiązywania wiemy, że równanie **kwadratowe** może mieć **maksymalnie dwa** różne rozwiązania rzeczywiste.

Tylko równanie $4=-\frac{4x-12}{3-x}$ ma **nieskończenie wiele** rozwiązań rzeczywistych.

Odp. **B**

10.47.

$\frac{x-2}{x}=4 \qquad |\cdot x$

$x-2=4x$

$x-4x=2$

$-3x=2 \qquad |:(-3)$

$x=-\mathbf{\frac{2}{3}}$

Liczba $x=-\frac{2}{3}$ spełnia założenie $x\neq 0$ z treści zadania. Liczba $x=-\frac{2}{3}$ jest rozwiązaniem.

Odp. **B**

10.48.
Ze względu na (niedozwolone) dzielenie przez 0 mamy założenia $x-2\neq 0$ oraz $x+1\neq 0$, z których wynika, że $x\neq 2$ oraz $x\neq -1$.
Rozwiązujemy równanie:

$\frac{8}{x-2}=\frac{-4}{x+1}$ → minusa przed ułamkiem wprowadzamy do licznika

$8(x+1)=-4(x-2)$ → mnożymy równanie „na krzyż"

$8x+8=-4x+8$

$8x+4x=8-8$

$12x=0 \qquad |:12$

$x=\mathbf{0}$

Liczba $\boldsymbol{x}$ **= 0** spełnia wcześniejsze założenia $x\neq 2$ oraz $x\neq -1$, zatem jest rozwiązaniem.

Odp. **D**

10.49.
Ze względu na (niedozwolone) dzielenie przez 0 mamy założenia $x-2\neq 0$ oraz $x\neq 0$, z których wynika, że $x\neq 2$ oraz $x\neq 0$.
Rozwiązujemy równanie:

$\frac{x}{x-2}=\frac{x-2}{x}$ → mnożymy równanie „na krzyż"

$x\cdot x=(x-2)\cdot(x-2)$

$\underbrace{x\cdot x}_{x^2}=x^2-2x-2x+4$

$x^2=x^2-4x+4$

$x^2-x^2+4x-4=0$

$4x-4=0$

$4x=4 \qquad |:4$

$x=\mathbf{1}$

Liczba $\boldsymbol{x=1}$ spełnia wcześniejsze założenia $x\neq 2$ oraz $x\neq 0$, więc jest rozwiązaniem.

Odp. **B**

10.50.
Ze względu na (niedozwolone) dzielenie przez 0 mamy założenie $3 - x \neq 0$, z którego wynika, że $x \neq 3$.
Rozwiązujemy równanie:

$$\frac{8x}{3-x} = -8 \qquad |\cdot(3-x)$$

$$8x = -8(3-x)$$

$$8x = -24 + 8x$$

$$8x - 8x = -24$$

$$\mathbf{0 = -24}$$

Otrzymaliśmy **sprzeczność**. Brak rozwiązań.

Odp. **A**

10.51.

Zaczynamy od założeń zapobiegających dzieleniu przez zero (mianownik musi być $\neq 0$).

A. $x^2-1\neq 0 \quad \to \quad x^2\neq 1$ $x\neq \mathbf{1} \quad i \quad x\neq \mathbf{-1}$	B. $x-5\neq 0$ $x\neq \mathbf{5}$	C. $x-2018\neq 0$ $x\neq \mathbf{2018}$	D. $3x-6\neq 0$ $3x\neq 6 \quad \|:3$ $x\neq \mathbf{2}$

Następnie, w każdym przypadku przyrównujemy **licznik** do zera i rozwiązujemy równania:

A. $1+x=0 \quad \to \quad x=\mathbf{-1}$ ale z założenia $x\neq \mathbf{-1}$, więc brak miejsc zerowych	B. $5-x=0 \to x=\mathbf{5}$ ale z założenia $x\neq \mathbf{5}$, więc brak miejsc zerowych	C. $1=0$ sprzeczność, więc brak miejsc zerowych	D. $-3x-6=0$ $-3x=6 \quad \|:(-3)$ $x=\mathbf{-2}$ Liczba $x=\mathbf{-2}$ spełnia założenie $x\neq 2$, zatem $\boldsymbol{x=-2}$ to miejsce zerowe.

Odp. **D**

10.52.
Zaczynamy od założenia zapobiegającego dzieleniu przez zero (mianownik musi być $\neq 0$).

$3 - 2x \neq 0$

$-2x \neq -3 \quad |:(-2)$

$x \neq \frac{3}{2}$

Zatem odrzucamy odp. C.

Miejsce zerowe obliczamy, przyrównując licznik do zera i rozwiązując równanie, pamiętając że $x \neq \frac{3}{2}$.

$4x^2 - 9 = 0$

$4x^2 = 9 \quad |:4$

$x^2 = \frac{9}{4}$

$x = \sqrt{\frac{9}{4}}$ lub $x = -\sqrt{\frac{9}{4}}$

$x = \mathbf{\frac{3}{2}}$ lub $x = -\mathbf{\frac{3}{2}}$

Z założenia, $x \neq \frac{3}{2}$, więc miejsce zerowe to $x = -\mathbf{\frac{3}{2}}$.

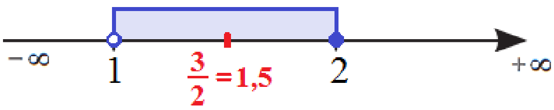
Odp. **D**

10.53.
Zaczynamy od założenia zapobiegającego dzieleniu przez zero (mianownik musi być $\neq 0$). Zatem $x \neq 0$.

Miejsce zerowe obliczymy, przyrównując licznik do zera i rozwiązując równanie, pamiętając o $x \neq 0$.

$$2x - 3 = 0$$
$$2x = 3 \qquad |:2$$
$$x = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$$

Liczba $x = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$ spełnia założenie $x \neq 0$, zatem jest miejscem zerowym.



Liczba $\frac{3}{2} = \mathbf{1,5}$ leży na osi liczbowej pomiędzy **1** a **2**, więc należy do przedziału $(1, 2\rangle$.

Odp. **B**

10.54.

Obliczamy miejsca zerowe obu funkcji, przyrównując liczniki do zera:

$f(x) = \frac{5x-10}{2x}$

$5x - 10 = 0$

$5x = 10 \qquad |:5$

$x_f = \mathbf{2}$

$g(x) = \frac{x-1}{x-2}$

$x - 1 = 0$

$x_g = \mathbf{1}$

Obliczamy sumę $x_f + x_g = 2 + 1 = \mathbf{3}$.

Odp. **B**

10.55.

Zaczynamy od założeń zapobiegających dzieleniu przez zero (mianownik $\neq 0$).

A. $a(x)=\dfrac{x^2-9}{x-3}$ $x-3\neq 0$ $x\neq \mathbf{3}$	B. $b(x)=\dfrac{x}{x+1}$ $x+1\neq 0$ $x\neq \mathbf{-1}$	C. $c(x)=\dfrac{x+3}{x^2-9}$ $x^2-9\neq 0$ $x^2\neq 9$ $x\neq \mathbf{3}$ i $x\neq \mathbf{-3}$	D. $d(x)=\dfrac{4x-1}{x-4}$ $x-4\neq 0$ $x\neq \mathbf{4}$

Obliczamy ewentualne miejsca zerowe każdej z funkcji, przyrównując licznik do zera:

A. $a(x)=\dfrac{x^2-9}{x-3}$ $x^2-9=0$ $x^2=9$ $x=\mathbf{3}$ lub $x=\mathbf{-3}$ z założenia $x\neq \mathbf{3}$, więc miejscem zerowym jest liczba $x=\mathbf{-3}$.	B. $b(x)=\dfrac{x}{x+1}$ $x=\mathbf{0}$, spełnia założenie $x\neq \mathbf{-1}$, więc $x=\mathbf{0}$ jest miejscem zerowym	C. $c(x)=\dfrac{x+3}{x^2-9}$ $x+3=0$ $x=\mathbf{-3}$ ale z założenia $x\neq \mathbf{-3}$, więc **brak miejsc zerowych**	$4x-1=0$ D. $4x=1 \quad \vert :4$ $x=\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$ spełnia założenie $x\neq \mathbf{4}$, więc $x=\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$ jest miejscem zerowym

Odp. **C**

10.56.

Rozwiązanie I:

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = \frac{3x-2}{x+2a}$.

Punkt $(4,-2)$, więc podstawiając $\boldsymbol{x = 4}$, $\boldsymbol{y = -2}$ do wzoru $y = \frac{3x-2}{x+2a}$ można wyliczyć $\boldsymbol{a}$.

$$-\mathbf{2} = \frac{3\cdot\mathbf{4}-2}{\mathbf{4}+2a}$$

$$-2 = \frac{12-2}{4+2a}$$

$$-2 = \frac{10}{4+2a} \qquad |\cdot(4+2a)$$

$$-2(4+2a) = 10$$

$$-8-4a = 10$$

$$-4a = 10+8$$

$$-4a = 18 \qquad |:(-4)$$

$$a = -\frac{18}{4} \quad \to \quad a = -\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{2}}$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z faktu, że $-\frac{9}{2} = \mathbf{-4{,}5}$. Wzór funkcji zapisujemy jako $y = \frac{3x-2}{x+2a}$.

Punkt (**4**, **–2**), więc $\boldsymbol{x = 4}$, $\boldsymbol{y = -2}$.

Analizujemy poprawność odpowiedzi, podstawiając proponowaną wartość $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{x = 4}$, $\boldsymbol{y = -2}$.

A. $\boldsymbol{a = 2}$, $\boldsymbol{x=4}$, $\boldsymbol{y = -2}$

$$y = \frac{3x-2}{x+2a}$$

$$-\mathbf{2} = \frac{3\cdot\mathbf{4}-2}{\mathbf{4}+2\cdot\mathbf{2}}$$

$$-2 = \frac{12-2}{4+4}$$

$$-2 = \frac{10}{8}$$

równość fałszywa

B. $\boldsymbol{a = -4{,}5}$, $\boldsymbol{x=4}$, $\boldsymbol{y = -2}$

$$y = \frac{3x-2}{x+2a}$$

$$-\mathbf{2} = \frac{3\cdot\mathbf{4}-2}{\mathbf{4}+2\cdot(-\mathbf{4{,}5})}$$

$$-2 = \frac{12-2}{4-9}$$

$$-2 = \frac{10}{-5}$$

$$-\mathbf{2} = -\mathbf{2}$$

równość **prawdziwa**

C. $\boldsymbol{a = 8}$, $\boldsymbol{x=4}$, $\boldsymbol{y = -2}$

$$y = \frac{3x-2}{x+2a}$$

$$-\mathbf{2} = \frac{3\cdot\mathbf{4}-2}{\mathbf{4}+2\cdot\mathbf{8}}$$

$$-2 = \frac{12-2}{4+16}$$

$$-2 = \frac{10}{20}$$

$$-\mathbf{2} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

równość fałszywa

D. $\boldsymbol{a = 0}$, $\boldsymbol{x=4}$, $\boldsymbol{y = -2}$

$$y = \frac{3x-2}{x+2a}$$

$$-\mathbf{2} = \frac{3\cdot\mathbf{4}-2}{\mathbf{4}+2\cdot\mathbf{0}}$$

$$-2 = \frac{12-2}{4+0}$$

$$-\mathbf{2} = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{4}}$$

równość fałszywa

Jedynie w odp. **B** uzyskaliśmy prawdziwą równość. Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

10.57.

Wzór funkcji zapisujemy jako $y=\frac{1}{x-m}$.

Argument to $\boldsymbol{x}$, zaś **wartość** to $\boldsymbol{y}$, zatem do równania $y=\frac{1}{x-m}$ wstawiamy $\boldsymbol{x=3}$ oraz $\boldsymbol{y}=\frac{1}{2}$ i obliczamy $\boldsymbol{m}$.

$\frac{1}{2}=\frac{1}{3-m}$ mnożymy równanie „na krzyż”

$2\cdot 1=1\cdot(3-m)$

$2=3-m$

$m=3-2$

$m=\mathbf{1}$

Odp. **D**

10.58.

Rozwiązanie I:

Wzór funkcji *f* zapisujemy jako $y = \frac{8}{x^2 + k}$.

Warunek $f(-3) = 4$ oznacza, że punkt $(-3, 4)$ należy do wykresu funkcji.

Podstawiamy $x = -3$ oraz $y = 4$ do równania $y = \frac{8}{x^2 + k}$ i wyliczamy k.

$$4 = \frac{8}{(-3)^2 + k}$$

$$4 = \frac{8}{9 + k} \qquad |\cdot(9 + k)$$

$$4(9 + k) = 8$$

$$36 + 4k = 8$$

$$4k = 8 - 36$$

$$4k = -28 \qquad |:4$$

$$k = \mathbf{-7}$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Wzór funkcji *f* zapisujemy jako $y = \frac{8}{x^2 + k}$.

Analizujemy poprawność wszystkich odpowiedzi.

Ze względu na warunek $f(-3) = 4$, do równania $y = \frac{8}{x^2 + k}$ podstawiamy $x = -3$, $y = 4$ oraz proponowaną wartość k.

A.	B.	C.	D.
$x = -3$, $y=4$, $k = -11$	$x = -3$, $y=4$, $k = -7$	$x = -3$, $y = 4$, $k = 7$	$x = -3$, $y = 4$, $k = 11$
$\mathbf{4} = \frac{8}{(\mathbf{-3})^2 + (\mathbf{-11})}$	$\mathbf{4} = \frac{8}{(\mathbf{-3})^2 + (\mathbf{-7})}$	$\mathbf{4} = \frac{8}{(\mathbf{-3})^2 + \mathbf{7}}$	$\mathbf{4} = \frac{8}{(\mathbf{-3})^2 + \mathbf{11}}$
$4 = \frac{8}{9 - 11}$	$4 = \frac{8}{9 - 7}$	$4 = \frac{8}{9 + 7}$	$4 = \frac{8}{9 + 11}$
$4 = \frac{8}{-2}$	$4 = \frac{8}{2}$	$4 = \frac{8}{16}$	$4 = \frac{8}{20}$
$\mathbf{4 = -4}$	$\mathbf{4 = 4}$	$\mathbf{4 = 0{,}5}$	$\mathbf{4 = 0{,}4}$
równość fałszywa	równość **prawdziwa**	równość fałszywa	równość fałszywa

Tylko w przypadku odp. **B** otrzymaliśmy prawdziwą równość, więc odp. **B** jest poprawna.

10.59.

Rozwiązanie I:

Wzór funkcji *f* zapisujemy jako $y = \dfrac{p}{x - p}$.

Podstawiamy $\boldsymbol{x = -1}$, $\boldsymbol{y = -2}$ do równania $y = \dfrac{p}{x - p}$ i wyliczamy $\boldsymbol{p}$.

$$-\mathbf{2} = \frac{p}{-\mathbf{1} - p} \qquad |\cdot(-1 - p)$$

$$-2(-1 - p) = p$$

$$2 + 2p = p$$

$$2p - p = -2$$

$$p = -\mathbf{2}$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Podstawiamy $\boldsymbol{x = -1}$, $\boldsymbol{y = -2}$ oraz każdą z proponowanych wartości $\boldsymbol{p}$ do równania $y = \dfrac{p}{x - p}$, sprawdzając poprawność każdej z odpowiedzi.

A.

$\boldsymbol{x = -1}$, $\boldsymbol{y = -2}$, $\boldsymbol{p = -2}$

$$-\mathbf{2} = \frac{-\mathbf{2}}{-\mathbf{1} - (-\mathbf{2})}$$

$$-2 = \frac{-2}{-1 + 2}$$

$$-\mathbf{2} = \frac{-\mathbf{2}}{\mathbf{1}}$$

równość **prawdziwa**

B.

$\boldsymbol{x = -1}$, $\boldsymbol{y = -2}$, $\boldsymbol{p = -1}$

$$-\mathbf{2} = \frac{-\mathbf{1}}{-\mathbf{1} - (-\mathbf{1})}$$

$$-2 = \frac{-1}{-1 + 1}$$

$$-\mathbf{2} = \frac{-\mathbf{1}}{\mathbf{0}}$$

dzielenie przez 0

C.

$\boldsymbol{x = -1}$, $\boldsymbol{y = -2}$, $\boldsymbol{p = 1}$

$$-\mathbf{2} = \frac{\mathbf{1}}{-\mathbf{1} - \mathbf{1}}$$

$$-2 = \frac{-1}{-2}$$

$$-\mathbf{2} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

równość fałszywa

D.

$\boldsymbol{x = -1}$, $\boldsymbol{y = -2}$, $\boldsymbol{p = 2}$

$$-\mathbf{2} = \frac{\mathbf{2}}{-\mathbf{1} - \mathbf{2}}$$

$$-2 = \frac{2}{-3}$$

$$-\mathbf{2} = -\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$$

równość fałszywa

Tylko w odp. **A** otrzymaliśmy prawdziwą równość. Odp. **A** jest poprawna.

10.60.

Rozwiązanie I:

Początek układu współrzędnych to punkt **(0, 0)**.

Wzór funkcji zapisujemy jako $y = \frac{x-1-3a}{x-2}$.

Podstawiamy $\boldsymbol{x = 0}$, $\boldsymbol{y = 0}$ do równania $y = \frac{x-1-3a}{x-2}$ i wyliczamy $\boldsymbol{a}$.

$$\mathbf{0} = \frac{\mathbf{0}-1-3a}{\mathbf{0}-2}$$

$$0 = \frac{-1-3a}{-2} \qquad |\cdot(-2)$$

$$0\cdot(-2) = -1-3a$$

$$0 = -1-3a$$

$$3a = -1 \qquad |:3$$

$$a = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z przybliżenia ułamka $\frac{1}{3} \approx \mathbf{0{,}33}$.

Z warunku na początek układu współrzędnych, czyli punkt **(0, 0)**, do równania $y = \frac{x-1-3a}{x-2}$ podstawiamy $\boldsymbol{x = 0}$, $\boldsymbol{y = 0}$ oraz proponowane wartości $\boldsymbol{a}$. W ten sposób ocenimy poprawność poszczególnych odpowiedzi.

A. $\boldsymbol{x = 0}$, $\boldsymbol{y = 0}$, $\boldsymbol{a = -1}$

$$\mathbf{0} = \frac{\mathbf{0}-1-3\cdot(-\mathbf{1})}{\mathbf{0}-2}$$

$$0 = \frac{0-1+3}{-2}$$

$$0 = \frac{2}{-2}$$

$$\mathbf{0 = -1}$$

B. $\boldsymbol{x = 0}$, $\boldsymbol{y = 0}$, $\boldsymbol{a = 1}$

$$\mathbf{0} = \frac{\mathbf{0}-1-3\cdot\mathbf{1}}{\mathbf{0}-2}$$

$$0 = \frac{0-1-3}{-2}$$

$$0 = \frac{-4}{-2}$$

$$\mathbf{0 = 2}$$

C. $\boldsymbol{x = 0}$, $\boldsymbol{y = 0}$, $\boldsymbol{a = 0{,}33}$

$$\mathbf{0} = \frac{\mathbf{0}-1-3\cdot\mathbf{0{,}33}}{\mathbf{0}-2}$$

$$0 = \frac{0-1-0{,}99}{-2}$$

$$0 = \frac{-1{,}99}{-2}$$

$$\mathbf{0 = 0{,}995}$$

D. $\boldsymbol{x = 0}$, $\boldsymbol{y = 0}$, $\boldsymbol{a = -0{,}33}$

$$\mathbf{0} = \frac{\mathbf{0}-1-3\cdot(-\mathbf{0{,}33})}{\mathbf{0}-2}$$

$$0 = \frac{0-1+0{,}99}{-2}$$

$$0 = \frac{-0{,}01}{-2}$$

$$\mathbf{0 = 0{,}005}$$

Spośród wszystkich rezultatów w odpowiedziach, równość **0 = 0,005** z odp. **D** jest najbliższa prawdy. Oznacza to, że odp. **D** jest poprawna.

10.61.

Rozwiązanie I:

$$f\left(-\mathbf{3}\sqrt{\mathbf{2}}\right)=\frac{42-\sqrt{2}\cdot\left(-\mathbf{3}\sqrt{\mathbf{2}}\right)^3}{60-3\cdot\left(-\mathbf{3}\sqrt{\mathbf{2}}\right)^2}=\frac{42-\sqrt{2}\cdot\left(-27\sqrt{8}\right)}{60-3\cdot 9\cdot 2}=\frac{42+27\sqrt{2\cdot 8}}{60-54}=\frac{42+27\sqrt{16}}{6}=$$

$$=\frac{42+27\cdot 4}{6}=\frac{42+108}{6}=\frac{150}{6}=\mathbf{25}$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z przybliżenia $\sqrt{2}\approx 1{,}41$. Wówczas $-3\sqrt{2}\approx -3\cdot 1{,}41=-4{,}23$.

Obliczamy $f(-4{,}23)$, podstawiając w miejsce $\boldsymbol{x}$ do wzoru liczbę ujemną **–4,23**.

$$f(-\mathbf{4{,}23})\approx\frac{42-1{,}41\cdot(-\mathbf{4{,}23})^3}{60-3\cdot(-\mathbf{4{,}23})^2}=\frac{42-1{,}41\cdot(-\mathbf{75{,}687})}{60-3\cdot\mathbf{17{,}89}}\approx\frac{42+106{,}72}{60-53{,}67}=\frac{148{,}72}{6{,}33}\approx\mathbf{23{,}49}.$$

Liczby **(–4,23)³** oraz **(–4,23)²** obliczamy na kalkulatorze:

(–4,23)³ → $\boxed{-}\boxed{4}\boxed{,}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}$ → wynik ujemny: **–75,687**

(–4,23)² → $\boxed{-}\boxed{4}\boxed{,}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{\times}\boxed{=}$ → wynik dodatni: **17,89**

Przybliżamy wartości liczbowe z odpowiedzi:

B. $\frac{25}{19}\approx\mathbf{1{,}316}$

C. $\frac{42+4\sqrt{2}}{60+9\sqrt{2}}\approx\frac{42+4\cdot 1{,}41}{60+9\cdot 1{,}41}=\frac{42+5{,}64}{60+12{,}69}=\frac{47{,}64}{72{,}69}\approx\mathbf{0{,}655}$

D. $\frac{42-27\sqrt{2}}{6}\approx\frac{42-27\cdot 1{,}41}{6}=\frac{42-38{,}07}{6}=\frac{3{,}93}{6}=\mathbf{0{,}655}$

Spośród wyników w odpowiedzi, najbliżej rezultatu **23,49** pozostaje odp. **A** czyli **25**.
Oznacza to, że odp. **A** jest prawidłowa.

10.62.
Rozwiązanie I:

$$f\left(-\sqrt{2}\right)=\frac{3\cdot\left(-\sqrt{2}\right)}{\left(-\sqrt{2}\right)^2+4}=\frac{-3\sqrt{2}}{2+4}=\frac{-3\sqrt{2}}{6}=-\frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{2}}.$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:
Korzystamy z przybliżeń $\sqrt{2}\approx 1{,}41$ oraz $\sqrt{6}\approx 2{,}45$.
Zamiast $f\left(-\sqrt{2}\right)$ będziemy więc liczyć $f(-1{,}41)$, podstawiając liczbę **–1,41** w miejsce każdego ***x***-sa we wzorze funkcji.

$$f(-\mathbf{1{,}41})=\frac{3\cdot(-\mathbf{1{,}41})}{(-\mathbf{1{,}41})^2+4}=\frac{-4{,}23}{1{,}9881+4}=\frac{-4{,}23}{5{,}9881}\approx -\mathbf{0{,}706}.$$

Przybliżamy wartości liczb podanych w odpowiedziach:

A. $-\frac{\sqrt{6}}{6}\approx -\frac{2{,}45}{6}\approx -0{,}408$

B. $-\frac{\sqrt{6}}{2}\approx -\frac{2{,}45}{2}=-1{,}225$

C. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}\approx -\frac{3\cdot 1{,}41}{2}=-\frac{4{,}23}{2}=-2{,}115$

D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}\approx -\frac{1{,}41}{2}=-\frac{4{,}23}{2}=-\mathbf{0{,}705}$.

Najbliżej rezultatu **–0,706** jest wynik **–0,705** z odp. **D**. Oznacza to, że odp. **D** jest poprawna.

10.63.

Rozwiązanie I:

$$f\left(-\sqrt{3}\right)=\frac{\left(-\sqrt{3}\right)^{3}}{\left(-\sqrt{3}\right)^{6}+3}=\frac{-3\sqrt{3}}{3^{3}+3}=\frac{-3\sqrt{3}}{30}=-\frac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{10}}.$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z tego, że $\frac{1}{4}=\mathbf{0{,}25}$ oraz z przybliżenia $\sqrt{3}\approx\mathbf{1{,}73}$.

Zamiast $f\left(-\sqrt{3}\right)$, obliczamy $f(-\mathbf{1{,}73})$, podstawiając ujemną liczbę **(–1,73)** w miejsce każdego ***x*** we wzorze funkcji.

$$f(-\mathbf{1{,}73})=\frac{(-\mathbf{1{,}73})^{3}}{(-\mathbf{1{,}73})^{6}+3}\approx\frac{-5{,}1777}{26{,}81+3}=\frac{-5{,}1777}{29{,}81}\approx\mathbf{-0{,}17}.$$

Liczby **(–1,73)³** oraz **(–1,73)⁶** obliczamy na kalkulatorze:

(–1,73)³ → $\boxed{-}\boxed{1}\boxed{,}\boxed{7}\boxed{3}\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}$ → wynik ujemny: **–5,1777**

(–1,73)⁶ → $\boxed{-}\boxed{1}\boxed{,}\boxed{7}\boxed{3}\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}$ → wynik dodatni: **26,81**

Przybliżamy liczby podane w obliczeniach.

A. $\frac{-\sqrt{3}}{10}\approx\frac{-1{,}73}{10}=\mathbf{-0{,}173}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{8}\approx\frac{1{,}73}{8}\approx 0{,}216$

C. $-\frac{1}{4}=-0{,}25$

D. $\frac{1}{4}=0{,}25$

Okazało się, że najbliżej rezultatu **–0,17** jest wynik **–0,173** z odpowiedzi **A**.

Oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

10.64.

Rozwiązanie I:

Odpowiedzi wskazują, że trzeba wyliczyć wartość funkcji $f\left(-\sqrt[3]{6}\right)$.

$$f\left(-\sqrt[3]{\mathbf{6}}\right)=\frac{-3\cdot\left(-\sqrt[3]{\mathbf{6}}\right)^3}{2\cdot\left(-\sqrt[3]{\mathbf{6}}\right)^6+3}=\frac{-3\cdot(-6)}{2\cdot 6^2+3}=\frac{18}{2\cdot 36+3}=\frac{18}{75}=\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{25}}.$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Staramy się przybliżyć wartość liczbową $\sqrt[3]{\mathbf{6}}$ za pomocą kalkulatora,
tzn. <u>**zgadnąć**</u> (w przybliżeniu) liczbę, która podniesiona do 3-ciej potęgi będzie równa **6**.

Do zgadywania próbujemy kilka liczb.
Możemy zacząć np. od liczby **1,5**.
Wykonujemy działanie **1,5**^{3} i patrzymy czy wynik jest mniejszy, czy większy od **6**.

1,5^3 → $\boxed{1}\boxed{,}\boxed{5}\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}$ → wynik **3,375** (za mało)

próbujemy większą niż **1,5** liczbę, np. **1,7**.

1,7^3 → $\boxed{1}\boxed{,}\boxed{7}\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}$ → wynik **4,913** (za mało)

jeszcze zwiększamy liczbę, np. do **1,9**.

1,7^3 → $\boxed{1}\boxed{,}\boxed{9}\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}$ → wynik **6,859** (za dużo)

zmniejszamy nieco liczbę, żeby była z przedziału od **1,7** do **1,9**, np. **1,83**

1,83^3 → $\boxed{1}\boxed{,}\boxed{8}\boxed{3}\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}$ → wynik **6,1284** (za dużo)

Uznajmy, że **6,1284** to już dostatecznie blisko **6**.
Odgadliśmy, że liczba **1,83**, podniesiona do 3-ciej potęgi jest w przybliżeniu równa **6**.
Zatem $\sqrt[3]{\mathbf{6}}\approx\mathbf{1{,}83}$.
Zamiast $f\left(-\sqrt[3]{6}\right)$ obliczamy $f(-\mathbf{1{,}83})$.

$$f(-\mathbf{1{,}83})=\frac{-3\cdot(-\mathbf{1{,}83})^3}{2\cdot(-\mathbf{1{,}83})^6+3}\approx\frac{-3\cdot(-\mathbf{6{,}128})}{2\cdot\mathbf{37{,}558}+3}=\frac{18{,}384}{78{,}116}\approx\mathbf{0{,}235}.$$

Liczby **(–1,83)**^{3} oraz **(–1,83)**^{6} obliczamy na kalkulatorze:

(–1,83)^3 → $\boxed{-}\boxed{1}\boxed{,}\boxed{8}\boxed{3}\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}$ → wynik ujemny: **–6,128**

(–1,83)^6 → $\boxed{-}\boxed{1}\boxed{,}\boxed{8}\boxed{3}\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}$ →wynik dodatni: **37,558**

Przybliżamy proponowane wartości funkcji oceniając, która z nich jest najbliżej wyniku **0,235**

A. $-\frac{6}{23}\approx-0{,}26$ B. $-\frac{6}{25}=-0{,}24$ C. $\frac{6}{25}=\mathbf{0{,}24}$ D. $\frac{6}{23}\approx 0{,}26$.

Okazuje się, że wynik **0,24** z odp. **C** jest najbliżej wyniku **0,235**. Zatem odp. **C** jest poprawna.

10.65.

Rozwiązanie I:

$$f\left(-\sqrt[3]{\mathbf{3}}\right)=\frac{24}{\left(-\sqrt[3]{\mathbf{3}}\right)^3+\left(-\sqrt[3]{\mathbf{3}}\right)^6}=\frac{24}{-3+(-3)^2}=\frac{24}{-3+9}=\frac{24}{6}=\mathbf{4}.$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Staramy się przybliżyć wartość liczbową $\sqrt[3]{\mathbf{3}}$ za pomocą kalkulatora,
tzn. **zgadnąć** (w przybliżeniu) liczbę, która podniesiona do 3-ciej potęgi będzie równa **3**.

Do zgadywania próbujemy kilka liczb.
Możemy zacząć np. od liczby **1,5**.
Wykonujemy działanie **1,5**^{3} i patrzymy czy wynik jest mniejszy, czy większy od **3**.

1,5^3 → | 1 | , | 5 | × | = | = | → wynik **3,375** (za dużo)

próbujemy mniejszą niż **1,5** liczbę, np. **1,4**.

1,4^3 → | 1 | , | 4 | × | = | = | → wynik **2,744** (za mało)

zwiększamy nieco liczbę, żeby była z przedziału od **1,4** do **1,5**, np. **1,45**

1,45^3 → | 1 | , | 4 | 5 | × | = | = | → wynik **3,049** (za dużo)

Jednak **3,049** to już dostatecznie blisko **3**.
Odgadliśmy, że liczba **1,45**, podniesiona do 3-ciej potęgi jest w przybliżeniu równa **3**.
Zatem $\sqrt[3]{\mathbf{3}}\approx\mathbf{1{,}45}$.
Zamiast $x=-\sqrt[3]{3}$ mamy $\boldsymbol{x}=\mathbf{-1{,}45}$.

Podstawiamy do wzoru funkcji $f(x)=\dfrac{24}{x^3+x^6}$ wszędzie w miejsce $\boldsymbol{x}$ liczbę ujemną **–1,45**.

$$f(-\mathbf{1{,}45})=\frac{24}{(-\mathbf{1{,}45})^3+(-\mathbf{1{,}45})^6}\approx\frac{24}{-\mathbf{3{,}049}+\mathbf{9{,}294}}=\frac{24}{6{,}245}\approx\mathbf{3{,}84}.$$

Podczas obliczania powyższego wyrażenia, liczby **(–1,45)**^{3} oraz **(–1,45)**^{6} obliczamy na kalkulatorze:

(–1,45)^3 → | − | 1 | , | 4 | 5 | × | = | = | → wynik ujemny: **–3,049**

(–1,45)^6 → | − | 1 | , | 4 | 5 | × | = | = | = | = | = | → wynik dodatni: **9,294**

Spośród liczb w odpowiedziach, najbliżej rezultatu **3,84** jest liczba **4**, która jest w odp. **D**.
Oznacza to, że odp. **D** jest poprawna.