11.1.

We wzorze ciągu podstawiamy liczbę **5** w miejsce ***n***.

$$a_5 = \frac{4 \cdot \mathbf{5} - (-1)^{\mathbf{5}+3}}{(-2)^{\mathbf{5}+1}} = \frac{20 - \overbrace{(-1)^8}^{1}}{\underbrace{(-2)^6}_{2^6}} = \frac{20-1}{2^6} = \frac{\mathbf{19}}{\mathbf{64}}.$$

Odp. **A**

11.2.
We wzorze ciągu podstawiamy liczbę **3** w miejsce ***n***.

$$a_{\mathbf{3}} = \frac{8\cdot\mathbf{3}+(-1)^{\mathbf{3}+3}}{2\cdot\mathbf{3}-(-2)^{\mathbf{3}+1}} = \frac{24+\overbrace{(-1)^6}^{1}}{6-\underbrace{(-2)^4}_{2^4}} = \frac{24+1}{6-2^4} = \frac{25}{6-16} = \frac{25}{-10} = -\frac{25}{10} = -\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}}.$$

Odp. **B**

11.3.

Odpowiedzi wskazują na to, że trzeba wyliczyć a_8. Podstawiamy **8** w miejsce ***n***:

$$a_{\mathbf{8}} = \frac{4}{4-3\cdot(-1)^{\mathbf{8}+2}} = \frac{4}{4-3\cdot\underbrace{(-1)^{10}}_{1}} = \frac{4}{4-3\cdot 1} = \frac{4}{1} = \mathbf{4}.$$

Odp. **C**

11.4.

Odpowiedzi wskazują na to, że trzeba wyliczyć a_7. Podstawiamy **7** w miejsce ***n***:

$a_7 = 3 - (-2)^{7+1} = 3 - \underbrace{(-2)^8}_{2^8} = 3 - 2^8 = 3 - 256 = \mathbf{-253}$.

Odp. **A**

11.5.

We wzorze ciągu podstawiamy liczbę **10** w miejsce ***n***.

$$a_{10} = \frac{7 - \overbrace{(-1)^{\mathbf{10}}}^{1}}{7 + \underbrace{(-1)^{\mathbf{10}}}_{1}} = \frac{7-1}{7+1} = \frac{6}{8} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}.$$

Odp. **D**

11.6.

Odpowiedzi wskazują na to, że trzeba wyliczyć a_2. Podstawiamy **2** w miejsce ***n***:

$$a_{\mathbf{2}} = \frac{3\cdot\mathbf{2} - 2\cdot(-1)^{\mathbf{2}+1}}{2\cdot(-1)^{\mathbf{2}+3}} = \frac{6-2\cdot\overbrace{(-1)^3}^{(-1)}}{2\cdot\underbrace{(-1)^5}_{(-1)}} = \frac{6-2\cdot(-1)}{2\cdot(-1)} = \frac{6+2}{-2} = \frac{8}{-2} = \mathbf{-4}\,.$$

Odp. **A**

11.7.

We wzorze ciągu podstawiamy liczbę **3** w miejsce ***n***.

$$a_3 = \frac{5\cdot\mathbf{3} + \overbrace{(-1)^{\mathbf{3}}}^{(-1)}}{4 - \underbrace{(-3)^{\mathbf{3}}}_{(-27)}} = \frac{15+(-1)}{4-(-27)} = \frac{15-1}{4+27} = \frac{\mathbf{14}}{\mathbf{31}}.$$

Odp. **C**

11.8.

We wzorze ciągu podstawiamy liczbę **4** w miejsce ***n***.

$$a_4 = \frac{5-(-1)^{\mathbf{4}-1}}{3\cdot(-2)^{\mathbf{4}+1}} = \frac{5-\overbrace{(-1)^3}^{(-1)}}{3\cdot\underbrace{(-2)^5}_{(-32)}} = \frac{5-(-1)}{3\cdot(-32)} = \frac{5+1}{-96} = \frac{6}{-96} = -\frac{6}{96} = -\mathbf{\frac{1}{16}}.$$

Odp. **B**

11.9.

Odpowiedzi wskazują na to, że trzeba wyliczyć a_5. Podstawiamy **5** w miejsce ***n***:

$$a_{\mathbf{5}} = (-2)^{\mathbf{5}} - 2\cdot(-1)^{\mathbf{5}-2} = -32 - 2\cdot\underbrace{(-1)^7}_{(-1)} = -32 - 2\cdot(-1) = -32 + 2 = \mathbf{-30}\ .$$

Odp. **D**

11.10.

Odpowiedzi wskazują na to, że trzeba wyliczyć a_{12}. Podstawiamy **12** w miejsce ***n***:

$$a_{\mathbf{12}} = \frac{\mathbf{12}+1}{3-2\cdot(-5)^{\mathbf{12}-11}} = \frac{13}{3-2\cdot(-5)^{1}} = \frac{13}{3-2\cdot(-5)} = \frac{13}{3+10} = \frac{13}{13} = \mathbf{1}.$$

Odp. **C**

11.11.

Rozwiązanie I:

Przyrównujemy wzór ciągu do **5**, tzn. rozwiązujemy równanie $8-\frac{12}{n+1}=\mathbf{5}$.

$8-\frac{12}{n+1}=5$

$-\frac{12}{n+1}=5-8$

$-\frac{12}{n+1}=-3 \quad |\cdot(-1)$

$\frac{12}{n+1}=3 \quad |\cdot(n+1)$

$12=3(n+1)$

$12=3n+3$

$-3n=3-12$

$-3n=-9 \quad |:(-3)$

$n=\mathbf{3}$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Liczymy wyrazy ciągu zaproponowane w odpowiedziach i oceniamy, który z nich wynosi **5**.

A. liczymy a_4:

$a_4=8-\frac{12}{\mathbf{4}+1}$

$a_4=8-\frac{12}{5}$

$a_4=8-2{,}4$

$a_4=\mathbf{5{,}6}\neq 5$

B. liczymy a_3:

$a_3=8-\frac{12}{\mathbf{3}+1}$

$a_3=8-\frac{12}{4}$

$a_3=8-3$

$a_3=\mathbf{5}$

C. liczymy a_6:

$a_6=8-\frac{12}{\mathbf{6}+1}$

$a_6=8-\frac{12}{7}$

$a_6\approx 8-1{,}71$

$a_6\approx\mathbf{6{,}29}\neq 5$

D. liczymy a_5:

$a_5=8-\frac{12}{\mathbf{5}+1}$

$a_5=8-\frac{12}{6}$

$a_5=8-2$

$a_5=\mathbf{6}\neq 5$

Z powyższych obliczeń wynika, że $a_3=5$, tzn. **trzecim wyrazem** ciągu jest liczba **5**.

Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

11.12.

Rozwiązanie I:

Przyrównujemy wzór ciągu do **3**, tzn. rozwiązujemy równanie $-1+\frac{36}{n}=\mathbf{3}$.

$-1+\frac{36}{n}=3$

$\frac{36}{n}=3+1$

$\frac{36}{n}=4 \qquad |\cdot n$

$36=4n \qquad |:4$

$\mathbf{9}=n$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Liczymy wyrazy ciągu zaproponowane w odpowiedziach i oceniamy, który z nich wynosi **3**.

A. a_{11}	B. a_9	C. a_{13}	D. a_{12}
$a_{\mathbf{11}}=-1+\frac{36}{\mathbf{11}}$	$a_{\mathbf{9}}=-1+\frac{36}{\mathbf{9}}$	$a_{\mathbf{13}}=-1+\frac{36}{\mathbf{13}}$	$a_{\mathbf{12}}=-1+\frac{36}{\mathbf{12}}$
$a_{11}\approx-1+3{,}27$	$a_9=-1+4$	$a_9\approx-1+2{,}77$	$a_{12}=-1+3$
$a_{11}\approx\mathbf{2{,}27}\neq3$	$a_9=\mathbf{3}$	$a_9\approx\mathbf{1{,}77}\neq3$	$a_{12}=\mathbf{2}\neq3$

Okazało się, że $a_9=3$, tzn. **dziewiąty wyraz** ciągu jest równy **3**. Odp. **B** jest poprawna.

11.13.
Rozwiązanie I:

Przyrównujemy wzór ciągu do **4**, tzn. rozwiązujemy równanie $\frac{74-2n}{n+2}=\mathbf{4}$.

$\frac{74-2n}{n+2}=4 \qquad |\cdot(n+2)$

$74-2n=4(n+2)$

$74-2n=4n+8$

$-2n-4n=8-74$

$-6n=-66 \qquad |:(-6)$

$n=\mathbf{11}$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:
Liczymy wyrazy ciągu zaproponowane w odpowiedziach i oceniamy, który z nich wynosi **4**.

A. a_{11}	B. a_{12}	C. a_4	D. a_5
$a_{11}=\frac{74-2\cdot\mathbf{11}}{\mathbf{11}+2}$	$a_{12}=\frac{74-2\cdot\mathbf{12}}{\mathbf{12}+2}$	$a_4=\frac{74-2\cdot\mathbf{4}}{\mathbf{4}+2}$	$a_5=\frac{74-2\cdot\mathbf{5}}{\mathbf{5}+2}$
$a_{11}=\frac{74-22}{13}$	$a_{12}=\frac{74-24}{14}$	$a_4=\frac{74-8}{6}$	$a_5=\frac{74-10}{7}$
$a_{11}=\frac{52}{13}$	$a_{12}=\frac{50}{14}$	$a_4=\frac{66}{6}$	$a_5=\frac{64}{7}$
$a_{11}=\mathbf{4}$	$a_{12}\approx\mathbf{3{,}57}\neq 4$	$a_4=\mathbf{11}\neq 4$	$a_5\approx\mathbf{9{,}14}\neq 4$

Okazało się, że $a_{11}=4$, tzn. **jedenasty wyraz** ciągu jest równy **4**. Odp. **A** jest poprawna.

11.14.
Rozwiązanie I:

Przyrównujemy wzór ciągu do **9**, tzn. rozwiązujemy równanie $4+\frac{45}{2n-3}=\mathbf{9}$.

$$4+\frac{45}{2n-3}=9$$
$$\frac{45}{2n-3}=9-4$$
$$\frac{45}{2n-3}=5 \qquad |\cdot(2n-3)$$
$$45=5(2n-3)$$
$$45=10n-15$$
$$-10n=-15-45$$
$$-10n=-60 \qquad |:(-10)$$
$$n=\mathbf{6}$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:
Liczymy wyrazy ciągu zaproponowane w odpowiedziach i oceniamy, który z nich wynosi **9**.

A. a_5

$$a_5=4+\frac{45}{2\cdot\mathbf{5}-3}$$
$$a_5=4+\frac{45}{10-3}$$
$$a_5=4+\frac{45}{7}$$
$$a_5\approx 4+6{,}43$$
$$a_5\approx \mathbf{10{,}43}\neq 9$$

B. a_{11}

$$a_{11}=4+\frac{45}{2\cdot\mathbf{11}-3}$$
$$a_{11}=4+\frac{45}{22-3}$$
$$a_{11}=4+\frac{45}{19}$$
$$a_{11}\approx 4+2{,}37$$
$$a_{11}\approx \mathbf{6{,}37}\neq 9$$

C. a_7

$$a_7=4+\frac{45}{2\cdot\mathbf{7}-3}$$
$$a_7=4+\frac{45}{14-3}$$
$$a_7=4+\frac{45}{11}$$
$$a_7\approx 4+4{,}09$$
$$a_7\approx \mathbf{8{,}09}\neq 9$$

D. a_6

$$a_6=4+\frac{45}{2\cdot\mathbf{6}-3}$$
$$a_6=4+\frac{45}{12-3}$$
$$a_6=4+\frac{45}{9}$$
$$a_6=4+5$$
$$a_6=\mathbf{9}$$

Okazało się, że $a_6 = 9$, tzn. **szósty wyraz** ciągu jest równy **9**. Odp. **D** jest poprawna.

11.15.
Rozwiązanie I:

Przyrównujemy wzór ciągu do **2**, tzn. rozwiązujemy równanie $\frac{36}{n+2}+1=\mathbf{2}$.

$$\frac{36}{n+2}+1=2$$

$$\frac{36}{n+2}=2-1$$

$$\frac{36}{n+2}=1 \qquad |\cdot(n+2)$$

$$36=1(n+2)$$

$$36=n+2$$

$$36-2=n$$

$$\mathbf{34}=n$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:
Liczymy wyrazy ciągu zaproponowane w odpowiedziach i oceniamy, który z nich wynosi **2**.

A. a_8	B. a_{10}	C. a_{34}	D. a_4
$a_{\mathbf{8}}=\frac{36}{\mathbf{8}+2}+1$	$a_{\mathbf{10}}=\frac{36}{\mathbf{10}+2}+1$	$a_{\mathbf{34}}=\frac{36}{\mathbf{34}+2}+1$	$a_{\mathbf{4}}=\frac{36}{\mathbf{4}+2}+1$
$a_8=\frac{36}{10}+1$	$a_{10}=\frac{36}{12}+1$	$a_{34}=\frac{36}{36}+1$	$a_4=\frac{36}{6}+1$
$a_8=3{,}6+1$	$a_{10}=3+1$	$a_{34}=1+1$	$a_4=6+1$
$a_8=\mathbf{4{,}6}\neq 2$	$a_{10}=\mathbf{4}\neq 2$	$a_{34}=\mathbf{2}$	$a_4=\mathbf{7}\neq 2$

Okazało się, że $a_{34}=2$, tzn. **trzydziesty czwarty wyraz** ciągu jest równy **2**.
Oznacza to, że odp. **C** jest poprawna.

11.16.
Rozwiązanie I:

Przyrównujemy wzór ciągu do **4**, tzn. rozwiązujemy równanie $\frac{5n-9}{n} = \mathbf{4}$.

$\frac{5n-9}{n} = 4 \qquad |\cdot n$

$5n - 9 = 4n$

$5n - 4n = 9$

$n = \mathbf{9}$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:
W miejsce ***n*** podstawiamy proponowane liczby i oceniamy, który z wyrazów ciągu wynosi **4**.

A. $n = 9$	B. $n = 8$	C. $n = 10$	D. $n = 3$
$a_{\mathbf{9}} = \frac{5\cdot\mathbf{9}-9}{\mathbf{9}}$	$a_{\mathbf{8}} = \frac{5\cdot\mathbf{8}-9}{\mathbf{8}}$	$a_{\mathbf{10}} = \frac{5\cdot\mathbf{10}-9}{\mathbf{10}}$	$a_{\mathbf{3}} = \frac{5\cdot\mathbf{3}-9}{\mathbf{3}}$
$a_9 = \frac{45-9}{9}$	$a_8 = \frac{40-9}{8}$	$a_{10} = \frac{50-9}{10}$	$a_3 = \frac{15-9}{3}$
$a_9 = \frac{36}{9}$	$a_8 = \frac{31}{8}$	$a_{10} = \frac{41}{10}$	$a_3 = \frac{6}{3}$
$a_9 = \mathbf{4}$	$a_8 = \mathbf{3{,}875} \neq 4$	$a_{10} = \mathbf{4{,}1} \neq 4$	$a_3 = \mathbf{2} \neq 4$

Okazało się, że $a_9 = 4$, tzn. $a_{\boldsymbol{n}} = 4$ dla $\boldsymbol{n} = \mathbf{9}$. Oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

11.17.
Rozwiązanie I:

Przyrównujemy wzór ciągu do **–2**, tzn. rozwiązujemy równanie $-4+\frac{12}{n}=\mathbf{-2}$.

$$-4+\frac{12}{n}=-2$$

$$\frac{12}{n}=-2+4$$

$$\frac{12}{n}=2 \qquad |\cdot n$$

$$12=2n \qquad |:2$$

$$\mathbf{6}=n$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:
W miejsce ***n*** podstawiamy proponowane liczby i sprawdzamy, czy jest wyraz ciągu równy **–2**.

A. $n = 2$	B. $n = 4$	D. $n = 6$
$a_{\mathbf{2}}=-4+\frac{12}{\mathbf{2}}$	$a_{\mathbf{4}}=-4+\frac{12}{\mathbf{4}}$	$a_{\mathbf{6}}=-4+\frac{12}{\mathbf{6}}$
$a_2=-4+6$	$a_4=-4+3$	$a_6=-4+2$
$a_2=\mathbf{2}\neq-2$	$a_4=\mathbf{-1}\neq-2$	$a_6=\mathbf{-2}$

Okazało się, że $a_{\mathbf{6}}$ **=** –2, czyli równość $a_{\boldsymbol{n}}$ = –2 jest spełniona dla ***n* = 6**.
Oznacza to, że odp. **D** jest poprawna.

11.18.

Rozwiązanie I:

Przyrównujemy wzór ciągu do **1**, tzn. rozwiązujemy równanie $\frac{14-2n}{n+2} = \mathbf{1}$.

$\frac{14-2n}{n+2} = 1 \qquad |\cdot(n+2)$

$14-2n = 1(n+2)$

$14-2n = n+2$

$-2n-n = 2-14$

$-3n = -12 \qquad |:(-3)$

$n = \mathbf{4}$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

W miejsce ***n*** podstawiamy proponowane liczby i oceniamy, który z wyrazów ciągu wynosi **1**.

A. $n = 4$	B. $n = 2$	C. $n = 3$	D. $n = 5$
$a_4 = \frac{14-2\cdot\mathbf{4}}{\mathbf{4}+2}$	$a_2 = \frac{14-2\cdot\mathbf{2}}{\mathbf{2}+2}$	$a_3 = \frac{14-2\cdot\mathbf{3}}{\mathbf{3}+2}$	$a_5 = \frac{14-2\cdot\mathbf{5}}{\mathbf{5}+2}$
$a_4 = \frac{14-8}{6}$	$a_2 = \frac{14-4}{4}$	$a_3 = \frac{14-6}{5}$	$a_5 = \frac{14-10}{7}$
$a_4 = \frac{6}{6}$	$a_2 = \frac{10}{4}$	$a_3 = \frac{8}{5}$	$a_5 = \frac{4}{7}$
$a_4 = \mathbf{1}$	$a_2 = \mathbf{2{,}5} \neq 1$	$a_3 = \mathbf{1{,}6} \neq 1$	$a_5 \approx \mathbf{0{,}57} \neq 1$

Okazało się, że $a_4 = 1$, tzn. $a_n = 1$ dla $\boldsymbol{n} = \mathbf{4}$. Oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

11.19.
Rozwiązanie I:

Przyrównujemy wzór ciągu do **4**, tzn. rozwiązujemy równanie $\frac{128}{n^2}+2=\mathbf{4}$.

$\frac{128}{n^2}+2=4$

$\frac{128}{n^2}=4-2$

$\frac{128}{n^2}=2 \qquad |\cdot n^2$

$128=2n^2 \qquad |:2$

$64=n^2$

$n=\mathbf{8}$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:
W miejsce ***n*** podstawiamy proponowane liczby i oceniamy, który z wyrazów ciągu wynosi **4**.

A. $n = 10$	B. $n = 8$	C. $n = 6$	D. $n = 4$
$a_{\mathbf{10}}=\frac{128}{\mathbf{10}^2}+2$	$a_{\mathbf{8}}=\frac{128}{\mathbf{8}^2}+2$	$a_{\mathbf{6}}=\frac{128}{\mathbf{6}^2}+2$	$a_{\mathbf{4}}=\frac{128}{\mathbf{4}^2}+2$
$a_{10}=\frac{128}{100}+2$	$a_8=\frac{128}{64}+2$	$a_6=\frac{128}{36}+2$	$a_4=\frac{128}{16}+2$
$a_{10}=1{,}28+2$	$a_8=2+2$	$a_6=3{,}555...+2$	$a_4=8+2$
$a_{10}=\mathbf{3{,}28}\neq 4$	$a_8=\mathbf{4}$	$a_6=\mathbf{5{,}555}...\neq 4$	$a_4=\mathbf{10}\neq 4$

Okazało się, że $a_8 = 4$, tzn. $a_n = 4$ dla $\boldsymbol{n} = \mathbf{8}$. Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

11.20.
Rozwiązanie I:

Przyrównujemy wzór ciągu do **1**, tzn. rozwiązujemy równanie $\frac{10}{n+1} = \mathbf{1}$.

$\frac{10}{n+1} = 1 \qquad | \cdot (n+1)$

$10 = 1(n+1)$

$10 = n+1$

$n = \mathbf{9}$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:
W miejsce *n* podstawiamy proponowane liczby i oceniamy, który z wyrazów ciągu wynosi **1**.
Odrzucamy odp. A, bo liczba $n = 0$ nie spełnia założenia $n \geq 1$, zawartego w treści zadania.

B. $n = 1$

$a_{\mathbf{1}} = \frac{10}{\mathbf{1}+1}$

$a_1 = \frac{10}{2}$

$a_1 = \mathbf{5} \neq 1$

C. $n = 5$

$a_{\mathbf{5}} = \frac{10}{\mathbf{5}+1}$

$a_5 = \frac{10}{6}$

$a_5 \approx \mathbf{1,666}... \neq 1$

D. $n = 9$

$a_{\mathbf{9}} = \frac{10}{\mathbf{9}+1}$

$a_9 = \frac{10}{10}$

$a_9 = \mathbf{1}$

Okazało się, że $a_9 = 1$, tzn. $a_n = 1$ dla $\boldsymbol{n} = \mathbf{9}$. Odp. **D** jest poprawna.

11.21.

Rozwiązanie I:

Wzór ciągu traktujemy jak postać iloczynową funkcji kwadratowej.
Obliczamy miejsca zerowe tej funkcji, przyrównując zawartości obu nawiasów do zera:

$$40-5n=0 \quad \to \quad -5n=-40 \;|:(-5) \quad \to \quad n=\frac{-40}{-5} \quad \to \quad \boldsymbol{n=8}$$

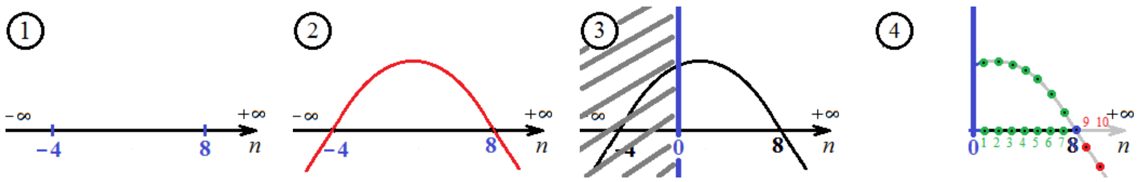
$$n+4=0 \quad \to \quad \boldsymbol{n=-4}$$

Zaznaczamy miejsca zerowe na osi liczbowej (rys. 1). Aby się przekonać, czy parabola ma ramiona skierowane do góry, czy w dół, pozbywamy się nawiasów:
Przekształcamy wzór ciągu do postaci ogólnej:

$$a_n=3(40-5n)(n+4)=3\left(40n+160-5n^2-20n\right)=120n+480-15n^2-60n=$$

$$=\mathbf{-15}n^2+60n+480$$

Ponieważ **przy $\boldsymbol{n^2}$** jest współczynnik **ujemny**, równy (–15), to parabola ma ramiona skierowane **w dół** (rys. 2).
Ponieważ ciąg określony jest dla liczb naturalnych dodatnich (czyli $n\ge 1$), to odrzucamy fragment paraboli dla n = 0 oraz n ujemnych (rys. 3).



Wyrazy o numerach **od 1 do 7** są **dodatnie** (7 wyrazów dodatnich).
Ósmy wyraz jest **równy 0**, a **9-ty**, **10-ty** i kolejne – **są ujemne** (rys. 4).
Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Obliczamy kolejne wyrazy, zaczynając od a_1, patrząc czy jest dodatni, ujemny, czy równy 0.

$$a_n=3(40-5n)(n+4)$$

$$a_1=3(40-5\cdot\mathbf{1})(\mathbf{1}+4)=3\cdot(40-5)\cdot 5=3\cdot 35\cdot 5=\mathbf{525}$$

$$a_2=3(40-5\cdot\mathbf{2})(\mathbf{2}+4)=3\cdot(40-10)\cdot 6=3\cdot 30\cdot 6=\mathbf{540}$$

$$a_3=3(40-5\cdot\mathbf{3})(\mathbf{3}+4)=3\cdot(40-15)\cdot 7=3\cdot 25\cdot 7=\mathbf{525}$$

$$a_4=3(40-5\cdot\mathbf{4})(\mathbf{4}+4)=3\cdot(40-20)\cdot 8=3\cdot 20\cdot 8=\mathbf{480}$$

$$a_5=3(40-5\cdot\mathbf{5})(\mathbf{5}+4)=3\cdot(40-25)\cdot 9=3\cdot 15\cdot 9=\mathbf{405}$$

$$a_6=3(40-5\cdot\mathbf{6})(\mathbf{6}+4)=3\cdot(40-30)\cdot 10=3\cdot 10\cdot 10=\mathbf{300}$$

$$a_7=3(40-5\cdot\mathbf{7})(\mathbf{7}+4)=3\cdot(40-35)\cdot 11=3\cdot 5\cdot 11=\mathbf{165}$$

$$a_8=3(40-5\cdot\mathbf{8})(\mathbf{8}+4)=3\cdot(40-40)\cdot 12=3\cdot 0\cdot 12=\mathbf{0}$$

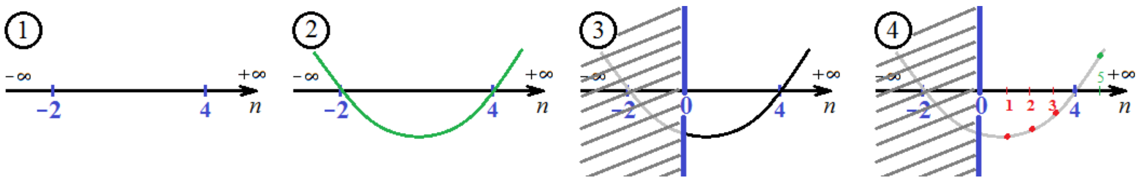
$$a_9=3(40-5\cdot\mathbf{9})(\mathbf{9}+4)=3\cdot(40-45)\cdot 13=3\cdot(-5)\cdot 13=\mathbf{-195}$$

$$a_{10}=3(40-5\cdot\mathbf{10})(\mathbf{10}+4)=3\cdot(40-50)\cdot 14=3\cdot(-10)\cdot 14=\mathbf{-420}$$

Widzimy, że kolejne wyrazy będą coraz mniejsze (ujemne).
Zatem wyrazy $a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6,a_7$ są dodatnie (7 wyrazów dodatnich), więc odp. **A** jest poprawna.

11.22.
Wzór ciągu traktujemy jak postać iloczynową funkcji kwadratowej.
Obliczamy miejsca zerowe tego ciągu, przyrównując zawartości obu nawiasów do zera:
$n-4=0 \quad \to \quad \boldsymbol{n=4}$
$n+2=0 \quad \to \quad \boldsymbol{n=-2}$
Zaznaczamy miejsca zerowe na osi liczbowej (rys. 1).
Parabola ma ramiona skierowane **w górę** (rys. 2) bo $a_n = \mathbf{1}(n-4)(n+2)$, więc mamy **dodatnie** $\boldsymbol{a=1}$.

Ponieważ ciąg określony jest dla liczb naturalnych dodatnich (czyli $n \geq 1$), to odrzucamy fragment paraboli dla $n = 0$ oraz n ujemnych (rys. 3).



Wyrazy o numerach **od 1 do 3** są **ujemne** (3 wyrazy ujemne).
Czwarty wyraz jest **równy 0**, a **5-ty**, **6-ty** i kolejne – **są dodatnie** (rys. 4).

Odp. **C**

Rozwiązanie II:
Obliczamy kolejne wyrazy, zaczynając od a_1, patrząc czy jest dodatni, ujemny, czy równy 0.
$a_n = (n-4)(n+2)$
$a_1 = (\mathbf{1}-4)(\mathbf{1}+2) = -3 \cdot 3 = \mathbf{-9}$
$a_2 = (\mathbf{2}-4)(\mathbf{2}+2) = -2 \cdot 4 = \mathbf{-8}$
$a_3 = (\mathbf{3}-4)(\mathbf{3}+2) = -1 \cdot 5 = \mathbf{-5}$
$a_4 = (\mathbf{4}-4)(\mathbf{4}+2) = 0 \cdot 6 = \mathbf{0}$
$a_5 = (\mathbf{5}-4)(\mathbf{5}+2) = 1 \cdot 7 = 7$
$a_6 = (\mathbf{6}-4)(\mathbf{6}+2) = 2 \cdot 8 = \mathbf{16}$
Widzimy, że kolejne wyrazy będą coraz większe (dodatnie).
Zatem wyrazy a_1, a_2, a_3 są ujemne (3 wyrazy ujemne), więc odp. **C** jest poprawna.

11.23.
Obliczamy kolejne wyrazy, zaczynając od a_1, patrząc czy jest dodatni, ujemny, czy równy 0.

$a_n = (2n-5)(n-8)$

$a_1 = (2\cdot\mathbf{1}-5)(\mathbf{1}-8) = (2-5)\cdot(-7) = (-3)\cdot(-7) = \mathbf{21}$

$a_2 = (2\cdot\mathbf{2}-5)(\mathbf{2}-8) = (4-5)\cdot(-6) = (-1)\cdot(-6) = \mathbf{6}$

$a_3 = (2\cdot\mathbf{3}-5)(\mathbf{3}-8) = (6-5)\cdot(-5) = 1\cdot(-5) = \mathbf{-5}$

$a_4 = (2\cdot\mathbf{4}-5)(\mathbf{4}-8) = (8-5)\cdot(-4) = 3\cdot(-4) = \mathbf{-12}$

$a_5 = (2\cdot\mathbf{5}-5)(\mathbf{5}-8) = (10-5)\cdot(-3) = 5\cdot(-3) = \mathbf{-15}$

$a_6 = (2\cdot\mathbf{6}-5)(\mathbf{6}-8) = (12-5)\cdot(-2) = 7\cdot(-2) = \mathbf{-14}$

$a_7 = (2\cdot\mathbf{7}-5)(\mathbf{7}-8) = (14-5)\cdot(-1) = 9\cdot(-1) = \mathbf{-9}$

$a_8 = (2\cdot\mathbf{8}-5)(\mathbf{8}-8) = (16-5)\cdot 0 = 11\cdot 0 = \mathbf{0}$

$a_9 = (2\cdot\mathbf{9}-5)(\mathbf{9}-8) = (18-5)\cdot 1 = 13\cdot 1 = \mathbf{13}$

$a_{10} = (2\cdot\mathbf{10}-5)(\mathbf{10}-8) = (20-5)\cdot 2 = 15\cdot 2 = \mathbf{30}$

Widzimy, że kolejne wyrazy będą coraz większe (dodatnie).
Zatem wyrazy a_3, a_4, a_5, a_6, a_7 są ujemne (5 wyrazów ujemnych).
Odp. **B**

11.24.

Obliczamy kolejne wyrazy, zaczynając od a_1, patrząc czy jest dodatni, ujemny, czy równy 0.

$a_n = -3(n+5)(n-8)$

$a_1 = -3(\mathbf{1}+5)(\mathbf{1}-8) = -3\cdot 6\cdot(-7) = \mathbf{126}$

$a_2 = -3(\mathbf{2}+5)(\mathbf{2}-8) = -3\cdot 7\cdot(-6) = \mathbf{126}$

$a_3 = -3(\mathbf{3}+5)(\mathbf{3}-8) = -3\cdot 8\cdot(-5) = \mathbf{120}$

$a_4 = -3(\mathbf{4}+5)(\mathbf{4}-8) = -3\cdot 9\cdot(-4) = \mathbf{108}$

$a_5 = -3(\mathbf{5}+5)(\mathbf{5}-8) = -3\cdot 10\cdot(-3) = \mathbf{90}$

$a_6 = -3(\mathbf{6}+5)(\mathbf{6}-8) = -3\cdot 11\cdot(-2) = \mathbf{66}$

$a_7 = -3(\mathbf{7}+5)(\mathbf{7}-8) = -3\cdot 12\cdot(-1) = \mathbf{36}$

$a_8 = -3(\mathbf{8}+5)(\mathbf{8}-8) = -3\cdot 13\cdot 0 = \mathbf{0}$

$a_9 = -3(\mathbf{9}+5)(\mathbf{9}-8) = -3\cdot 14\cdot 1 = \mathbf{-42}$

$a_{10} = -3(\mathbf{10}+5)(\mathbf{10}-8) = -3\cdot 15\cdot 2 = \mathbf{-90}$

Widzimy, że kolejne wyrazy będą coraz mniejsze (ujemne).

Zatem wyrazy $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ są dodatnie (7 wyrazów dodatnich).

Odp. **C**

11.25.

Obliczamy kolejne wyrazy, zaczynając od a_1, patrząc czy jest dodatni, ujemny, czy równy 0.

$a_n = -9n(3n-22)$

$a_1 = -9 \cdot \mathbf{1} \cdot (3 \cdot \mathbf{1} - 22) = -9 \cdot (-19) = \mathbf{171}$

$a_2 = -9 \cdot \mathbf{2} \cdot (3 \cdot \mathbf{2} - 22) = -18 \cdot (-16) = \mathbf{288}$

$a_3 = -9 \cdot \mathbf{3} \cdot (3 \cdot \mathbf{3} - 22) = -27 \cdot (-13) = \mathbf{351}$

$a_4 = -9 \cdot \mathbf{4} \cdot (3 \cdot \mathbf{4} - 22) = -36 \cdot (-10) = \mathbf{360}$

$a_5 = -9 \cdot \mathbf{5} \cdot (3 \cdot \mathbf{5} - 22) = -45 \cdot (-7) = \mathbf{315}$

$a_6 = -9 \cdot \mathbf{6} \cdot (3 \cdot \mathbf{6} - 22) = -54 \cdot (-4) = \mathbf{216}$

$a_7 = -9 \cdot \mathbf{7} \cdot (3 \cdot \mathbf{7} - 22) = -63 \cdot (-1) = \mathbf{63}$

$a_8 = -9 \cdot \mathbf{8} \cdot (3 \cdot \mathbf{8} - 22) = -72 \cdot 2 = \mathbf{-144}$

$a_9 = -9 \cdot \mathbf{9} \cdot (3 \cdot \mathbf{9} - 22) = -81 \cdot 5 = \mathbf{-405}$

$a_{10} = -9 \cdot \mathbf{10} \cdot (3 \cdot \mathbf{10} - 22) = -90 \cdot 8 = \mathbf{-720}$

Widzimy, że kolejne wyrazy będą coraz mniejsze (ujemne).

Zatem wyrazy $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ są dodatnie (7 wyrazów dodatnich).

Odp. **C**

11.26.

Obliczamy kolejne wyrazy, zaczynając od a_1, patrząc czy jest dodatni, ujemny, czy równy 0.

$a_n = -(3n-5)(9-n)$

$a_1 = -(3\cdot\mathbf{1}-5)\cdot(9-\mathbf{1}) = -(3-5)\cdot 8 = -(-2)\cdot 8 = 2\cdot 8 = \mathbf{16}$

$a_2 = -(3\cdot\mathbf{2}-5)\cdot(9-\mathbf{2}) = -(6-5)\cdot 7 = -1\cdot 7 = \mathbf{-7}$

$a_3 = -(3\cdot\mathbf{3}-5)\cdot(9-\mathbf{3}) = -(9-5)\cdot 6 = -4\cdot 6 = \mathbf{-24}$

$a_4 = -(3\cdot\mathbf{4}-5)\cdot(9-\mathbf{4}) = -(12-5)\cdot 5 = -7\cdot 5 = \mathbf{-35}$

$a_5 = -(3\cdot\mathbf{5}-5)\cdot(9-\mathbf{5}) = -(15-5)\cdot 4 = -10\cdot 4 = \mathbf{-40}$

$a_6 = -(3\cdot\mathbf{6}-5)\cdot(9-\mathbf{6}) = -(18-5)\cdot 3 = -13\cdot 3 = \mathbf{-39}$

$a_7 = -(3\cdot\mathbf{7}-5)\cdot(9-\mathbf{7}) = -(21-5)\cdot 2 = -16\cdot 2 = \mathbf{-32}$

$a_8 = -(3\cdot\mathbf{8}-5)\cdot(9-\mathbf{8}) = -(24-5)\cdot 1 = -19\cdot 1 = \mathbf{-19}$

$a_9 = -(3\cdot\mathbf{9}-5)\cdot(9-\mathbf{9}) = -(27-5)\cdot 0 = -22\cdot 0 = \mathbf{0}$

$a_{10} = -(3\cdot\mathbf{10}-5)\cdot(9-\mathbf{10}) = -(30-5)\cdot(-1) = -25\cdot(-1) = \mathbf{25}$

$a_{11} = -(3\cdot\mathbf{11}-5)\cdot(9-\mathbf{11}) = -(33-5)\cdot(-2) = -28\cdot(-2) = \mathbf{56}$

Widzimy, że kolejne wyrazy będą coraz mniejsze (ujemne).

Wyrazy **niedodatnie** to wyrazy **ujemne** lub **równe 0**.
Zatem wyrazy: a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, **są niedodatnie** (8 wyrazów niedodatnich).

Odp. **B**

11.27.

Obliczamy kolejne wyrazy, zaczynając od a_1, patrząc czy jest dodatni, ujemny, czy równy 0.

$a_n = (5n-9)(5n-35)$

$a_1 = (5\cdot\mathbf{1}-9)\cdot(5\cdot\mathbf{1}-35) = (5-9)\cdot(5-35) = (-4)\cdot(-30) = \mathbf{120}$

$a_2 = (5\cdot\mathbf{2}-9)\cdot(5\cdot\mathbf{2}-35) = (10-9)\cdot(10-35) = 1\cdot(-25) = \mathbf{-25}$

$a_3 = (5\cdot\mathbf{3}-9)\cdot(5\cdot\mathbf{3}-35) = (15-9)\cdot(15-35) = 6\cdot(-20) = \mathbf{-120}$

$a_4 = (5\cdot\mathbf{4}-9)\cdot(5\cdot\mathbf{4}-35) = (20-9)\cdot(20-35) = 11\cdot(-15) = \mathbf{-165}$

$a_5 = (5\cdot\mathbf{5}-9)\cdot(5\cdot\mathbf{5}-35) = (25-9)\cdot(25-35) = 16\cdot(-10) = \mathbf{-160}$

$a_6 = (5\cdot\mathbf{6}-9)\cdot(5\cdot\mathbf{6}-35) = (30-9)\cdot(30-35) = 21\cdot(-5) = \mathbf{-105}$

$a_7 = (5\cdot\mathbf{7}-9)\cdot(5\cdot\mathbf{7}-35) = (35-9)\cdot(35-35) = 26\cdot 0 = \mathbf{0}$

$a_8 = (5\cdot\mathbf{8}-9)\cdot(5\cdot\mathbf{8}-35) = (40-9)\cdot(40-35) = 31\cdot 5 = \mathbf{155}$

$a_9 = (5\cdot\mathbf{9}-9)\cdot(5\cdot\mathbf{9}-35) = (45-9)\cdot(45-35) = 36\cdot 10 = \mathbf{360}$

$a_{10} = (5\cdot\mathbf{10}-9)\cdot(5\cdot\mathbf{10}-35) = (50-9)\cdot(50-35) = 41\cdot 15 = \mathbf{615}$

Widzimy, że kolejne wyrazy będą coraz większe (dodatnie).

Wyrazy **niedodatnie** to wyrazy **ujemne** lub **równe 0**.
Zatem wyrazy: a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, **są niedodatnie** (6 wyrazów niedodatnich).

Odp. **A**

11.28.

Obliczamy kolejne wyrazy, zaczynając od a_1, patrząc czy jest dodatni, ujemny, czy równy 0.

$a_n = -2n \cdot (100n - 2018)$

$a_1 = -2 \cdot \mathbf{1} \cdot (100 \cdot \mathbf{1} - 2018) = -2 \cdot (100 - 2018) = -2 \cdot (-1918) = \mathbf{3836}$

$a_2 = -2 \cdot \mathbf{2} \cdot (100 \cdot \mathbf{2} - 2018) = -4 \cdot (200 - 2018) = -4 \cdot (-1818) = \mathbf{7272}$

$a_3 = -2 \cdot \mathbf{3} \cdot (100 \cdot \mathbf{3} - 2018) = -6 \cdot (300 - 2018) = -6 \cdot (-1718) = \mathbf{10308}$

$a_4 = -2 \cdot \mathbf{4} \cdot (100 \cdot \mathbf{4} - 2018) = -8 \cdot (400 - 2018) = -8 \cdot (-1618) = \mathbf{12944}$

... ...

$a_{19} = -2 \cdot \mathbf{19} \cdot (100 \cdot \mathbf{19} - 2018) = -38 \cdot (1900 - 2018) = -38 \cdot (-118) = \mathbf{4484}$

$a_{20} = -2 \cdot \mathbf{20} \cdot (100 \cdot \mathbf{20} - 2018) = -40 \cdot (2000 - 2018) = -40 \cdot (-18) = \mathbf{720}$

$a_{21} = -2 \cdot \mathbf{21} \cdot (100 \cdot \mathbf{21} - 2018) = -42 \cdot (2100 - 2018) = -42 \cdot 82 = \mathbf{-3444}$

$a_{22} = -2 \cdot \mathbf{22} \cdot (100 \cdot \mathbf{22} - 2018) = -44 \cdot (2200 - 2018) = -44 \cdot 182 = \mathbf{-8008}$

Widzimy, że dalsze wyrazy będą coraz mniejsze (ujemne).

Wyrazy **nieujemne** to wyrazy **dodatnie** lub **równe 0** (wyrazy **bez minusa**).
Zatem wyrazy: a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_{19}, a_{20} **są nieujemne** (20 wyrazów nieujemnych).

Odp. **B**

11.29.

Obliczamy kolejne wyrazy, zaczynając od a_1, patrząc czy jest dodatni, ujemny, czy równy 0.

$a_n = -(5n+10)(n-11)$

$a_1 = -(5\cdot\mathbf{1}+10)(\mathbf{1}-11) = -(5+10)\cdot(-10) = -15\cdot(-10) = \mathbf{150}$

$a_2 = -(5\cdot\mathbf{2}+10)(\mathbf{2}-11) = -(10+10)\cdot(-9) = -20\cdot(-9) = \mathbf{180}$

$a_3 = -(5\cdot\mathbf{3}+10)(\mathbf{3}-11) = -(15+10)\cdot(-8) = -25\cdot(-8) = \mathbf{200}$

$a_4 = -(5\cdot\mathbf{4}+10)(\mathbf{4}-11) = -(20+10)\cdot(-7) = -30\cdot(-7) = \mathbf{210}$

$a_5 = -(5\cdot\mathbf{5}+10)(\mathbf{5}-11) = -(25+10)\cdot(-6) = -35\cdot(-6) = \mathbf{210}$

$a_6 = -(5\cdot\mathbf{6}+10)(\mathbf{6}-11) = -(30+10)\cdot(-5) = -40\cdot(-5) = \mathbf{200}$

$a_7 = -(5\cdot\mathbf{7}+10)(\mathbf{7}-11) = -(35+10)\cdot(-4) = -45\cdot(-4) = \mathbf{180}$

$a_8 = -(5\cdot\mathbf{8}+10)(\mathbf{8}-11) = -(40+10)\cdot(-3) = -50\cdot(-3) = \mathbf{150}$

$a_9 = -(5\cdot\mathbf{9}+10)(\mathbf{9}-11) = -(45+10)\cdot(-2) = -55\cdot(-2) = \mathbf{110}$

$a_{10} = -(5\cdot\mathbf{10}+10)(\mathbf{10}-11) = -(50+10)\cdot(-1) = -60\cdot(-1) = \mathbf{60}$

$a_{11} = -(5\cdot\mathbf{11}+10)(\mathbf{11}-11) = -(55+10)\cdot 0 = -65\cdot 0 = \mathbf{0}$

$a_{12} = -(5\cdot\mathbf{12}+10)(\mathbf{12}-11) = -(60+10)\cdot 1 = -70\cdot 1 = \mathbf{-70}$

$a_{13} = -(5\cdot\mathbf{13}+10)(\mathbf{13}-11) = -(65+10)\cdot 2 = -75\cdot 2 = \mathbf{-150}$

Widzimy, że dalsze wyrazy będą coraz mniejsze (ujemne).

Wyrazy **nieujemne** to wyrazy **dodatnie** lub **równe 0** (wyrazy **bez minusa**).
Zatem wyrazy: a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_9, a_{10}, a_{11} **są nieujemne** (11 wyrazów nieujemnych).

Odp. **D**

11.30.

Obliczamy kolejne wyrazy, zaczynając od a_1, patrząc czy jest dodatni, ujemny, czy równy 0.

$a_n = -2(2n-9)(2n+9)$

$a_1 = -2(2\cdot\mathbf{1}-9)(2\cdot\mathbf{1}+9) = -2\cdot(2-9)\cdot(2+9) = -2\cdot(-7)\cdot 11 = \mathbf{154}$

$a_2 = -2(2\cdot\mathbf{2}-9)(2\cdot\mathbf{2}+9) = -2\cdot(4-9)\cdot(4+9) = -2\cdot(-5)\cdot 13 = \mathbf{130}$

$a_3 = -2(2\cdot\mathbf{3}-9)(2\cdot\mathbf{3}+9) = -2\cdot(6-9)\cdot(6+9) = -2\cdot(-3)\cdot 15 = \mathbf{90}$

$a_4 = -2(2\cdot\mathbf{4}-9)(2\cdot\mathbf{4}+9) = -2\cdot(8-9)\cdot(8+9) = -2\cdot(-1)\cdot 17 = \mathbf{34}$

$a_5 = -2(2\cdot\mathbf{5}-9)(2\cdot\mathbf{5}+9) = -2\cdot(10-9)\cdot(10+9) = -2\cdot 1\cdot 19 = \mathbf{-38}$

$a_6 = -2(2\cdot\mathbf{6}-9)(2\cdot\mathbf{6}+9) = -2\cdot(12-9)\cdot(12+9) = -2\cdot 3\cdot 21 = \mathbf{-126}$

$a_7 = -2(2\cdot\mathbf{7}-9)(2\cdot\mathbf{7}+9) = -2\cdot(14-9)\cdot(14+9) = -2\cdot 5\cdot 23 = \mathbf{-230}$

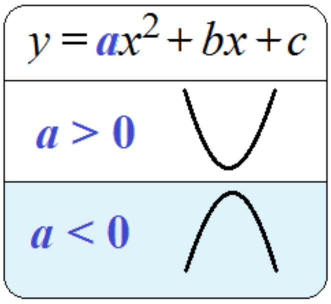
Widzimy, że dalsze wyrazy będą coraz mniejsze (ujemne).

Wyrazy **nieujemne** to wyrazy **dodatnie** lub **równe 0** (wyrazy **bez minusa**).
Zatem wyrazy: a_1, a_2, a_3, a_4 **są nieujemne** (4 wyrazy nieujemne).

Odp. **A**

11.31.

Rozwiązanie I:

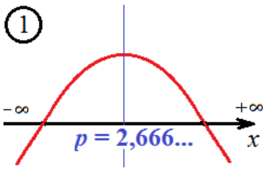


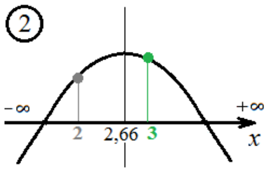
Rozważmy funkcję $y = -3x^2 + 16x + 2$.

Mamy ujemny współczynnik $\boldsymbol{a = -3}$ (czyli $\boldsymbol{a < 0}$), więc ramiona paraboli są skierowane w dół.

Obliczamy $p = \frac{-b}{2a}$.

Zatem $p = \frac{-16}{2 \cdot (-3)} = \frac{-16}{-6} = \frac{16}{6} =$ **2,666...** (rys. 1).





Szukamy liczby **naturalnej** $n \geq 1$, jak najbliższej wynikowi **2,666**. Jest to liczba **3** (rys. 2).

Tym samym oznacza to, że dla $\boldsymbol{n = 3}$ ciąg $a_n = -3n^2 + 16n + 2$ osiąga największą wartość.

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

W miejsce ***n*** wstawiamy proponowane liczby i oceniamy, który wyraz ciągu jest największy.

A. $n = 1$	B. $n = 2$	C. $n = 3$	D. $n = 5$
$a_1 = -3 \cdot \mathbf{1}^2 + 16 \cdot \mathbf{1} + 2$	$a_2 = -3 \cdot \mathbf{2}^2 + 16 \cdot \mathbf{2} + 2$	$a_3 = -3 \cdot \mathbf{3}^2 + 16 \cdot \mathbf{3} + 2$	$a_5 = -3 \cdot \mathbf{5}^2 + 16 \cdot \mathbf{5} + 2$
$a_1 = -3 \cdot 1 + 16 + 2$	$a_2 = -3 \cdot 4 + 32 + 2$	$a_3 = -3 \cdot 9 + 48 + 2$	$a_5 = -3 \cdot 25 + 80 + 2$
$a_1 = -3 + 16 + 2$	$a_2 = -12 + 32 + 2$	$a_3 = -27 + 48 + 2$	$a_5 = -75 + 80 + 2$
$a_1 = 15$	$a_2 = 22$	$a_3 = \mathbf{23}$	$a_5 = 7$

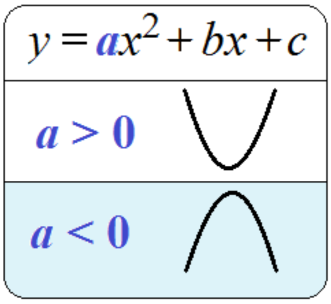
Widać, że wyraz $\boldsymbol{a_3}$ jest największy. Zatem odp. **C** jest poprawna.

11.32.

Rozwiązanie I:

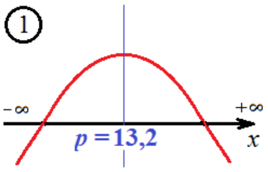
Rozważmy funkcję $y=-5x^2+132x+2019$.

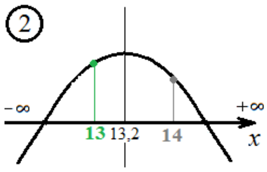
Mamy ujemny współczynnik $\boldsymbol{a=-5}$ (czyli $\boldsymbol{a<0}$) więc ramiona paraboli są skierowane w dół.



Obliczamy $p=\dfrac{-b}{2a}$.

Zatem $p=\dfrac{-132}{2\cdot(-5)}=\dfrac{-132}{-10}=\mathbf{13{,}2}$ (rys. 1).





Szukamy liczby **naturalnej** $n\geq 1$, jak najbliższej wynikowi **13,2**... . Jest to liczba **13** (rys. 2).
Tym samym oznacza to, że dla $\boldsymbol{n=13}$ ciąg $a_n=-5n^2+132n+2019$ osiąga największą wartość.

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Liczymy proponowane w odpowiedziach wyrazy ciągu i sprawdzamy, który jest największy.

A. $n=13$

$a_{\mathbf{13}}=-5\cdot\mathbf{13}^2+132\cdot\mathbf{13}+2019$

$a_{13}=-5\cdot 169+1716+2019$

$a_{13}=-845+1716+2019$

$a_{13}=\mathbf{2890}$

B. $n=26$

$a_{\mathbf{26}}=-5\cdot\mathbf{26}^2+132\cdot\mathbf{26}+2019$

$a_{26}=-5\cdot 676+3432+2019$

$a_{26}=-3380+3432+2019$

$a_{26}=2071$

C. $n=14$

$a_{\mathbf{14}}=-5\cdot\mathbf{14}^2+132\cdot\mathbf{14}+2019$

$a_{13}=-5\cdot 196+1848+2019$

$a_{13}=-980+1848+2019$

$a_{13}=2887$

D. $n=27$

$a_{\mathbf{27}}=-5\cdot\mathbf{27}^2+132\cdot\mathbf{27}+2019$

$a_{27}=-5\cdot 729+3564+2019$

$a_{27}=-3645+3564+2019$

$a_{27}=1938$

Widzimy, że największym wyrazem jest $\boldsymbol{a_{13}=2890}$. Zatem odp. **A** jest poprawna.

11.33.

Od razu wykluczamy odpowiedzi A i D ze względu na to, że w **każdym ciągu** liczbowym n musi być liczbą **naturalną**, a liczby $\frac{113}{3}$ i $\frac{226}{3}$ **nie są** liczbami **naturalnymi**.

Liczymy a_{37} oraz a_{38}. Spośród tych dwóch wyrazów wybieramy **mniejszy**.

$a_{\mathbf{37}} = 1{,}5 \cdot \mathbf{37}^2 - 113 \cdot \mathbf{37} + 1$	$a_{\mathbf{38}} = 1{,}5 \cdot \mathbf{38}^2 - 113 \cdot \mathbf{38} + 1$
$a_{37} = 1{,}5 \cdot 1369 - 4181 + 1$	$a_{38} = 1{,}5 \cdot 1444 - 4294 + 1$
$a_{37} = 2053{,}5 - 4181 + 1$	$a_{38} = 2166 - 4294 + 1$
$a_{37} = -2126{,}5$	$a_{38} = \mathbf{-2127}$

Powyższe obliczenia wskazują, że mniejszym spośród tych dwóch wyrazów jest $\boldsymbol{a_{38}}$.

Odp. **C**

11.34.

Liczymy proponowane w odpowiedziach wyrazy ciągu i sprawdzamy, który jest najmniejszy.

A. $n = 1$

$a_{\mathbf{1}} = 2 \cdot \mathbf{1}^2 - 15 \cdot \mathbf{1} - 176$

$a_1 = 2 \cdot 1 - 15 - 176$

$a_1 = 2 - 15 - 176$

$a_1 = -189$

B. $n = 2$

$a_{\mathbf{2}} = 2 \cdot \mathbf{2}^2 - 15 \cdot \mathbf{2} - 176$

$a_2 = 2 \cdot 4 - 30 - 176$

$a_2 = 8 - 30 - 176$

$a_2 = -198$

C. $n = 3$

$a_{\mathbf{3}} = 2 \cdot \mathbf{3}^2 - 15 \cdot \mathbf{3} - 176$

$a_3 = 2 \cdot 9 - 45 - 176$

$a_3 = 18 - 45 - 176$

$a_3 = -203$

D. $n = 4$

$a_{\mathbf{4}} = 2 \cdot \mathbf{4}^2 - 15 \cdot \mathbf{4} - 176$

$a_4 = 2 \cdot 16 - 60 - 176$

$a_4 = 32 - 60 - 176$

$a_4 = \mathbf{-204}$

Widzimy, że najmniejszym wyrazem jest $\boldsymbol{a_4 = -204}$.

Odp. **D**

11.35.

Liczymy proponowane w odpowiedziach wyrazy ciągu i sprawdzamy, który jest najmniejszy.

A. $n = 8$

$a_{\mathbf{8}} = 3 \cdot \mathbf{8}^2 - 26{,}4 \cdot \mathbf{8} + 4{,}4$

$a_8 = 3 \cdot 64 - 211{,}2 + 4{,}4$

$a_8 = 192 - 211{,}2 + 4{,}4$

$a_8 = -14{,}8$

B. $n = 4$

$a_{\mathbf{4}} = 3 \cdot \mathbf{4}^2 - 26{,}4 \cdot \mathbf{4} + 4{,}4$

$a_4 = 3 \cdot 16 - 105{,}6 + 4{,}4$

$a_4 = 48 - 105{,}6 + 4{,}4$

$a_{\mathbf{4}} = \mathbf{-53{,}2}$

C. $n = 5$

$a_{\mathbf{5}} = 3 \cdot \mathbf{5}^2 - 26{,}4 \cdot \mathbf{5} + 4{,}4$

$a_5 = 3 \cdot 25 - 132 + 4{,}4$

$a_5 = 75 - 132 + 4{,}4$

$a_5 = -52{,}6$

D. $n = 9$

$a_{\mathbf{9}} = 3 \cdot \mathbf{9}^2 - 26{,}4 \cdot \mathbf{9} + 4{,}4$

$a_9 = 3 \cdot 81 - 237{,}6 + 4{,}4$

$a_9 = 243 - 237{,}6 + 4{,}4$

$a_9 = 9{,}8$

Widzimy, że najmniejszym wyrazem jest $\boldsymbol{a_4 = -53{,}2}$.

Odp. **B**

11.36.
Rozwiązanie I:

$a_n = b_n$

$\frac{50}{2n-5} = -\frac{46}{7-2n}$ → minusa przed ułamkiem umieszczamy w liczniku

$\frac{50}{2n-5} = \frac{-46}{7-2n}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$(2n-5)\cdot(-46) = 50\cdot(7-2n)$

$-92n + 230 = 350 - 100n$

$-92n + 100n = 350 - 230$

$8n = 120 \qquad |:8$

$n = \mathbf{15}$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:
Podstawiamy w miejsce ***n*** liczby proponowane w odpowiedziach do obu wzorów i patrzymy, w którym przypadku wyrazy obu ciągów będą równe:

A. $n = 5$

$a_5 = \frac{50}{2\cdot\mathbf{5}-5} = \frac{50}{10-5} = \frac{50}{5} = \mathbf{10}$

$b_5 = -\frac{46}{7-2\cdot\mathbf{5}} = -\frac{46}{7-10} = -\frac{46}{-3} = \mathbf{\frac{46}{3}}$

$a_5 \neq b_5$

B. $n = 2$

$a_2 = \frac{50}{2\cdot\mathbf{2}-5} = \frac{50}{4-5} = \frac{50}{-1} = \mathbf{-50}$

$b_2 = -\frac{46}{7-2\cdot\mathbf{2}} = -\frac{46}{7-4} = -\mathbf{\frac{46}{3}}$

$a_2 \neq b_2$

C. $n = 15$

$a_{15} = \frac{50}{2\cdot\mathbf{15}-5} = \frac{50}{30-5} = \frac{50}{25} = \mathbf{2}$

$b_{15} = -\frac{46}{7-2\cdot\mathbf{15}} = -\frac{46}{7-30} = -\frac{46}{-23} = \frac{46}{23} = \mathbf{2}$

$a_{15} = b_{15}$

D. $n = 11$

$a_{11} = \frac{50}{2\cdot\mathbf{11}-5} = \frac{50}{22-5} = \mathbf{\frac{50}{17}}$

$b_{11} = -\frac{46}{7-2\cdot\mathbf{11}} = -\frac{46}{7-22} = -\frac{46}{-15} = \frac{46}{15}$

$a_{11} \neq b_{11}$

Tylko w przypadku odp. **C** mamy równe wyrazy $\boldsymbol{a_{15}} \mathbf{= 2}$ oraz $\boldsymbol{b_{15}} \mathbf{= 2}$.
Zatem odp. **C** jest poprawna.

11.37.
Rozwiązanie I:
$a_n = b_n$

$\frac{8}{n} = \frac{97}{9n + 12{,}5}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$97n = 8(9n + 12{,}5)$

$97n = 72n + 100$

$97n - 72n = 100$

$25n = 100 \qquad |:25$

$n = \mathbf{4}$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:
Podstawiamy w miejsce ***n*** liczby proponowane w odpowiedziach do obu wzorów i patrzymy, w którym przypadku wyrazy obu ciągów będą równe:

A. $n = 4$

$a_4 = \frac{8}{4} = \mathbf{2}$

$b_4 = \frac{97}{9 \cdot \mathbf{4} + 12{,}5} = \frac{97}{36 + 12{,}5} = \frac{97}{48{,}5} = \mathbf{2}$

$a_4 = b_4$

B. $n = 25$

$a_{25} = \frac{8}{\mathbf{25}} = \mathbf{0{,}32}$

$b_{25} = \frac{97}{9 \cdot \mathbf{25} + 12{,}5} = \frac{97}{225 + 12{,}5} = \frac{97}{237{,}5}$

$a_{25} \neq b_{25}$

C. $n = 75$

$a_{75} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{75}}$

$b_{75} = \frac{97}{9 \cdot \mathbf{75} + 12{,}5} = \frac{97}{675 + 12{,}5} = \frac{\mathbf{97}}{\mathbf{687{,}5}}$

$a_{75} \neq b_{75}$

D. $n = 96$

$a_{96} = \frac{8}{96} = \mathbf{0{,}08333}...$

$b_{96} = \frac{97}{9 \cdot \mathbf{96} + 12{,}5} = \frac{97}{864 + 12{,}5} = \frac{97}{876{,}5} \approx \mathbf{0{,}11}$

$a_{96} \neq b_{96}$

Tylko w przypadku odp. **A** mamy równe wyrazy $\boldsymbol{a_4} = \mathbf{2}$ oraz $\boldsymbol{b_4} = \mathbf{2}$.
Zatem odp. **A** jest poprawna.

11.38.

Rozwiązanie I:

$a_n = b_n$

$\frac{12}{n+1} = \frac{13}{n+3}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$13(n+1) = 12(n+3)$

$13n + 13 = 12n + 36$

$13n - 12n = 36 - 13$

$n = \mathbf{23}$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Podstawiamy w miejsce ***n*** liczby proponowane w odpowiedziach do obu wzorów i patrzymy, w którym przypadku wyrazy obu ciągów będą równe:

A. $n = 2$

$a_{\mathbf{2}} = \frac{12}{\mathbf{2}+1} = \frac{12}{3} = \mathbf{4}$

$b_{\mathbf{2}} = \frac{13}{\mathbf{2}+3} = \frac{13}{5} = \mathbf{2{,}6}$

$a_2 \neq b_2$

B. $n = 10$

$a_{10} = \frac{12}{\mathbf{10}+1} = \frac{\mathbf{12}}{\mathbf{11}}$

$b_{10} = \frac{13}{\mathbf{10}+3} = \frac{13}{13} = \mathbf{1}$

$a_{10} \neq b_{10}$

C. $n = 23$

$a_{23} = \frac{12}{\mathbf{23}+1} = \frac{12}{24} = \mathbf{0{,}5}$

$b_{23} = \frac{13}{\mathbf{23}+3} = \frac{13}{26} = \mathbf{0{,}5}$

$a_{23} = b_{23}$

D. $n = 35$

$a_{35} = \frac{12}{\mathbf{35}+1} = \frac{12}{36} = \mathbf{0{,}3333}...$

$b_{35} = \frac{13}{\mathbf{35}+3} = \frac{13}{38} \approx \mathbf{0{,}342}$

$a_{35} \neq b_{35}$

Tylko w przypadku odp. **C** mamy równe wyrazy $\boldsymbol{a_{23}} = \mathbf{0{,}5}$ oraz $\boldsymbol{b_{23}} = \mathbf{0{,}5}$.
Zatem odp. **C** jest poprawna.

11.39.

Rozwiązanie I:

$a_n = b_n$

$-\frac{24}{n} = -\frac{n}{6} \qquad |\cdot(-1)$

$\frac{24}{n} = \frac{n}{6}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$n \cdot n = 24 \cdot 6$

$n^2 = 144$

$n = \mathbf{12}$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Podstawiamy w miejsce ***n*** liczby proponowane w odpowiedziach do obu wzorów i patrzymy, w którym przypadku wyrazy obu ciągów będą równe:

A. $n = 15$

$a_{\mathbf{15}} = -\frac{24}{\mathbf{15}} = \mathbf{-1{,}6}$

$b_{\mathbf{15}} = -\frac{\mathbf{15}}{6} = \mathbf{-2{,}5}$

$a_{15} \neq b_{15}$

B. $n = 72$

$a_{\mathbf{72}} = -\frac{24}{\mathbf{72}} = \mathbf{-0{,}3333}...$

$b_{\mathbf{72}} = -\frac{\mathbf{72}}{6} = \mathbf{-12}$

$a_{72} \neq b_{72}$

C. $n = 2$

$a_{\mathbf{2}} = -\frac{24}{\mathbf{2}} = \mathbf{-12}$

$b_{\mathbf{2}} = -\frac{\mathbf{2}}{6} = \mathbf{-0{,}3333}...$

$a_2 \neq b_2$

D. $n = 12$

$a_{\mathbf{12}} = -\frac{24}{\mathbf{12}} = \mathbf{-2}$

$b_{\mathbf{12}} = -\frac{\mathbf{12}}{6} = \mathbf{-2}$

$a_{12} = b_{12}$

Tylko w przypadku odp. **D** mamy równe wyrazy $\boldsymbol{a_{12} = -2}$ oraz $\boldsymbol{b_{12} = -2}$.
Oznacza to, że odp. **D** jest poprawna.

11.40.

Rozwiązanie I:

Należy rozwiązać równanie $f(n)=g(n)$ w liczbach naturalnych.

$$f(n)=g(n)$$

$$\frac{6}{n}=\frac{8}{n+18}$$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$$8n=6(n+18)$$

$$8n=6n+108$$

$$8n-6n=108$$

$$2n=108 \qquad |:2$$

$$n=\mathbf{54}$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Podstawiamy w miejsce ***n*** liczby proponowane w odpowiedziach do obu wzorów i patrzymy, w którym przypadku wartości obu funkcji będą równe:

A. $n = 54$

$$f(\mathbf{54})=\frac{6}{\mathbf{54}}=\mathbf{0{,}1111}...$$

$$g(\mathbf{54})=\frac{8}{\mathbf{54}+18}=\frac{8}{72}=\mathbf{0{,}1111}...$$

$$f(\mathbf{54})=g(\mathbf{54})$$

B. $n = 9$

$$f(\mathbf{9})=\frac{6}{\mathbf{9}}=\mathbf{0{,}6666}...$$

$$g(\mathbf{9})=\frac{8}{\mathbf{9}+18}=\frac{8}{27}\approx\mathbf{0{,}296}$$

$$f(9)\neq g(9)$$

C. $n = 23$

$$f(\mathbf{23})=\frac{6}{\mathbf{23}}\approx\mathbf{0{,}26}$$

$$g(\mathbf{23})=\frac{8}{\mathbf{23}+18}=\frac{8}{41}\approx\mathbf{0{,}195}$$

$$f(23)\neq g(23)$$

D. $n = 8$

$$f(\mathbf{8})=\frac{6}{\mathbf{8}}=\mathbf{0{,}75}$$

$$g(\mathbf{8})=\frac{8}{\mathbf{8}+18}=\frac{8}{26}\approx\mathbf{0{,}3}$$

$$f(8)\neq g(8)$$

Z obliczeń wynika, że $f(\mathbf{54}) = g(\mathbf{54})$, tzn. równość $f(n) = g(n)$ zachodzi dla $\boldsymbol{n} = \mathbf{54}$.
Oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.