12.1.

Rozwiązanie I:

$b_7 + 3r = b_{10}$

$8 + 3r = 14$

$3r = 14 - 8$

$3r = 6 \qquad |:3$

$r = \mathbf{2}$

Odp. **D**

$$b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \quad b_5 \quad b_6 \quad \boxed{\boxed{b_7} \xrightarrow{+r} b_8 \xrightarrow{+r} b_9 \xrightarrow{+r} \boxed{b_{10}}} \quad b_{11} \quad b_{12} \quad \ldots$$

Rozwiązanie II:

Korzystamy ze wzoru $r = \dfrac{b_n - b_k}{n - k}$, podstawiając numery wyrazów $n = 10$ (większy) oraz $k = 7$ (mniejszy).

$r = \dfrac{b_{10} - b_7}{10 - 7} = \dfrac{14 - 8}{3} = \dfrac{6}{3} = \mathbf{2}$. Odp. **D** jest poprawna.

12.2.

Rozwiązanie I:

$a_3 + 4r = a_7$

$$a_1 \quad a_2 \quad \boxed{a_3} \xrightarrow{+r} a_4 \xrightarrow{+r} a_5 \xrightarrow{+r} a_6 \xrightarrow{+r} \boxed{a_7} \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10} \quad a_{11} \quad a_{12} \quad \ldots$$

$-5 + 4r = -11$

$4r = -11 + 5$

$4r = -6 \qquad |:4$

$r = -\frac{6}{4} = -\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

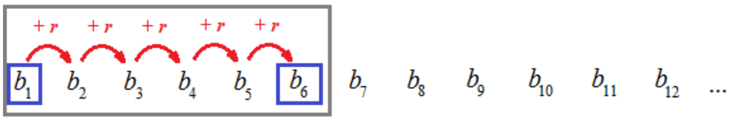
Korzystamy ze wzoru $r = \frac{a_n - a_k}{n - k}$, podstawiając $n = 7$ oraz $k = 3$.

$r = \frac{a_7 - a_3}{7 - 3} = \frac{-11 - (-5)}{4} = \frac{-11 + 5}{4} = \frac{-6}{4} = -\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$. Odp. **B** jest poprawna.

12.3.

Rozwiązanie I:

$b_1 + 5r = b_6$



$4 + 5r = -2$

$5r = -2 - 4$

$5r = -6 \qquad |:5$

$r = -\frac{6}{5} = \mathbf{-1{,}2}$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

$r = \frac{b_6 - b_1}{6-1} = \frac{-2-4}{5} = \frac{-6}{5} = \mathbf{-1{,}2}$. Odp. **A** jest poprawna.

12.4.

Rozwiązanie I:

$a_2 = -\frac{3}{4} = -0{,}75$

$$a_1 \quad \boxed{a_2} \xrightarrow{+r} a_3 \xrightarrow{+r} a_4 \xrightarrow{+r} a_5 \xrightarrow{+r} a_6 \xrightarrow{+r} a_7 \xrightarrow{+r} a_8 \xrightarrow{+r} a_9 \xrightarrow{+r} a_{10} \xrightarrow{+r} \boxed{a_{11}} \quad a_{12} \quad \ldots$$

$\boldsymbol{a_2 + 9r = a_{11}}$

$-0{,}75 + 9r = 3{,}75$

$9r = 3{,}75 + 0{,}75$

$9r = 4{,}5 \qquad |:9$

$r = 0{,}5 = \mathbf{\frac{1}{2}}$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

$r = \frac{a_{11} - a_2}{11 - 2} = \frac{3{,}75 - (-0{,}75)}{9} = \frac{3{,}75 + 0{,}75}{9} = \frac{4{,}5}{9} = 0{,}5 = \mathbf{\frac{1}{2}}$. Odp. **C** jest poprawna.

12.5.

Rozwiązanie I:

$a_2 + 3r = a_5$

$8 + 3r = 12$

$3r = 12 - 8$

$3r = 4 \qquad |:3$

$r = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$

Odp. **D**

$$a_1 \quad \boxed{a_2} \quad a_3 \quad a_4 \quad \boxed{a_5} \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10} \quad a_{11} \quad a_{12} \quad \ldots$$

$+r \quad +r \quad +r$

Rozwiązanie II:

$r = \frac{a_5 - a_2}{5-2} = \frac{12-8}{3} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$. Odp. **D** jest poprawna.

12.6.

Rozwiązanie I:

Z treści zadania wynika, że $\boldsymbol{a_8 = 11}$ oraz $\boldsymbol{a_6 = 7}$. Należy obliczyć $\boldsymbol{r}$.

$\boldsymbol{a_6} + \boldsymbol{2r} = \boldsymbol{a_8}$

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad \boxed{a_6} \overset{+r}{\curvearrowright} a_7 \overset{+r}{\curvearrowright} \boxed{a_8} \quad a_9 \quad a_{10} \quad a_{11} \quad a_{12} \quad \ldots$$

$7 + 2r = 11$

$2r = 11 - 7$

$2r = 4 \qquad |:2$

$r = \mathbf{2}$

Liczba **2** to **najmniejsza liczba pierwsza**.

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

$$r = \frac{a_8 - a_6}{8-6} = \frac{11-7}{2} = \frac{4}{2} = \mathbf{2}.$$

Odp. **B** jest poprawna, bo dwójka jest najmniejszą liczbą pierwszą.

12.7.
Rozwiązanie I:
Z treści zadania wiadomo, że
$a_{11} = 5$ oraz $a_8 = 0$.
Należy obliczyć r.

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad \boxed{a_8} \xrightarrow{+r} a_9 \xrightarrow{+r} a_{10} \xrightarrow{+r} \boxed{a_{11}} \quad a_{12} \quad \ldots$$

$a_8 + 3r = a_{11}$

$0 + 3r = 5$

$3r = 5 \qquad |:3$

$r = \frac{5}{3} = \mathbf{1{,}6666...}$

Spełniony jest warunek $\underbrace{r}_{1{,}666...} > 1{,}5$.

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

$r = \frac{a_{11} - a_8}{11 - 8} = \frac{5-0}{3} = \frac{5}{3} = \mathbf{1{,}6666...} > 1{,}5$. Odp. **D** jest poprawna.

12.8.

Rozwiązanie I:

Z treści zadania wiadomo, że $\boldsymbol{a_{20} = 14}$ oraz $\boldsymbol{a_{14} = 30}$.

Należy obliczyć r.

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \ldots \quad a_{13} \quad \boxed{a_{14}} \xrightarrow{+r} a_{15} \xrightarrow{+r} a_{16} \xrightarrow{+r} a_{17} \xrightarrow{+r} a_{18} \xrightarrow{+r} a_{19} \xrightarrow{+r} \boxed{a_{20}} \quad a_{21} \quad \ldots$$

$a_{14} + 6r = a_{20}$

$30 + 6r = 14$

$6r = 14 - 30$

$6r = -16$

$r = \frac{-16}{6} = -\mathbf{\frac{8}{3}}$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

$r = \frac{a_{20} - a_{14}}{20 - 14} = \frac{14 - 30}{6} = \frac{-16}{6} = -\mathbf{\frac{8}{3}}$. Odp. **D** jest poprawna.

12.9.
Rozwiązanie I:
Z treści zadania wynika, że
$a_{13} = -\frac{2}{3}$, $a_4 = 3$.
Należy wyliczyć r.

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \boxed{a_4} \xrightarrow{+r} a_5 \xrightarrow{+r} a_6 \xrightarrow{+r} a_7 \xrightarrow{+r} a_8 \xrightarrow{+r} a_9 \xrightarrow{+r} a_{10} \xrightarrow{+r} a_{11} \xrightarrow{+r} a_{12} \xrightarrow{+r} \boxed{a_{13}}$$

$a_4 + \mathbf{9r} = a_{13}$

$$3 + 9r = -\frac{2}{3} \qquad |\cdot 3$$

$$\mathbf{3} \cdot 3 + \mathbf{3} \cdot 9r = \mathbf{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$9 + 27r = -2$$

$$27r = -2 - 9$$

$$27r = -11 \qquad |:27$$

$$r = -\frac{\mathbf{11}}{\mathbf{27}}$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z przybliżenia $-\frac{2}{3} \approx \mathbf{-0{,}67}$. Przyjmujemy $a_{13} = -0{,}67$, $a_4 = 3$, obliczamy r.

$$r = \frac{a_{13} - a_4}{13 - 4} = \frac{-0{,}67 - 3}{9} = \frac{-3{,}67}{9} = \mathbf{-0{,}407777}...$$

Spośród wyników przedstawionych w odpowiedziach, mamy przybliżenie $-\frac{11}{27} \approx \mathbf{-0{,}407}$ które sugeruje, że odp. **B** jest poprawna.

12.10.

Rozwiązanie I:

Korzystamy z $\frac{3}{2} = \mathbf{1{,}5}$ oraz $\frac{7}{8} = \mathbf{0{,}875}$. Zatem $\boldsymbol{a_8 = 1{,}5}$ oraz $\boldsymbol{a_{13} = 0{,}875}$. Należy obliczyć $\boldsymbol{r}$.

$\boldsymbol{a_8} + \boldsymbol{5r} = \boldsymbol{a_{13}}$

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad \boxed{a_8} \xrightarrow{+r} a_9 \xrightarrow{+r} a_{10} \xrightarrow{+r} a_{11} \xrightarrow{+r} a_{12} \xrightarrow{+r} \boxed{a_{13}}$$

$1{,}5 + 5r = 0{,}875$

$5r = 0{,}875 - 1{,}5$

$5r = -0{,}625 \qquad |:5$

$r = \mathbf{-0{,}125}$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

$r = \frac{a_{13} - a_8}{13 - 8} = \frac{0{,}875 - 1{,}5}{5} = \frac{-0{,}625}{5} = \mathbf{-0{,}125}$. Odp. **C** jest poprawna.

12.11.

Korzystamy z tego, że $r = -\frac{3}{4} = \mathbf{-0{,}75}$. Z treści wiadomo, że $\color{blue}{\boldsymbol{a_5 = 15}}$.

Odpowiedzi sugerują, żeby policzyć a_9 oraz a_1.

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad \boxed{a_5} \overset{+r}{\curvearrowright} a_6 \overset{+r}{\curvearrowright} a_7 \overset{+r}{\curvearrowright} a_8 \overset{+r}{\curvearrowright} \boxed{a_9} \quad a_{10} \quad a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13}$$

Najpierw obliczamy $\color{blue}{\boldsymbol{a_9}}$.

$\color{blue}{\boldsymbol{a_5}} + \color{red}{\boldsymbol{4r}} = \color{blue}{\boldsymbol{a_9}}$

$15 + 4 \cdot (-0{,}75) = a_9$

$15 - 3 = a_9$

$12 = a_9$

Otrzymując wynik $a_9 = 12$, nie musimy już liczyć a_1.

Odp. **A**

12.12.

Z treści zadania wiadomo, że $\boldsymbol{r = 2}$ oraz $\boldsymbol{a_{17} = 11}$. Należy obliczyć a_2.

$a_2 + 15r = a_{17}$

$a_2 + 15 \cdot 2 = 11$

$a_2 + 30 = 11$

$a_2 = 11 - 30$

$a_2 = \mathbf{-19}$

Odp. **D**

12.13.
Z treści zadania wiadomo, że $\boldsymbol{r = -4}$ oraz $\boldsymbol{a_5 = -3}$. Należy obliczyć $\boldsymbol{a_2}$.

$\boldsymbol{a_2} + \boldsymbol{3r} = \boldsymbol{a_5}$

$a_2 + 3 \cdot (-4) = -3$

$a_2 - 12 = -3$

$a_2 = -3 + 12$

$a_2 = \mathbf{9}$

Odp. **C**

12.14.

Z treści zadania wiadomo, że $\boldsymbol{r} = -\frac{5}{3}$ oraz $\boldsymbol{a_6 = -2}$. Należy obliczyć $\boldsymbol{a_{15}}$.

$\boldsymbol{a_6} + \mathbf{9}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a_{15}}$

$-2 + 9 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = a_{15}$

$-2 - \frac{45}{3} = a_{15}$

$-2 - 15 = a_{15}$

$\mathbf{-17} = a_{15}$

Odp. **C**

12.15.

Korzystamy z tego, że $r = 2\frac{1}{3} = \mathbf{\frac{7}{3}}$. Mając dane $\boldsymbol{r} = \frac{7}{3}$ oraz $\boldsymbol{a_5 = 7}$, liczymy $\boldsymbol{a_2}$.

$\boldsymbol{a_2} + \mathbf{3}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a_5}$

$a_2 + 3 \cdot \frac{7}{3} = 7$

$a_2 + 7 = 7$

$a_2 = \mathbf{0}$

Otrzymaliśmy wynik z odpowiedzi B, więc nie ma sensu liczyć już a_3.

Odp. **B**

12.16.

Z treści zadania wynika, że $a_6 + a_{11} = 13$. Należy obliczyć $a_8 + a_9$.

Korzystamy ze wzoru $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, rozpisując a_6, a_{11}.

$a_6 = a_1 + (6-1) \cdot r = a_1 + 5r$

$a_{11} = a_1 + (11-1) \cdot r = a_1 + 10r$

Wstawiając to do $a_6 + a_{11} = 13$, otrzymujemy $\underbrace{a_1 + 5r}_{a_6} + \underbrace{a_1 + 10r}_{a_{11}} = 13$. Upraszczając, otrzymujemy $\mathbf{2}a_1 + \mathbf{15}r = \mathbf{13}$.

Rozpisujemy teraz szukane a_8 i a_9:

$a_8 = a_1 + (8-1) \cdot r = a_1 + 7r$

$a_9 = a_1 + (9-1) \cdot r = a_1 + 8r$

Zatem $a_8 + a_9 = \underbrace{a_1 + 7r}_{a_8} + \underbrace{a_1 + 8r}_{a_9} = 2a_1 + 15r$. Z wcześniejszych obliczeń, $2a_1 + 15r = \mathbf{13}$.

Odp. **B**

12.17.

Należy obliczyć $a_1 + a_6$.

Mając dane $a_2 + a_5 = 3$, korzystamy ze wzoru $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, rozpisując a_2 i a_5.

$a_2 = a_1 + (2-1) \cdot r = a_1 + r$

$a_5 = a_1 + (5-1) \cdot r = a_1 + 4r$

Zatem $\underbrace{a_1 + r}_{a_2} + \underbrace{a_1 + 4r}_{a_5} = 3$. Upraszczając, otrzymujemy $\mathbf{2}a_1 + \mathbf{5}r = \mathbf{3}$.

W szukanym wyrażeniu $a_1 + a_6$ rozpisujemy a_6.

$a_6 = a_1 + (6-1) \cdot r = a_1 + 5r$

Wstawiając to do $a_1 + a_6 = 13$, otrzymujemy $a_1 + \underbrace{a_1 + 5r}_{a_6} = 2a_1 + 5r$.

Z wcześniejszych obliczeń, $2a_1 + 5r = \mathbf{3}$.

Odp. **C**

12.18.

Z treści zadania wynika, że $a_6 + a_9 = 10$. Należy obliczyć $a_7 + a_8$.

Korzystamy ze wzoru $a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$, rozpisując a_6, a_9.

$a_6 = a_1 + (6-1)\cdot r = a_1 + 5r$

$a_9 = a_1 + (9-1)\cdot r = a_1 + 8r$

Wstawiając to do $a_6 + a_9 = 10$, otrzymujemy $\underbrace{a_1 + 5r}_{a_6} + \underbrace{a_1 + 8r}_{a_9} = 10$. Upraszczając,

otrzymujemy $\mathbf{2}a_1 + \mathbf{13}r = \mathbf{10}$.

Rozpisujemy teraz szukane a_7 i a_8:

$a_7 = a_1 + (7-1)\cdot r = a_1 + 6r$

$a_8 = a_1 + (8-1)\cdot r = a_1 + 7r$

Zatem $a_7 + a_8 = \underbrace{a_1 + 6r}_{a_7} + \underbrace{a_1 + 7r}_{a_8} = 2a_1 + 13r$. Z wcześniejszych obliczeń, $2a_1 + 13r = \mathbf{10}$.

Odp. **C**

12.19.

Odpowiedzi wskazują, że trzeba policzyć wartość $a_1 + a_9$.

Korzystamy ze wzoru $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, rozpisując a_3, a_7.

$a_3 = a_1 + (3-1) \cdot r = a_1 + 2r$

$a_7 = a_1 + (7-1) \cdot r = a_1 + 6r$

Wstawiając to do $a_3 + a_7 = -18$, otrzymujemy $\underbrace{a_1 + 2r}_{a_3} + \underbrace{a_1 + 6r}_{a_7} = -18$. Upraszczając, otrzymujemy $\mathbf{2}a_1 + \mathbf{8}r = \mathbf{-18}$.

W szukanym wyrażeniu $a_1 + a_9$ rozpisujemy a_9:

$a_9 = a_1 + (9-1) \cdot r = a_1 + 8r$

Zatem $a_1 + a_9 = a_1 + \underbrace{a_1 + 8r}_{a_9} = 2a_1 + 8r$. Z wcześniejszych obliczeń, $2a_1 + 8r = \mathbf{-18}$.

Odp. **D**

12.20.

Korzystamy ze wzoru $a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$ do rozpisania a_5 i a_8 za pomocą a_1 i r:

$a_5 = a_1 + 4r$

$a_8 = a_1 + 7r$

Zatem $\underbrace{a_1 + 4r}_{a_5} + \underbrace{a_1 + 7r}_{a_8} = -9$, czyli $\mathbf{2}a_1 + \mathbf{11}r = \mathbf{-9}$.

Sumy przedstawione w odpowiedziach wyrażamy za pomocą a_1 i r.

A. $a_2 + a_{11}$ $\underbrace{a_1 + r}_{a_2} + \underbrace{a_1 + 10r}_{a_{11}}$ $\mathbf{2}a_1 + \mathbf{11}r$	$\underbrace{a_1 + 2r}_{a_3} + \underbrace{a_1 + 4r}_{a_5}$ $\mathbf{2}a_1 + \mathbf{6}r$	$\underbrace{a_1 + 5r}_{a_6} + \underbrace{a_1 + 8r}_{a_9}$ $\mathbf{2}a_1 + \mathbf{13}r$	$\underbrace{a_1 + 3r}_{a_4} + \underbrace{a_1 + 9r}_{a_{10}}$ $\mathbf{2}a_1 + \mathbf{12}r$
B. $a_3 + a_5$	C. $a_6 + a_9$	D. $a_4 + a_{10}$	

Wyrażenie z odp. **A** dało się przekształcić do postaci $\mathbf{2}a_1 + \mathbf{11}r$, takiej samej, co $a_5 + a_8$.

Odp. **A**

12.21.
Szukamy najmniejszych możliwych liczb trzycyfrowych **podzielnych przez 3**, czyli dających resztę 0 przy dzieleniu przez **3**. Można wykorzystać kalkulator.

Liczba trzycyfrowa	100	101	**102**	103	104	**105**	106	107
Reszta z dzielenia przez 3			**0**			**0**		

Reszta z dzielenia przez 3 nie może być równa 3 i więcej.
Uzupełniamy więc reszty z dzielenia liczbami 1 i 2:

Liczba trzycyfrowa	100	**101**	102	103	**104**	105	106	**107**
Reszta z dzielenia przez 3	1	**2**	0	1	**2**	0	1	**2**

Zatem $a_1 = 101$, $a_2 = 104$, $a_3 = 107$ oraz $\boldsymbol{a_4 = 110}$.

Odp. **B**

12.22.
Szukamy najmniejszych możliwych liczb 2-cyfrowych **podzielnych przez 4**, czyli dających resztę 0 przy dzieleniu przez **4**.

Liczba 2-cyfrowa	10	11	**12**	13	14	15	**16**	17
Reszta z dzielenia przez 4			**0**				**0**	

Reszta z dzielenia przez 4 nie może być równa 4 i więcej.
Uzupełniamy więc reszty z dzielenia liczbami 1, 2 i 3.

Liczba 2-cyfrowa	**10**	11	12	13	**14**	15	16	17
Reszta z dzielenia przez 4	**2**	3	0	1	**2**	3	0	1

Zatem $a_1 = 10$, $a_2 = 14$, $a_3 = 107$ oraz $\boldsymbol{a_3 = 18}$.

Odp. **C**

12.23.
Szukamy najmniejszych możliwych liczb 3-cyfrowych **podzielnych przez 6**, czyli dających resztę 0 przy dzieleniu przez **6**. Można wykorzystać kalkulator.

Liczba 3-cyfrowa	100	101	**102**	103	104	105	106	107	**108**	109	110
Reszta z dzielenia przez 6			**0**						**0**		

Reszta z dzielenia przez 6 nie może być równa 6 i więcej.
Uzupełniamy więc reszty z dzielenia liczbami 1, 2, 3, 4 i 5.

Liczba 3-cyfrowa	100	101	102	**103**	104	105	106	107	108	**109**	110
Reszta z dzielenia przez 6	4	5	0	**1**	2	3	4	5	0	**1**	2

Zatem $a_1 = 103$, $a_2 = 109$ oraz $\boldsymbol{a_3 = 115}$.

Odp. **D**

12.24.
Wypisujemy kilka liczb nieparzystych dodatnich w kolejności rosnącej, zaczynając od jedynki.

Zatem: 1, 3, 5, 7, **9**, 11, 13, 15, 17, ...

Piątą z nich w kolejności jest liczba **9**, zatem $a_5 = 9$.

Odp. **D**

12.25.
Szukamy najmniejszych możliwych liczb 2-cyfrowych **podzielnych przez 5**, czyli dających resztę 0 przy dzieleniu przez **5**.

Liczba 2-cyfrowa	**10**	11	12	13	14	**15**	16	17	18	19	**20**
Reszta z dzielenia przez 5	0					0					0

Reszta z dzielenia przez 5 nie może być równa 5 i więcej.
Uzupełniamy więc reszty z dzielenia liczbami 1, 2, 3 i 4.

Liczba 2-cyfrowa	10	11	12	**13**	14	15	16	17	**18**	19	20
Reszta z dzielenia przez 5	0	1	2	**3**	4	0	1	2	**3**	4	0

Zatem $a_1 = 13$, $a_2 = 18$, $a_3 = 23$ i $\boldsymbol{a_4 = 28}$.

Odp. **D**

12.26.

Korzystamy ze wzoru na sumę $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ dla ***n* = 30** (bo do zsumowania 30 wyrazów).

$$S_{\mathbf{30}} = \frac{a_1 + a_{\mathbf{30}}}{2} \cdot \mathbf{30}.$$

Potrzebujemy wartości $a_{\mathbf{1}}$ oraz $a_{\mathbf{30}}$. Wyliczamy je ze wzoru ogólnego $a_n = 5(n-1) + n$.

$$a_{\mathbf{1}} = 5 \cdot (\mathbf{1} - 1) + \mathbf{1} = 5 \cdot 0 + 1 = \mathbf{1}$$

$$a_{\mathbf{30}} = 5 \cdot (\mathbf{30} - 1) + \mathbf{30} = 5 \cdot 29 + 30 = \mathbf{175}$$

Podstawiamy $a_1 = \mathbf{1}$, $a_{30} = \mathbf{175}$ do wzoru $S_{\mathbf{30}} = \frac{a_1 + a_{\mathbf{30}}}{2} \cdot \mathbf{30}$.

$$S_{\mathbf{30}} = \frac{\mathbf{1} + \mathbf{175}}{2} \cdot \mathbf{30} = \frac{176}{2} \cdot 30 = \mathbf{2640}.$$

Odp. **D**

12.27.

Korzystamy ze wzoru na sumę $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ dla $\boldsymbol{n} = \mathbf{10}$ (bo do zsumowania 10 wyrazów).

$S_{\mathbf{10}} = \frac{a_1 + a_{\mathbf{10}}}{2} \cdot \mathbf{10}$.

Potrzebujemy wartości a_1 oraz $a_{\mathbf{10}}$. Wyliczamy je ze wzoru ogólnego $a_n = 3n - 8$.

$a_{\mathbf{1}} = 3 \cdot \mathbf{1} - 8 = \mathbf{-5}$

$a_{\mathbf{10}} = 3 \cdot \mathbf{10} - 8 = \mathbf{22}$

Podstawiamy $a_1 = \mathbf{-5}$, $a_{10} = \mathbf{22}$ do wzoru $S_{\mathbf{10}} = \frac{a_1 + a_{\mathbf{10}}}{2} \cdot \mathbf{10}$.

$S_{\mathbf{10}} = \frac{\mathbf{-5} + \mathbf{22}}{2} \cdot \mathbf{10} = \frac{17}{2} \cdot 10 = 8{,}5 \cdot 10 = \mathbf{85}$.

Odp. **D**

12.28.

Korzystamy ze wzoru na sumę $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ dla ***n* = 24** (bo do zsumowania 24 wyrazy).

$S_{\mathbf{24}} = \frac{a_1 + a_{\mathbf{24}}}{2} \cdot \mathbf{24}$.

Potrzebujemy wartości a_1 oraz a_{24}. Wyliczamy je ze wzoru ogólnego $a_n = 11 - 2(n+1)$.

$a_{\mathbf{1}} = 11 - 2 \cdot (\mathbf{1} + 1) = 11 - 2 \cdot 2 = 11 - 4 = \mathbf{7}$

$a_{\mathbf{24}} = 11 - 2 \cdot (\mathbf{24} + 1) = 11 - 2 \cdot 25 = 11 - 50 = \mathbf{-39}$

Podstawiamy $a_1 = \mathbf{7}$, $a_{24} = \mathbf{-39}$ do wzoru $S_{\mathbf{24}} = \frac{a_1 + a_{\mathbf{24}}}{2} \cdot \mathbf{24}$.

$S_{\mathbf{24}} = \frac{\mathbf{7} + (-\mathbf{39})}{2} \cdot \mathbf{24} = \frac{-32}{2} \cdot 24 = -16 \cdot 24 = \mathbf{-384}$.

Odp. **C**

12.29.

Korzystamy ze wzoru na sumę $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ dla $\boldsymbol{n}$ **= 14** (bo do zsumowania 14 wyrazów).

$S_{\mathbf{14}} = \frac{a_{\mathbf{1}} + a_{\mathbf{14}}}{2} \cdot \mathbf{14}$.

Potrzebujemy wartości a_1 oraz a_{14}. Wyliczamy je ze wzoru ogólnego $a_n = \frac{10 - n}{2}$.

$a_{\mathbf{1}} = \frac{10 - \mathbf{1}}{2} = \frac{9}{2} = \mathbf{4{,}5}$

$a_{\mathbf{14}} = \frac{10 - \mathbf{14}}{2} = \frac{-4}{2} = \mathbf{-2}$

Podstawiamy $a_1 = \mathbf{4{,}5}$, $a_{14} = \mathbf{-2}$ do wzoru $S_{\mathbf{14}} = \frac{a_{\mathbf{1}} + a_{\mathbf{14}}}{2} \cdot \mathbf{14}$.

$S_{\mathbf{14}} = \frac{\mathbf{4{,}5} + (\mathbf{-2})}{2} \cdot \mathbf{14} = \frac{2{,}5}{2} \cdot 14 = \mathbf{17{,}5}$. Wynik odp. **B** to też **17,5**, bo $\frac{35}{2} = 17{,}5$.

Odp. **B**

12.30.

Korzystamy ze wzoru na sumę $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ dla $\boldsymbol{n} = \mathbf{13}$ (bo 13 wyrazów do zsumowania).

$$S_{\mathbf{13}} = \frac{a_{\mathbf{1}} + a_{\mathbf{13}}}{2} \cdot \mathbf{13}.$$

Potrzebujemy wartości a_1 oraz a_{13}. Wyliczamy je ze wzoru ogólnego $a_n = \frac{n}{2} + 3$.

$$a_{\mathbf{1}} = \frac{\mathbf{1}}{2} + 3 = \mathbf{3{,}5}$$

$$a_{\mathbf{13}} = \frac{\mathbf{13}}{2} + 3 = 6{,}5 + 3 = \mathbf{9{,}5}$$

Podstawiamy $a_{\mathbf{1}} = \mathbf{3{,}5}$, $a_{\mathbf{13}} = \mathbf{9{,}5}$ do wzoru $S_{\mathbf{13}} = \frac{a_{\mathbf{1}} + a_{\mathbf{13}}}{2} \cdot \mathbf{13}$.

$$S_{\mathbf{13}} = \frac{a_{\mathbf{1}} + a_{\mathbf{13}}}{2} \cdot \mathbf{13} = \frac{\mathbf{3{,}5} + \mathbf{9{,}5}}{2} \cdot 13 = \frac{13}{2} \cdot 13 = 6{,}5 \cdot 13 = \mathbf{84{,}5}.$$

Odp. **A**

12.31.

Odpowiedzi wskazują, aby policzyć a_7 i a_9. Zaczynamy od a_7:

$a_7 = -3 \cdot \frac{5-\mathbf{7}}{2} = -3 \cdot \frac{-2}{2} = -3 \cdot (-1) = \mathbf{3}$. Odrzucamy odpowiedzi A i C.

Liczymy a_9:

$a_9 = -3 \cdot \frac{5-\mathbf{9}}{2} = -3 \cdot \frac{-4}{2} = -3 \cdot (-2) = \mathbf{6}$.

Odp. **D**

12.32.
Odpowiedzi wskazują, aby policzyć a_3 i a_4. Zaczynamy od a_3:
$a_3 = 2 \cdot \mathbf{3} + 3 \cdot (\mathbf{3} + 15) = 6 + 3 \cdot 18 = 6 + 54 = \mathbf{60}$. Odrzucamy odpowiedzi A i B.
Liczymy a_4:
$a_4 = 2 \cdot \mathbf{4} + 3 \cdot (\mathbf{4} + 15) = 8 + 3 \cdot 19 = 8 + 57 = \mathbf{65}$.
Odp. **C**

12.33.

$a_5 = 7 - \frac{3}{2} \cdot \mathbf{5} = 7 - 1{,}5 \cdot 5 = 7 - 7{,}5 = -0{,}5 = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$.

Odp. **C**

12.34.

$$a_{11} = 15 - \frac{2}{3}(6 - \mathbf{11}) = 15 - \frac{2}{3} \cdot (-5) = 15 + \frac{10}{3} = 15 + 3\frac{1}{3} = \mathbf{18\frac{1}{3}}.$$

Odp. **C**

12.35.

Odpowiedzi wskazują, że należy obliczyć a_5:

$a_{\mathbf{5}} = -4 \cdot (\mathbf{5} - 2) + 1 = -4 \cdot 3 + 1 = -12 + 1 = \mathbf{-11}$.

Odp. **A**

12.36.

Rozwiązanie I:

Należy rozwiązać równanie $16-2n=\mathbf{4}$.

$16-2n=4$

$-2n=4-16$

$-2n=-12 \qquad |:(-2)$

$n=\mathbf{6}$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Licząc proponowane w odpowiedziach wyrazy ciągu oceniamy, który z nich jest równy 4:

A.	B.	C.	D.
$a_4=16-2\cdot\mathbf{4}$	$a_6=16-2\cdot\mathbf{6}$	$a_8=16-2\cdot\mathbf{8}$	$a_{56}=16-2\cdot\mathbf{56}$
$a_4=16-8$	$a_6=16-12$	$a_8=16-16$	$a_{56}=16-112$
$a_4=\mathbf{8}\neq 4$	$a_6=\mathbf{4}$	$a_8=\mathbf{0}\neq 4$	$a_{56}=\mathbf{-96}\neq 4$

Z obliczeń wynika, że $a_6=4$, tj. **szósty** wyraz jest równy 4. Odp. **B** jest poprawna.

12.37.
Rozwiązanie I:

Należy rozwiązać równanie $-6+3\cdot\frac{n}{2}=\mathbf{7\frac{1}{2}}$

$-6+3\cdot\frac{n}{2}=7\frac{1}{2}$

$-6+\frac{3n}{2}=\frac{15}{2} \qquad |\cdot 2$

$\mathbf{2}\cdot(-6)+\mathbf{2}\cdot\frac{3n}{2}=\mathbf{2}\cdot\frac{15}{2}$

$-12+3n=15$

$3n=15+12$

$3n=27 \qquad |:3$

$n=\mathbf{9}$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

A.

$a_7=-6+3\cdot\frac{\mathbf{7}}{2}$

$a_7=-6+3\cdot 3{,}5$

$a_7=-6+10{,}5$

$a_7=\mathbf{4{,}5}\neq 7\frac{1}{2}$

B.

$a_{\mathbf{8}}=-6+3\cdot\frac{\mathbf{8}}{2}$

$a_8=-6+3\cdot 4$

$a_8=-6+12$

$a_8=\mathbf{6}\neq 7\frac{1}{2}$

C.

$a_{\mathbf{9}}=-6+3\cdot\frac{\mathbf{9}}{2}$

$a_9=-6+3\cdot 4{,}5$

$a_9=-6+13{,}5$

$a_9=\mathbf{7{,}5}=7\frac{1}{2}$

D.

$a_{\mathbf{10}}=-6+3\cdot\frac{\mathbf{10}}{2}$

$a_{10}=-6+3\cdot 5$

$a_{10}=-6+15$

$a_{10}=\mathbf{9}\neq 7\frac{1}{2}$

Z powyższych obliczeń wynika, że $a_{\mathbf{9}}=7\frac{1}{2}$, tzn. **dziewiąty** wyraz jest równy $7\frac{1}{2}$.

Oznacza to, że odp. **C** jest poprawna.

12.38.

Rozwiązanie I:
Należy rozwiązać równanie $157n - 22 = \mathbf{2019}$.

$157n - 22 = 2019$

$157n = 2019 + 22$

$157n = 2041 \quad |:157$

$n = \mathbf{13}$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

A. $n = 12$	B. $n = 13$	C. $n = 272565$	D. $n = 316961$
$a_{12} = 157 \cdot \mathbf{12} - 22$	$a_{13} = 157 \cdot \mathbf{13} - 22$	$a_{272565} = 157 \cdot \mathbf{272565} - 22$	$a_{316961} = 157 \cdot \mathbf{316961} - 22$
$a_{12} = 1884 - 22$	$a_{13} = 2041 - 22$	$a_{272565} = 42792705 - 22$	$a_{316961} = 49762877 - 22$
$a_{12} = \mathbf{1862}$	$a_{13} = \mathbf{2019}$	$a_{272565} = \mathbf{42792683}$	$a_{316961} = \mathbf{49762855}$

Z powyższych obliczeń wynika, że $a_{13} = 2019$, czyli równość $a_n = 2019$ jest prawdziwa dla $\boldsymbol{n} = \mathbf{13}$. Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

12.39.

Rozwiązanie I:

Należy rozwiązać równanie $5n - 23 = \mathbf{7}$.

$5n - 23 = 7$

$5n = 7 + 23$

$5n = 30 \qquad |:5$

$n = \mathbf{6}$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

A. $n = 6$

$a_{\mathbf{6}} = 5 \cdot \mathbf{6} - 23$

$a_6 = 30 - 23$

$a_6 = \mathbf{7}$

B. $n = 7$

$a_{\mathbf{7}} = 5 \cdot \mathbf{7} - 23$

$a_7 = 35 - 23$

$a_7 = \mathbf{12} \neq 7$

C. $n = 11$

$a_{\mathbf{11}} = 5 \cdot \mathbf{11} - 23$

$a_{11} = 55 - 23$

$a_{11} = \mathbf{32} \neq 7$

D. $n = 12$

$a_{\mathbf{12}} = 5 \cdot \mathbf{12} - 23$

$a_{12} = 60 - 23$

$a_{12} = \mathbf{37} \neq 7$

Z powyższych obliczeń wynika, że $a_6 = 7$, tzn. równość $a_n = 7$ jest spełniona dla $\boldsymbol{n} = \mathbf{6}$.

Oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

12.40.

Rozwiązanie I:

Należy rozwiązać równanie $0{,}25n - 1{,}25 = \mathbf{9}$.

$0{,}25n - 1{,}25 = 9$

$0{,}25n = 9 + 1{,}25$

$0{,}25n = 10{,}25 \qquad |: 0{,}25$

$n = \frac{10{,}25}{0{,}25} = \mathbf{41}$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

A.	B.	C.	D.
$a_{\mathbf{1}} = 0{,}25 \cdot \mathbf{1} - 1{,}25$	$a_{\mathbf{2}} = 0{,}25 \cdot \mathbf{2} - 1{,}25$	$a_{\mathbf{9}} = 0{,}25 \cdot \mathbf{9} - 1{,}25$	$a_{\mathbf{41}} = 0{,}25 \cdot \mathbf{41} - 1{,}25$
$a_1 = 0{,}25 - 1{,}25$	$a_2 = 0{,}5 - 1{,}25$	$a_9 = 2{,}25 - 1{,}25$	$a_{41} = 10{,}25 - 1{,}25$
$a_1 = \mathbf{-1} \neq 9$	$a_2 = \mathbf{-0{,}75} \neq 9$	$a_9 = \mathbf{1} \neq 9$	$a_{41} = \mathbf{9}$

Z powyższych obliczeń wynika, że $a_{\mathbf{41}} = \mathbf{9}$. Zatem odp. **D** jest poprawna.

12.41.

Należy rozwiązać nierówność $14\frac{1}{2} - 0{,}5n > 0$.

$$14\frac{1}{2} - 0{,}5n > 0$$
$$14{,}5 - 0{,}5n > 0$$
$$-0{,}5n > -14{,}5 \qquad |:(-1)$$
$$0{,}5n < 14{,}5 \qquad |:0{,}5$$
$$n < \frac{14{,}5}{0{,}5}$$
$$n < \mathbf{29}$$

Oznacza to, że **numer wyrazu** musi być **mniejszy niż 29**.

Zatem dodatnie wyrazy ciągu to: $a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots, a_{28}$.

Odp. **C**

12.42.

Należy rozwiązać nierówność $-1{,}5n+23{,}7>0$.

$-1{,}5n+23{,}7>0$

$-1{,}5n>-23{,}7 \qquad |:(-1)$

$1{,}5n<23{,}7 \qquad |:1{,}5$

$n<\frac{23{,}7}{1{,}5}$

$n<\mathbf{15{,}8}$

Numer wyrazu ciągu musi być **mniejszy niż 15,8**.

Oznacza to, że wyrazy $a_1, a_2, a_3, ..., a_{15}$ są dodatnie.

Odp. **A**

12.43.

Należy rozwiązać nierówność $-1\frac{1}{3}n+15>0$.

$$-1\frac{1}{3}n+15>0$$

$$-\frac{4}{3}n+15>0 \qquad |\cdot 3$$

$$\mathbf{3}\cdot\left(-\frac{4}{3}n\right)+\mathbf{3}\cdot 15>\mathbf{3}\cdot 0$$

$$-4n+45>0$$

$$-4n>-45 \qquad |:(-1)$$

$$4n<45 \qquad |:4$$

$$n<\frac{45}{4}$$

$$n<\mathbf{11{,}25}$$

Numer wyrazu ciągu musi być **mniejszy niż 11,25**.
Oznacza to, że wyrazy $a_1,\ a_2,\ a_3,\ ...,a_{11}$ są dodatnie.
Odp. **A**

12.44.

Należy rozwiązać nierówność $84-3n>0$.

$84-3n>0$

$-3n>-84 \qquad |:(-1)$

$3n<84 \qquad |:3$

$n<\mathbf{28}$

Numer wyrazu ciągu musi być **mniejszy niż 28**.

Oznacza to, że wyrazy $a_1, a_2, a_3, ..., a_{27}$ są dodatnie.

Odp. **B**

12.45.
Aby wiedzieć, ile dodatnich wyrazów ma ciąg (a_n), należy rozwiązać nierówność $10{,}101 - 0{,}101n > 0$.

$10{,}101 - 0{,}101n > 0$
$-0{,}101n > -10{,}101 \qquad |:(-1)$
$0{,}101n < 10{,}101 \qquad |:0{,}101$
$n < \frac{10{,}101}{0{,}101}$
$n < \mathbf{100{,}0099}$
Numer wyrazu ciągu musi być **mniejszy niż 100,0099**.
Oznacza to, że wyrazy $a_1, a_2, a_3, ..., a_{100}$ są dodatnie.
Odp. **C**

12.46.

Zaczynamy od obliczenia a_1 i a_2:

$\boldsymbol{a_1} = 3 \cdot \mathbf{1} - 32 = 3 - 32 = \mathbf{-29}$

$\boldsymbol{a_2} = 3 \cdot \mathbf{2} - 32 = 6 - 32 = \mathbf{-26}$

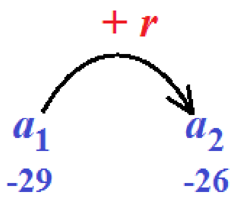
Obliczamy różnicę ciągu:

$\boldsymbol{a_1} + \boldsymbol{r} = \boldsymbol{a_2}$

$\mathbf{-29} + \boldsymbol{r} = \mathbf{-26}$

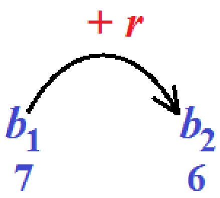
$\boldsymbol{r} = \mathbf{-26 + 29}$

$\boldsymbol{r} = \mathbf{3}$



Odp. **C**

12.47.
Zaczynamy od obliczenia b_1 i b_2:
$\boldsymbol{b_1} = 8 - \mathbf{1} = \mathbf{7}$
$\boldsymbol{b_2} = 8 - \mathbf{2} = \mathbf{6}$

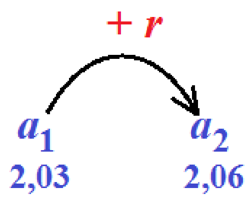


Obliczamy różnicę ciągu:
$\boldsymbol{b_1} + \boldsymbol{r} = \boldsymbol{b_2}$
$\mathbf{7} + \boldsymbol{r} = \mathbf{6}$
$\boldsymbol{r} = \mathbf{6 - 7}$
$\boldsymbol{r} = \mathbf{-1}$

Odp. **B**

12.48.
Zaczynamy od obliczenia a_1 i a_2:
$\boldsymbol{a_1} = 0{,}03 \cdot \mathbf{1} + 2 = \mathbf{2{,}03}$
$\boldsymbol{a_2} = 0{,}03 \cdot \mathbf{2} + 2 = \mathbf{2{,}06}$

Obliczamy różnicę ciągu:



$\boldsymbol{a_1} + \boldsymbol{r} = \boldsymbol{a_2}$
$\mathbf{2{,}03} + \boldsymbol{r} = \mathbf{2{,}06}$
$\boldsymbol{r} = \mathbf{2{,}06 - 2{,}03}$
$\boldsymbol{r} = \mathbf{0{,}03}$
Odp. **C**

12.49.

Zaczynamy od obliczenia a_1 i a_2:

$a_1 = 5 - 2 \cdot \mathbf{1} = 5 - 2 = \mathbf{3}$

$a_2 = 5 - 2 \cdot \mathbf{2} = 5 - 4 = \mathbf{1}$

Obliczamy różnicę ciągu:

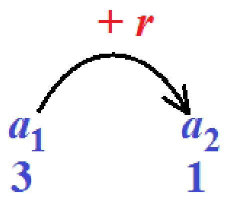
$a_1 + r = a_2$

$\mathbf{3} + r = \mathbf{1}$

$r = \mathbf{1 - 3}$

$r = \mathbf{-2}$

Odp. **C**



12.50.

Zaczynamy od obliczenia a_1 i a_2:

$a_1 = 3 \cdot \mathbf{1} + 8 = \mathbf{11}$

$a_2 = 3 \cdot \mathbf{2} + 8 = \mathbf{14}$

Obliczamy różnicę ciągu:

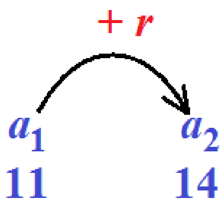
$a_1 + r = a_2$

$\mathbf{11} + r = \mathbf{14}$

$r = \mathbf{14} - \mathbf{11}$

$r = \mathbf{3}$

Odp. **A**



12.51.

Obliczamy różnicę ciągu, czyli $\boldsymbol{r}$.

$$a_1 \quad a_2 \quad \boxed{8} \xrightarrow{+r} a_4 \xrightarrow{+r} a_5 \xrightarrow{+r} a_6 \xrightarrow{+r} \boxed{0} \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10} \quad a_{11} \quad a_{12} \quad \ldots$$

$\boldsymbol{a_3} + \mathbf{4}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a_7}$

$\mathbf{8} + \mathbf{4}\boldsymbol{r} = \mathbf{0}$

$\mathbf{4}\boldsymbol{r} = \mathbf{0} - \mathbf{8}$

$\mathbf{4}\boldsymbol{r} = -\mathbf{8} \qquad |:4$

$\boldsymbol{r} = -\mathbf{2}$

$$\begin{array}{cccccccccccccc} a_1 & a_2 & 8 & \xrightarrow{+(-2)} & 6 & \xrightarrow{+(-2)} & 4 & \xrightarrow{+(-2)} & \boxed{2} & \xrightarrow{+(-2)} & 0 & a_8 & a_9 & a_{10} \quad a_{11} \quad a_{12} \quad \ldots \\ & & a_3 & & a_4 & & a_5 & & a_6 & & a_7 & & & \end{array}$$

Znając różnicę ciągu,
czyli $\boldsymbol{r} = -\mathbf{2}$, łatwo dostrzec, że $\boldsymbol{a_6} = \mathbf{2}$, tzn. równość $a_n = 2$ jest spełniona dla $\boldsymbol{n} = \mathbf{6}$.

Odp. **C**

12.52.

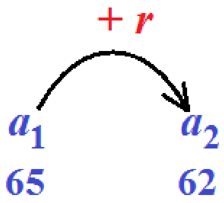
Obliczamy różnicę ciągu, czyli r.

$a_1 + r = a_2$

$65 + r = 62$

$r = 65 - 62$

$r = -3$



Różnica $r = -3$ sprawia, że każdy kolejny wyraz jest o 3 mniejszy od poprzedniego.

Wypisujemy wyrazy ciągu i sprawdzamy, **który z nich** jest równy **32**.

Można użyć kalkulatora: $\boxed{6}\boxed{5}\boxed{+}\boxed{-}\boxed{3}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}$ ...

65, 62, 59, 56, 53, 50, 47, 44, 41, 38, 35, **32**, ...

Okazuje się, że **dwunastym wyrazem** ciągu jest liczba **32**, tj. $a_{12} = 32$.

Odp. **D**

12.53.
Obliczamy różnicę ciągu, czyli r.

$a_4 + 2r = a_6$
$5 + r = 4$
$2r = 4 - 5$
$2r = -1 \qquad |:2$
$r = -0,5$

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \boxed{5} \xrightarrow{+r} a_5 \xrightarrow{+r} \boxed{4} \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10} \quad a_{11} \quad a_{12} \quad \ldots$$

Różnica $r = -0,5$ sprawia, że każdy kolejny wyraz jest o 0,5 mniejszy od poprzedniego.

$$\begin{array}{ccccccccccccc} a_1 & a_2 & a_3 & 5 \xrightarrow{+(-0,5)} & 4,5 \xrightarrow{+(-0,5)} & 4 \xrightarrow{+(-0,5)} & 3,5 \xrightarrow{+(-0,5)} & \boxed{3} \xrightarrow{+(-0,5)} & 2,5 \xrightarrow{+(-0,5)} & 2 \xrightarrow{+(-0,5)} & 1,5 \xrightarrow{+(-0,5)} & 1 \xrightarrow{+(-0,5)} & 0,5 \\ & & & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 & a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{array}$$

Szukając wyrazu ciągu równego **3** okazuje się, że $a_8 = 3$.

Odp. **C**

12.54.

$b_1 + r = b_2$

$8 + r = 14$

$r = 14 - 8$

$r = 6$

$$\underset{8}{b_1} \xrightarrow{+\,r} \underset{14}{b_2}$$

Różnica $r = 6$ sprawia, że każdy kolejny wyraz jest o 6 większy od poprzedniego.

Wypisujemy kolejne wyrazy ciągu i patrzymy, **którym z nich w kolejności jest** liczba **134**.

Możemy użyć kalkulatora: $\boxed{8}\boxed{+}\boxed{6}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}$ ...

8, 14, 20, 26, 32, 38, 44, 50, 56, 62, 68, 74, 80, 86, 92, 98, 104, 110, 116, 122, 128, **134**.

Liczba **134** jest **dwudziestym drugim** wyrazem ciągu, czyli $b_{22} = 134$.

Oznacza to, że równość $b_n = 134$ jest prawdziwa dla $n = 22$.

Odp. **B**

12.55.

Obliczamy różnicę ciągu, czyli ***r***.

$$\boxed{4} \xrightarrow{+r} a_2 \xrightarrow{+r} \boxed{6} \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10} \quad a_{11} \quad a_{12} \quad \ldots$$

$\boldsymbol{a_1} + \mathbf{2}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a_3}$

$\mathbf{4} + \mathbf{2}\boldsymbol{r} = \mathbf{6}$

$\mathbf{2}\boldsymbol{r} = \mathbf{6} - \mathbf{4}$

$\mathbf{2}\boldsymbol{r} = \mathbf{2} \qquad |:2$

$\boldsymbol{r} = \mathbf{1}$

Korzystamy ze wzoru $a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$ dla $a_n = 2019$, $a_1 = 4$ oraz $r = 1$.

$2019 = 4 + (n-1)\cdot 1$

$2019 = 4 + n - 1$

$-n = 4 - 1 - 2019$

$-n = -2016 \qquad |:(-1)$

$n = \mathbf{2016}$

Odp. **C**

12.56.

Rozwiązanie I:

Wstawiamy $a = 5x - 3,\ b = -1 - 4x,\ c = 6$ do wzoru $2b = a + c$, następnie rozwiązujemy równanie.

Ciąg (a, b, c) jest arytmetyczny gdy $2b = a + c$

$$2 \cdot (-1 - 4x) = 5x - 3 + 6$$
$$-2 - 8x = 5x + 3$$
$$-8x - 5x = 3 + 2$$
$$-13x = 5 \qquad |:(-13)$$
$$x = -\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{13}}$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Przybliżamy wartości x przedstawione w odpowiedziach B i C:

B: $\frac{27}{11} \approx \mathbf{2{,}45}$ oraz C: $-\frac{5}{13} \approx \mathbf{-0{,}38}$.

Wstawiamy proponowane w odpowiedziach wartości x i obliczamy wyrazy ciągu.
Na koniec, dla każdej z odpowiedzi stosujemy wzór $\mathbf{2}\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ sprawdzając, czy ciąg jest arytmetyczny.

A. $\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$

$$(5 \cdot \mathbf{0} - 3,\ -1 - 4 \cdot \mathbf{0},\ 6)$$
$$(0 - 3,\ -1 - 0,\ 6)$$
$$(-3,\ -1,\ 6)$$
$$a = -3,\ b = -1,\ c = 6$$
$$2b = a + c$$
$$2 \cdot (-1) = -3 + 6$$
$$\mathbf{-2 = 3}$$

B. $\boldsymbol{x} = \mathbf{2{,}45}$

$$(5 \cdot \mathbf{2{,}45} - 3,\ -1 - 4 \cdot \mathbf{2{,}45},\ 6)$$
$$(12{,}25 - 3,\ -1 - 9{,}8,\ 6)$$
$$(9{,}25,\ -10{,}8,\ 6)$$
$$a = 9{,}25,\ b = -10{,}8,\ c = 6$$
$$2b = a + c$$
$$2 \cdot (-10{,}38) = 9{,}25 + 6$$
$$\mathbf{-20{,}76 = 15{,}25}$$

C. $\boldsymbol{x} = \mathbf{-0{,}38}$

$$(5 \cdot (\mathbf{-0{,}38}) - 3,\ -1 - 4 \cdot (\mathbf{-0{,}38}),\ 6)$$
$$(-1{,}9 - 3,\ -1 + 1{,}52,\ 6)$$
$$(-4{,}9,\ 0{,}52,\ 6)$$
$$a = -4{,}9,\ b = 0{,}52,\ c = 6$$
$$2b = a + c$$
$$2 \cdot 0{,}52 = -4{,}9 + 6$$
$$\mathbf{1{,}04 = 1{,}1}$$

D. $\boldsymbol{x} = \mathbf{3}$

$$(5 \cdot \mathbf{3} - 3,\ -1 - 4 \cdot \mathbf{3},\ 6)$$
$$(15 - 3,\ -1 - 12,\ 6)$$
$$(12,\ -13,\ 6)$$
$$a = 12,\ b = -13,\ c = 6$$
$$2b = a + c$$
$$2 \cdot (-13) = 12 + 6$$
$$\mathbf{-26 = 18}$$

Spośród rezultatów obliczeń w odpowiedziach, **najbliżej prawdy** jest równość **1,04 = 1,1** która jest w odp. **C**. Oznacza to, że odp. **C** jest poprawna.

12.57.

Rozwiązanie I:

$2\cdot(-4)=a-1+(-2+3a)$

$-8=a-1-2+3a$

$-a-3a=-1-2+8$

$-4a=5 \qquad |:(-4)$

$a=\mathbf{-1{,}25}$

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Ciąg } (a,\, b,\, c) \text{ jest arytmetyczny} \\ \text{gdy} \quad 2b=a+c\end{array}}$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Wstawiamy proponowane w odpowiedziach wartości a i obliczamy wyrazy ciągu.
Na koniec, dla każdej z odpowiedzi stosujemy wzór **2*y* = *x* + *z*** sprawdzając, czy ciąg **(*x*, *y*, *z*)** jest arytmetyczny.

A. ***a* = 0,75**

$(\mathbf{0{,}75}-1,\ -4,\ -2+3\cdot\mathbf{0{,}75})$

$(-0{,}25,\ -4,\ -2+2{,}25)$

$(-0{,}25,\ -4,\ 0{,}25)$

$x=-0{,}25,\ y=-4,\ z=0{,}25$

$2y=x+z$

$2\cdot(-4)=-0{,}25+0{,}25$

$\mathbf{-8=0}$

B. ***a* = –1,25**

$(-\mathbf{1{,}25}-1,\ -4,\ -2+3\cdot(-\mathbf{1{,}25}))$

$(-2{,}25,\ -4,\ -2-3{,}75)$

$(-2{,}25,\ -4,\ -5{,}75)$

$x=-2{,}25,\ y=-4,\ z=-5{,}75$

$2y=x+z$

$2\cdot(-4)=-2{,}25+(-5{,}75)$

$\mathbf{-8=-8}$

C. ***a* = –2,75**

$(-\mathbf{2{,}75}-1,\ -4,\ -2+3\cdot(-\mathbf{2{,}75}))$

$(-3{,}75,\ -4,\ -2-5{,}5)$

$(-3{,}75,\ -4,\ -7{,}5)$

$x=-3{,}75,\ y=-4,\ z=-7{,}5$

$2y=x+z$

$2\cdot(-4)=-3{,}75+(-7{,}5)$

$\mathbf{-8=-11{,}25}$

D. ***a* = 2,75**

$(\mathbf{2{,}75}-1,\ -4,\ -2+3\cdot\mathbf{2{,}75})$

$(1{,}75,\ -4,\ -2+8{,}25)$

$(1{,}75,\ -4,\ 6{,}25)$

$x=1{,}75,\ y=-4,\ z=6{,}25$

$2y=x+z$

$2\cdot(-4)=1{,}75+6{,}25$

$\mathbf{-8=8}$

Spośród rezultatów obliczeń w odpowiedziach, **prawdziwa** jest równość **–8 = –8** która jest w odp. **B**. Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

12.58.

Rozwiązanie I:

Podstawiamy $a = x - 1,\ b = 2x - 3,\ c = -x + 23$ do wzoru $2b = a + c$, następnie rozwiązujemy równanie.

Ciąg (a, b, c) jest arytmetyczny gdy $2b = a + c$

$2 \cdot (2x - 3) = x - 1 + (-x + 23)$

$4x - 6 = x - 1 - x + 23$

$4x - 6 = 22$

$4x = 22 + 6$

$4x = 28 \qquad |:4$

$x = \mathbf{7}$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Wstawiamy proponowane w odpowiedziach wartości *x* i obliczamy wyrazy ciągu.
Na koniec, dla każdej z odpowiedzi stosujemy wzór **2*b* = *a* + *c*** sprawdzając, czy ciąg jest arytmetyczny.

A. ***x* = 6**

$(\mathbf{6} - 1,\ 2 \cdot \mathbf{6} - 3,\ -\mathbf{6} + 23)$

$(5,\ 12 - 3,\ 17)$

$(5,\ 9,\ 17)$

$a = 5,\ b = 9,\ c = 17$

$2b = a + c$

$2 \cdot 9 = 5 + 17$

$\mathbf{18 = 22}$

B. ***x* = 6,25**

$(\mathbf{6{,}25} - 1,\ 2 \cdot \mathbf{6{,}25} - 3,\ -\mathbf{6{,}25} + 23)$

$(5{,}25,\ 12{,}5 - 3,\ 16{,}75)$

$(5{,}25,\ 9{,}5,\ 16{,}75)$

$a = 5{,}25,\ b = 9{,}5,\ c = 16{,}75$

$2b = a + c$

$2 \cdot 9{,}5 = 5{,}25 + 16{,}75$

$\mathbf{19 = 22}$

C. ***x* = 6,75**

$(\mathbf{6{,}75} - 1,\ 2 \cdot \mathbf{6{,}75} - 3,\ -\mathbf{6{,}75} + 23)$

$(5{,}75,\ 13{,}5 - 3,\ 16{,}25)$

$(5{,}75,\ 10{,}5,\ 16{,}25)$

$a = 5{,}75,\ b = 10{,}5,\ c = 16{,}25$

$2b = a + c$

$2 \cdot 10{,}5 = 5{,}75 + 16{,}25$

$\mathbf{21 = 22}$

D. ***x* = 7**

$(\mathbf{7} - 1,\ 2 \cdot \mathbf{7} - 3,\ -\mathbf{7} + 23)$

$(6,\ 14 - 3,\ 16)$

$(6,\ 11,\ 16)$

$a = 6,\ b = 11,\ c = 16$

$2b = a + c$

$2 \cdot 11 = 6 + 16$

$\mathbf{22 = 22}$

Jedynie w przypadku odp. **D** otrzymaliśmy prawdziwą równość. Odp. **D** jest poprawna.

12.59.

Rozwiązanie I:

Podstawiamy $a = -3,\ b = k - 1,\ c = -2$ do wzoru $2b = a + c$, następnie rozwiązujemy równanie.

Ciąg (a, b, c) jest arytmetyczny gdy $2b = a + c$

$$2 \cdot (k - 1) = -3 + (-2)$$
$$2k - 2 = -3 - 2$$
$$2k = -3 - 2 + 2$$
$$2k = -3 \qquad |: 2$$
$$k = -\mathbf{1{,}5}$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Wstawiamy proponowane w odpowiedziach wartości k i obliczamy wyrazy ciągu.
Na koniec, dla każdej z odpowiedzi stosujemy wzór **2*b* = *a* + *c*** sprawdzając, czy ciąg jest arytmetyczny.

A. ***k* = –4,5**
$$(-3,\ -\mathbf{4{,}5} - 1,\ -2)$$
$$(-3,\ -5{,}5,\ -2)$$
$$a = -3,\ b = -5{,}5,\ c = -2$$
$$2b = a + c$$
$$2 \cdot (-5{,}5) = -3 + (-2)$$
$$\mathbf{-11} = \mathbf{-5}$$

B. ***k* = 3,5**
$$(-3,\ \mathbf{3{,}5} - 1,\ -2)$$
$$(-3,\ 2{,}5,\ -2)$$
$$a = -3,\ b = 2{,}5,\ c = -2$$
$$2b = a + c$$
$$2 \cdot 2{,}5 = -3 + (-2)$$
$$\mathbf{5} = \mathbf{-5}$$

C. ***k* = –2,5**
$$(-3,\ -\mathbf{2{,}5} - 1,\ -2)$$
$$(-3,\ -3{,}5,\ -2)$$
$$a = -3,\ b = -3{,}5,\ c = -2$$
$$2b = a + c$$
$$2 \cdot (-3{,}5) = -3 + (-2)$$
$$\mathbf{-7} = \mathbf{-5}$$

D. ***k* = –1,5**
$$(-3,\ -\mathbf{1{,}5} - 1,\ -2)$$
$$(-3,\ -2{,}5,\ -2)$$
$$a = -3,\ b = -2{,}5,\ c = -2$$
$$2b = a + c$$
$$2 \cdot (-2{,}5) = -3 + (-2)$$
$$\mathbf{-5} = \mathbf{-5}$$

Spośród rezultatów obliczeń w odpowiedziach, **prawdziwa** jest równość **–5 = –5** która jest w odp. **D**. Oznacza to, że odp. **D** jest poprawna.

12.60.

Rozwiązanie I:

Ciąg (a, b, c) jest arytmetyczny gdy $2b = a + c$

Podstawiamy $a = 6,\ b = 5x + 3,\ c = -8$ do wzoru $2b = a + c$, następnie rozwiązujemy równanie.

$$2\cdot(5x+3) = 6 + (-8)$$
$$10x + 6 = 6 - 8$$
$$10x = 6 - 8 - 6$$
$$10x = -8 \qquad |:10$$
$$x = -\frac{8}{10} = -\mathbf{\frac{4}{5}}$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

W odpowiedziach B i C korzystamy z tego, że $-\frac{4}{5} = \mathbf{-0{,}8}$ oraz $-\frac{1}{5} = \mathbf{-0{,}2}$.

Wstawiamy proponowane w odpowiedziach wartości x i obliczamy wyrazy ciągu.
Na koniec, dla każdej z odpowiedzi stosujemy wzór $\mathbf{2b = a + c}$ sprawdzając, czy ciąg jest arytmetyczny.

A. $\boldsymbol{x = -1}$

$$(6,\ 5\cdot(-\mathbf{1})+3,\ -8)$$
$$(6,\ -5+3,\ -8)$$
$$(6,\ -2,\ -8)$$
$$a = 6,\ b = -2,\ c = -8$$
$$2b = a + c$$
$$2\cdot(-2) = 6 + (-8)$$
$$\mathbf{-4 = -2}$$

B. $\boldsymbol{x = -0{,}8}$

$$(6,\ 5\cdot(-\mathbf{0{,}8})+3,\ -8)$$
$$(6,\ -4+3,\ -8)$$
$$(6,\ -1,\ -8)$$
$$a = 6,\ b = -1,\ c = -8$$
$$2b = a + c$$
$$2\cdot(-1) = 6 + (-8)$$
$$\mathbf{-2 = -2}$$

C. $\boldsymbol{x = -0{,}2}$

$$(6,\ 5\cdot(-\mathbf{0{,}2})+3,\ -8)$$
$$(6,\ -1+3,\ -8)$$
$$(6,\ 2,\ -8)$$
$$a = 6,\ b = 2,\ c = -8$$
$$2b = a + c$$
$$2\cdot 2 = 6 + (-8)$$
$$\mathbf{4 = -2}$$

D. $\boldsymbol{x = -2}$

$$(6,\ 5\cdot(-\mathbf{2})+3,\ -8)$$
$$(6,\ -10+3,\ -8)$$
$$(6,\ -7,\ -8)$$
$$a = 6,\ b = -7,\ c = -8$$
$$2b = a + c$$
$$2\cdot(-7) = 6 + (-8)$$
$$\mathbf{-14 = -2}$$

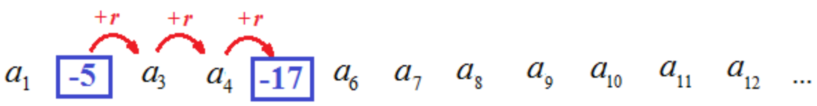
Spośród rezultatów obliczeń w odpowiedziach, **prawdziwa** jest równość **–2 = –2** która jest w odp. **B**. Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

12.61.

Z informacji o punktach $A = (2, -5)$ i $B = (5, -17)$ wynika, że $a_2 = -5$ oraz $a_5 = -17$.
Z informacji o punkcie $C = (6, k+1)$ wynika, że $a_6 = k+1$.

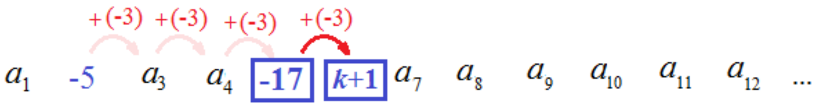
Na podstawie danych $a_2 = -5$ oraz $a_5 = -17$ obliczamy różnicę ciągu, czyli r.

$a_2 + 3r = a_5$
$-5 + 3r = -17$
$3r = -17 + 5$
$3r = -12 \qquad |:3$
$r = -4$



Znając różnicę ciągu $r = -4$, wykorzystujemy informację $a_6 = k+1$.

$a_5 + r = a_6$
$-17 + (-4) = k+1$
$-17 - 4 = k + 1$
$-k = 1 + 17 + 4$
$-k = 22 \qquad |:(-1)$
$k = \mathbf{-22}$

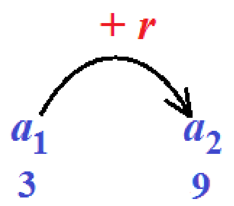


Odp. **D**

12.62.
Z informacji o punktach $P = (1, 3)$ i $R = (2, 9)$ wynika, że $a_1 = 3$ oraz $a_2 = 9$.
Należy obliczyć a_3.

Na podstawie danych $a_1 = 3$ oraz $a_2 = 9$ obliczamy różnicę ciągu, czyli r.

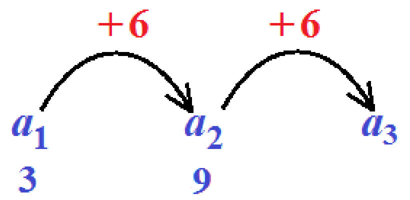
$a_1 + r = a_2$
$3 + r = 9$
$r = 9 - 3$
$r = 6$



Znając różnicę ciągu $r = 6$, obliczamy a_3 .

$a_2 + r = a_3$
$9 + 6 = a_3$

15 = a_3



Odp. **C**

12.63.

Z informacji o punktach A i B wynika, że $a_6 = \frac{9}{2} = \mathbf{4{,}5}$ oraz $a_8 = \frac{5}{2} = \mathbf{2{,}5}$.

Na podstawie tych danych obliczamy różnicę ciągu, czyli $\boldsymbol{r}$.

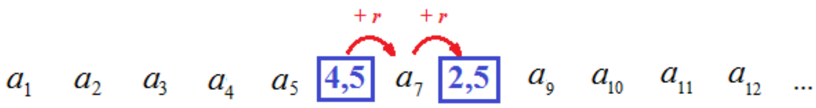
$\boldsymbol{a_6 + 2r = a_8}$

$4{,}5 + 2r = 2{,}5$

$2r = 2{,}5 - 4{,}5$

$2r = -2 \qquad |:2$

$\boldsymbol{r = -1}$



Znając różnicę ciągu $\boldsymbol{r = -1}$, obliczamy $\boldsymbol{a_1}$.

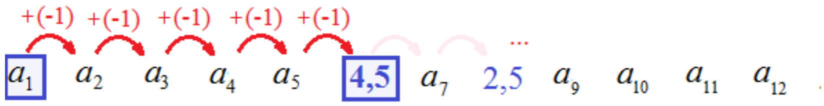
$\boldsymbol{a_1 + 5r = a_6}$

$a_1 + 5 \cdot (-1) = 4{,}5$

$a_1 - 5 = 4{,}5$

$a_1 = 4{,}5 + 5$

$a_1 = \mathbf{9{,}5}$



Odp. **B**

12.64.

Z informacji o punktach $S = (2, 3)$ i $R = (8, -2)$ wynika, że $a_2 = 3$ oraz $a_8 = -2$.
Z informacji o punkcie $T = (5, k)$ wynika, że $a_5 = k$.

Na podstawie danych $a_2 = 3$ oraz $a_8 = -2$ obliczamy różnicę ciągu, czyli r.

$a_2 + 6r = a_8$
$3 + 6r = -2$
$6r = -2 - 3$
$6r = -5 \qquad |:6$
$r = -\frac{5}{6}$

$$a_1 \quad \boxed{3} \xrightarrow{+r} a_3 \xrightarrow{+r} a_4 \xrightarrow{+r} a_5 \xrightarrow{+r} a_6 \xrightarrow{+r} a_7 \xrightarrow{+r} \boxed{-2} \quad a_9 \quad a_{10} \quad a_{11} \quad a_{12} \quad \ldots$$

Znając różnicę ciągu $r = -\frac{5}{6}$, wykorzystujemy informację $a_5 = k$.

$a_2 + 3r = a_5$
$3 + 3 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) = k$
$3 + \left(-\frac{5}{2}\right) = k$
$3 + (-2{,}5) = k$
$k = 0{,}5 = \frac{1}{2}$

$$a_1 \quad \boxed{3} \xrightarrow{+(-\frac{5}{6})} a_3 \xrightarrow{+(-\frac{5}{6})} a_4 \xrightarrow{+(-\frac{5}{6})} \boxed{k} \quad a_6 \quad a_7 \quad -2 \quad a_9 \quad a_{10} \quad a_{11} \quad a_{12} \quad \ldots$$

Odp. **C**

12.65.

Z informacji o punktach $K = (9, -7)$ i $L = (6, -1)$ wynika, że $a_9 = -7$ oraz $a_6 = -1$.

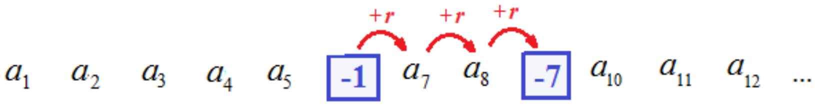
Na podstawie danych $a_6 = -1$ oraz $a_9 = -7$ obliczamy różnicę r.

$a_6 + 3r = a_9$

$-1 + 3r = -7$

$3r = -7 + 1$

$3r = -6 \qquad | : 3$

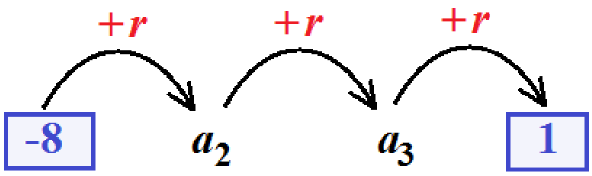


$r = -2$.

Odp. **B**

12.66.

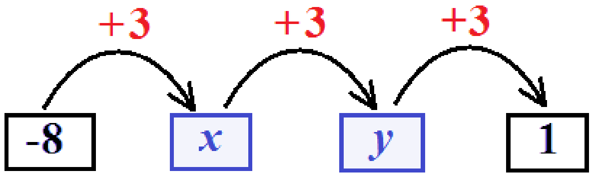
Traktujemy ciąg $(-8, x, y, 1)$ jako (a_1, a_2, a_3, a_4), zatem $\boldsymbol{a_1 = -8}$, $a_2 = x$, $a_3 = y$ oraz $\boldsymbol{a_4 = 1}$.
Obliczamy różnicę ciągu, czyli $\boldsymbol{r}$.



$\boldsymbol{a_1 + 3r = a_4}$
$\boldsymbol{-8 + 3r = 1}$
$\boldsymbol{3r = 1 + 8}$
$\boldsymbol{3r = 9} \qquad | : 3$

$\boldsymbol{r = 3}$

Znając różnicę $\boldsymbol{r = 3}$, z łatwością liczymy $\boldsymbol{x}$ i $\boldsymbol{y}$.



$\boldsymbol{-8 + 3 = x}$
$\boldsymbol{-5 = x}$

$\boldsymbol{y + 3 = 1}$
$\boldsymbol{y = 1 - 3}$
$\boldsymbol{y = -2}$

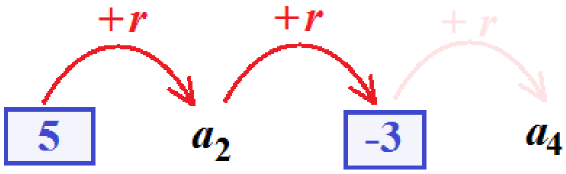
Dla wyliczonych $x = -5$, $y = -2$ obliczamy szukane $x^2 - y^2$.

$$x^2 - y^2 = \underbrace{(-5)^2}_{25} - \underbrace{(-2)^2}_{4} = 25 - 4 = \mathbf{21}.$$

Odp. **B**

12.67.

Traktujemy ciąg $(5, a, -3, b)$ jako (a_1, a_2, a_3, a_4), więc $a_1 = 5$, $a_2 = a$, $a_3 = -3$ oraz $a_4 = b$. Obliczamy różnicę ciągu, czyli r.



$a_1 + 2r = a_3$

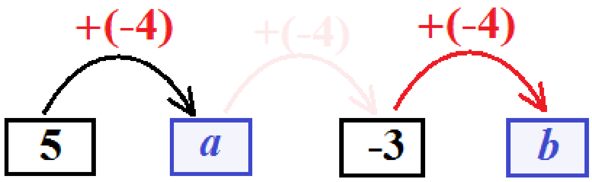
$5 + 2r = -3$

$2r = -3 - 5$

$2r = -8 \qquad | : 2$

$r = -4$

Znając różnicę $r = -4$, z łatwością liczymy a i b.



$5 + (-4) = a$

$5 - 4 = a$

$1 = a$

$-3 + (-4) = b$

$-3 - 4 = b$

$-7 = b$

Dla wyliczonych $a = 1$, $b = -7$ obliczamy $a - b$. Zatem $a - b = 1 - (-7) = 1 + 7 = \mathbf{8}$.
Odrzucamy więc odpowiedzi A i B. Obliczamy $a + b$, więc $a + b = 1 + (-7) = 1 - 7 = \mathbf{-6}$.
Odp. **D**

12.68.

Traktujemy ciąg $(a, b, 9, -3)$ jako (a_1, a_2, a_3, a_4), więc $a_1 = a$, $a_2 = b$, $\boldsymbol{a_3 = 9}$ oraz $\boldsymbol{a_4 = -3}$.
Obliczamy różnicę ciągu, czyli $\boldsymbol{r}$.

$a_3 + r = a_4$
$9 + r = -3$
$r = -3 - 9$

$\boldsymbol{r = -12}$

$$a_1 \xrightarrow{+r} a_2 \xrightarrow{+r} \boxed{9} \xrightarrow{+r} \boxed{-3}$$

Znając różnicę $\boldsymbol{r = -12}$, z łatwością liczymy $\boldsymbol{a}$ i $\boldsymbol{b}$.

$b + (-12) = 9$
$b = 9 + 12$
$\boldsymbol{b = 21}$

$$\boxed{a} \xrightarrow{+(-12)} \boxed{b} \xrightarrow{+(-12)} \boxed{9} \xrightarrow{+(-12)} \boxed{-3}$$

$a + (-12) = 21$
$a = 21 + 12$
$\boldsymbol{a = 33}$

$$\boxed{a} \xrightarrow{+(-12)} \boxed{21} \xrightarrow{+(-12)} \boxed{9} \xrightarrow{+(-12)} \boxed{-3}$$

Dla wyliczonych $a = 33$, $b = 21$ sprawdzamy prawdziwość warunków w odpowiedziach:

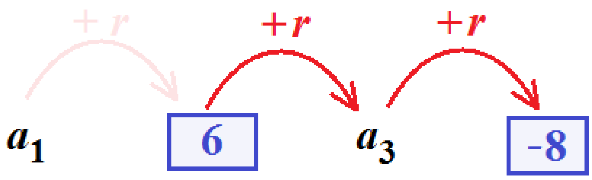
A. $7a = 11b$	B. $5a = 7b$	C. $a = 5b$	D. $a = 7b$
$7 \cdot \mathbf{33} = 11 \cdot \mathbf{21}$	$7 \cdot \mathbf{5} = 11 \cdot \mathbf{7}$	$\mathbf{33} = 5 \cdot \mathbf{21}$	$\mathbf{33} = 7 \cdot \mathbf{21}$
$\mathbf{231} = \mathbf{231}$	$35 = 77$	$33 = 105$	$33 = 147$

W przypadku odpowiedzi **A** otrzymaliśmy prawdziwą równość.

Odp. **A**

12.69.

Traktujemy ciąg $(x, 6, y, -8)$ jako (a_1, a_2, a_3, a_4), więc $a_1 = x$, $\boldsymbol{a_2 = 6}$, $a_3 = y$ oraz $\boldsymbol{a_4 = -8}$. Obliczamy różnicę ciągu, czyli $\boldsymbol{r}$.



$a_2 + 2r = a_4$

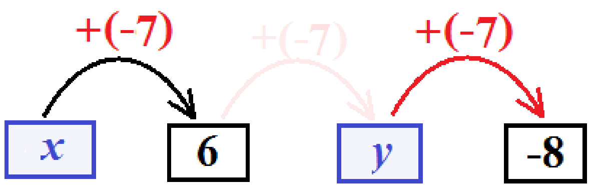
$6 + 2r = -8$

$2r = -8 - 6$

$2r = -14 \qquad |:2$

$r = -7$

Znając różnicę $r = -7$, z łatwością liczymy x i y.



$x + (-7) = 6$

$x = 6 + 7$

$x = 13$

$y + (-7) = -8$

$y = -8 + 7$

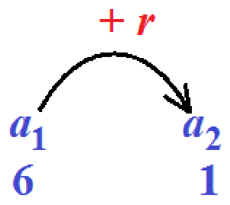
$y = -1$

Dla wyliczonych $x = 13$, $y = -1$ warunek $14 - y^2 = x$ jest spełniony, bo podstawiając $\boldsymbol{x = 13}$ oraz $\boldsymbol{y = -1}$, otrzymujemy $14 - \underbrace{(-1)^2}_{1} = 13$, czyli $14 - 1 = 13$, co jest prawdą.

Odp. **D**

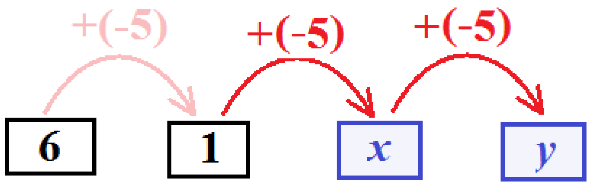
12.70.

Dzięki danym dwóm początkowym wyrazom można łatwo wyliczyć różnicę ciągu, czyli r.



$a_1 + r = a_2$
$6 + r = 1$
$r = 1 - 6$
$r = -5$

Znając różnicę $r = -5$, można łatwo odgadnąć wartości x i y.



$1 + (-5) = x$
zatem $x = -4$

$x + (-5) = y$
$-4 + (-5) = y$
zatem
$-9 = y$.

Dla wyliczonych $x = -4$ oraz $y = -9$ obliczamy wartość wyrażenia $\frac{x-2}{y+1}$.

Zatem $\frac{x-2}{y+1} = \frac{-4-2}{-9+1} = \frac{-6}{-8} = \frac{6}{8} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$.

Odp. **D**

12.71.

$a_1 + a_2 + a_3 = S_3$ → liczba S_3 to suma 3 początkowych wyrazów

$a_1 + a_2 \qquad = S_2$ → liczba S_2 to suma 2 początkowych wyrazów

$\underbrace{a_1 + a_2}_{S_2} + a_3 = S_3$ czyli $S_2 + a_3 = S_3$, więc $\boldsymbol{a_3} = \boldsymbol{S_3 - S_2}$.

Ze wzoru $S_n = \frac{13}{2}n - \frac{n^2}{2}$ liczymy S_3 i S_2.

$$S_\mathbf{3} = \frac{13}{2} \cdot \mathbf{3} - \frac{\mathbf{3}^2}{2} = \frac{39}{2} - \frac{9}{2} = \frac{30}{2} = \mathbf{15}$$

$$S_\mathbf{2} = \frac{13}{2} \cdot \mathbf{2} - \frac{\mathbf{2}^2}{2} = \frac{26}{2} - \frac{4}{2} = \frac{22}{2} = \mathbf{11}$$

Zatem $\boldsymbol{a_3} = S_3 - S_2 = 15 - 11 = \mathbf{4}$.

Odp. **A**

12.72.

$b_1 + b_2 = S_2$ → liczba S_2 to suma 2 początkowych wyrazów

$b_1 \qquad = S_1$ → liczba S_1 to początkowy (pierwszy) wyraz

$\underbrace{b_1}_{S_1} + b_2 = S_2$ czyli $S_1 + b_2 = S_2$, więc $\boldsymbol{b_2} = \boldsymbol{S_2 - S_1}$.

Ze wzoru $S_n = 2n(n+2)$ liczymy S_2 i S_1.

$S_{\mathbf{2}} = 2 \cdot \mathbf{2} \cdot (\mathbf{2} + 2) = 4 \cdot 4 = \mathbf{16}$

$S_{\mathbf{1}} = 2 \cdot \mathbf{1} \cdot (\mathbf{1} + 2) = 2 \cdot 3 = \mathbf{6}$

Zatem $\boldsymbol{b_2} = S_2 - S_1 = 16 - 6 = \mathbf{10}$.

Odp. **B**

12.73.

$a_1 + a_2 + a_3 = S_3$ → liczba S_3 to suma 3 początkowych wyrazów

$a_1 + a_2 \qquad = S_2$ → liczba S_2 to suma 2 początkowych wyrazów

$\underbrace{a_1 + a_2}_{S_2} + a_3 = S_3$ czyli $S_2 + a_3 = S_3$, więc $\boldsymbol{a_3} = \boldsymbol{S_3 - S_2}$.

Ze wzoru $S_n = n - 6n^2$ liczymy S_3 i S_2.

$S_{\mathbf{3}} = \mathbf{3} - 6 \cdot \mathbf{3}^2 = 3 - 6 \cdot 9 = 3 - 54 = \mathbf{-51}$

$S_{\mathbf{2}} = \mathbf{2} - 6 \cdot \mathbf{2}^2 = 2 - 6 \cdot 4 = 2 - 24 = \mathbf{-22}$

Zatem $\boldsymbol{a_3} = S_3 - S_2 = -51 - (-22) = -51 + 22 = \mathbf{-29}$.

Odp. **C**

12.74.

$a_1 \qquad = S_1$ → liczba S_1 to początkowy (pierwszy) wyraz

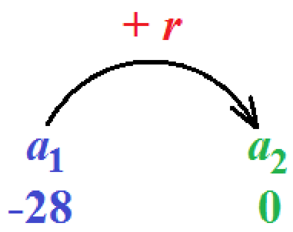
$a_1 + a_2 = S_2$ → liczba S_2 to suma 2 początkowych wyrazów

Ze wzoru $S_n = 2n(n+2)$ liczymy S_1 i S_2.

$S_1 = 14 \cdot \mathbf{1} \cdot (\mathbf{1} - 3) = 14 \cdot (-2) = \mathbf{-28}$, zatem $a_1 \quad = -28$

$S_2 = 14 \cdot \mathbf{2} \cdot (\mathbf{2} - 3) = 28 \cdot (-1) = \mathbf{-28}$, zatem $a_1 + a_2 = -28$

Wyliczamy a_2. Ponieważ $a_1 = -28$, to do równania $a_1 + a_2 = -28$ wstawiamy $a_1 = -28$.
$-28 + a_2 = -28$, więc $a_2 = 0$.
Znając $a_1 = -28$ oraz $a_2 = 0$, obliczamy różnicę ciągu, czyli r.



$a_1 + r = a_2$

$-28 + r = 0$

$r = 0 + 28$

$r = 28$.

Odp. **C**

12.75.

$a_1 + a_2 = S(2)$ → liczba $S(2)$ to suma 2 początkowych wyrazów

$a_1 \quad = S(1)$ → liczba $S(1)$ to początkowy (pierwszy) wyraz

$\underbrace{a_1}_{S(1)} + a_2 = S(2)$, czyli $S(1) + a_2 = S(2)$, zatem $\boldsymbol{a_2} = S(2) - S(1)$.

Obliczamy $S(2)$ i $S(1)$ ze wzoru $S(n) = n^2 - 7n$.

$S(\mathbf{2}) = \mathbf{2}^2 - 7 \cdot \mathbf{2} = 4 - 14 = \mathbf{-10}$

$S(\mathbf{1}) = \mathbf{1}^2 - 7 \cdot \mathbf{1} = 1 - 7 = \mathbf{-6}$.

$\boldsymbol{a_2} = S(2) - S(1) = -10 - (-6) = -10 + 6 = \mathbf{-4}$.

Odp. **C**

12.76.

Z treści zadania wiadomo, że $a_1 + a_2 + a_3 = 60$.

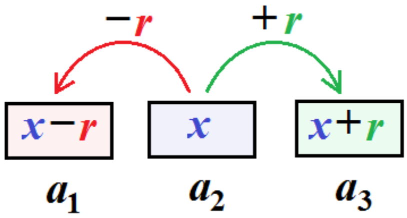
Oznaczając $a_1 = x - r,\ a_2 = x,\ a_3 = x + r$, mamy

$\underbrace{x - r}_{a_1} + \underbrace{x}_{a_2} + \underbrace{x + r}_{a_3} = 60$ (zauważmy że $\boldsymbol{r}$ się **skraca**)

$3x = 60 \qquad |:3$

$\boldsymbol{x = 20}$

$\boldsymbol{a_2 = 20}$



Mając daną sumę trzech kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego środkowy wyraz jest wynikiem dzielenia tej sumy przez 3

Wstawiamy wyliczone $\boldsymbol{a_2 = 20}$
do równania $a_1 + \boldsymbol{a_2} + a_3 = 60$.

$a_1 + \mathbf{20} + a_3 = 60 \quad \rightarrow \quad a_1 + a_3 = \mathbf{40}$.

$a_1 + a_3 = \mathbf{40}$ oznacza, że spełniony jest warunek $\underbrace{a_1 + a_3}_{40} > 35$.

Odp. **D**

12.77.

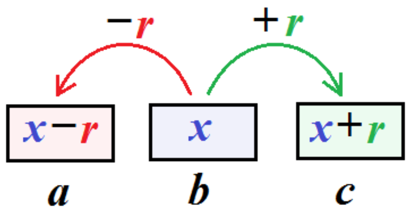
Oznaczając $a = x - r,\ b = x,\ c = x + r$, mamy $\underbrace{x - r}_{a} + \underbrace{x}_{b} + \underbrace{x + r}_{c} = 12$

(zauważmy że ***r*** się **skraca**)

$3x = 12 \quad |:3$

$\boldsymbol{x = 4}$

$\boldsymbol{b = 4}$



Odp. **B**

Mając daną sumę trzech kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego środkowy wyraz jest wynikiem dzielenia tej sumy przez 3

12.78.

Z treści zadania wiadomo, że $a_1 + a_2 + a_3 = 21$.

Należy obliczyć $a_1 + a_3$.

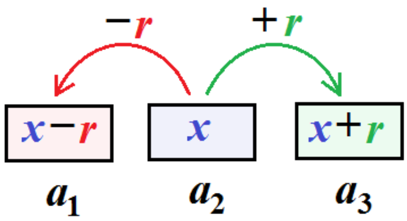
Oznaczając $a_1 = x - r,\ a_2 = x,\ a_3 = x + r$, mamy

$\underbrace{x-r}_{a_1} + \underbrace{x}_{a_2} + \underbrace{x+r}_{a_3} = 21$ (zauważmy że ***r*** się **skraca**)

$3x = 21 \qquad |:3$

$\boldsymbol{x = 7}$

$\boldsymbol{a_2 = 7}$



Mając daną sumę trzech kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego środkowy wyraz jest wynikiem dzielenia tej sumy przez 3

Wstawiamy wyliczone $\boldsymbol{a_2 = 7}$
do równania $a_1 + \boldsymbol{a_2} + a_3 = 21$.

$a_1 + \mathbf{7} + a_3 = 21$

$a_1 + a_3 = 21 - \mathbf{7}$

$a_1 + a_3 = \mathbf{14}$

Odp. **A**

12.79.

Z treści zadania wiadomo, że $a_1 + a_2 + a_3 = 45$.

Należy obliczyć $a_1 + a_3$.

Oznaczając $a_1 = x - r$, $a_2 = x$, $a_3 = x + r$, mamy

$\underbrace{x - r}_{a_1} + \underbrace{x}_{a_2} + \underbrace{x + r}_{a_3} = 45$ (zauważmy że $\boldsymbol{r}$ się **skraca**)

$3x = 45 \quad |:3$

$\boldsymbol{x = 15}$

$\boldsymbol{a_2 = 15}$

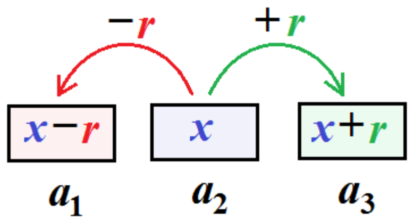
Wstawiamy wyliczone $\boldsymbol{a_2 = 15}$
do równania $a_1 + \boldsymbol{a_2} + a_3 = 45$.

$a_1 + \mathbf{15} + a_3 = 45$

$a_1 + a_3 = 45 - \mathbf{15}$

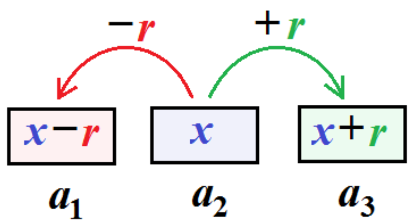
$a_1 + a_3 = \mathbf{30}$

Odp. **C**



Mając daną sumę trzech kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego środkowy wyraz jest wynikiem dzielenia tej sumy przez 3

12.80.



Z treści zadania wiadomo, że $a_1 + a_2 + a_3 = 3$.

Oznaczając $a_1 = x - r,\ a_2 = x,\ a_3 = x + r$, mamy $\underbrace{x-r}_{a_1} + \underbrace{x}_{a_2} + \underbrace{x+r}_{a_3} = 3$ (zauważmy że ***r*** **się skraca**)

$3x = 3 \qquad |:3$

$\boldsymbol{x = 1}$

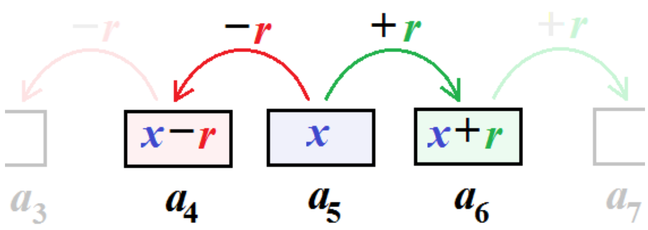
$\boldsymbol{a_2 = 1}$

Mając daną sumę trzech kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego środkowy wyraz jest wynikiem dzielenia tej sumy przez 3

Odp. **A**

12.81.

Z treści zadania wynika, że
$a_4 + a_6 = 28$.



Należy obliczyć $a_4 + a_5 + a_6$.

Oznaczamy $a_4 = x - r,\ \ a_5 = x,\ \ a_6 = x + r$.

Podstawiamy $a_4 = x - r$ oraz $a_6 = x + r$ do równania $a_4 + a_6 = 28$.

Otrzymujemy $\underbrace{x - r}_{a_4} + \underbrace{x + r}_{a_6} = 28$ (zauważmy, że ***r*** się skraca)

$2x = 28 \qquad |:2$

$\boldsymbol{x = 14}$

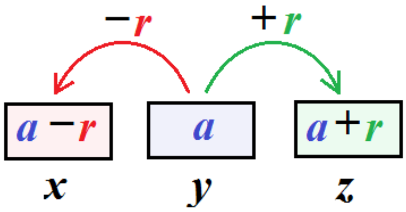
Ponieważ oznaczyliśmy $a_5 = x$, to $\boldsymbol{a_5 = 14}$.

Jeśli $a_4 + a_6 = 28$ oraz $a_5 = 14$, to $a_4 + a_5 + a_6 = 28 + 14 = \mathbf{42}$.

Odp. **B**

12.82.

Oznaczmy $x = a - r, \quad y = a, \quad z = a + r$.



Podstawiamy $x = a - r$ oraz $z = a + r$ do równania $x + z = 8$. Zatem:

$\underbrace{a - r}_{x} + \underbrace{a + r}_{z} = 8$ (widzimy, że $\boldsymbol{r}$ się redukuje)

$2a = 8 \quad |:2$

$a = \mathbf{4}$

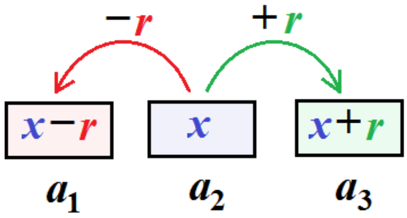
Ponieważ $y = a$ oraz $a = \mathbf{4}$, to $y = \mathbf{4}$.

Ponieważ $x + z = 8$ oraz $y = 4$, to $x + y + z = 8 + 4 = \mathbf{12}$.

Odp. **B**

12.83.

Oznaczmy $a_1 = x - r$, $a_2 = x$, $a_3 = x + r$.



Podstawiamy $a_1 = x - r$ oraz $a_3 = x + r$ do równania $a_1 + a_3 = 7$. Zatem:

$\underbrace{x - r}_{a_1} + \underbrace{x + r}_{a_3} = 7$ (widzimy, że ***r*** się redukuje)

$2x = 7 \quad |:2$

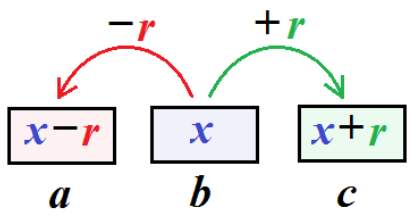
$x = \mathbf{3{,}5}$

Ponieważ $a_2 = x$ oraz $x = \mathbf{3{,}5}$, to $a_2 = \mathbf{3{,}5} = 3\frac{1}{2} = \mathbf{\frac{7}{2}}$.

Odp. **B**

12.84.

Oznaczamy $a = x - r, \quad b = x, \quad c = x + r$.



Do równania $a + c = -18$ podstawiamy $a = x - r$ oraz $c = x + r$. Zatem:

$\underbrace{x - r}_{a} + \underbrace{x + r}_{c} = -18$ (zauważmy, że ***r*** się skraca)

$2x = -18 \quad |:2$

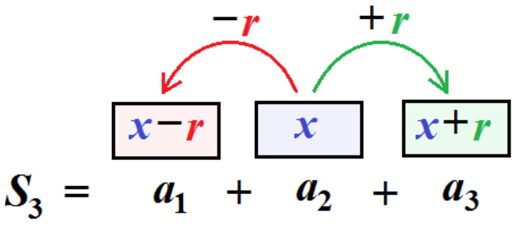
$x = \mathbf{-9}$

Ponieważ ***x* = –9** oraz $b = x$, to ***b* = –9**.

Liczba ***b* = –9** znajduje się **pomiędzy –10** a **–8**, więc spełniony jest warunek $-10 \leq b < -8$.
Odp. **B**

12.85.

Z treści zadania wiadomo, że $a_1 + a_3 = 36$.
Należy obliczyć S_3, czyli $a_1 + a_2 + a_3$.



Oznaczamy $a_1 = x - r, \quad a_2 = x, \quad a_3 = x + r$.
Do równania $a_1 + a_3 = 36$ podstawiamy
$a_1 = x - r$ oraz $a_3 = x + r$.

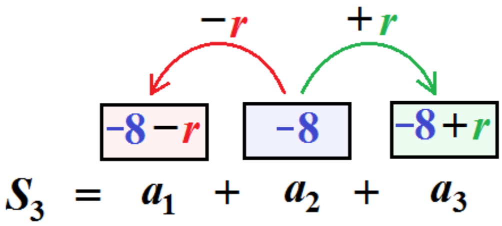
Zatem:
$\underbrace{x-r}_{a_1} + \underbrace{x+r}_{a_3} = 36$ (zauważmy, że $\boldsymbol{r}$ się skraca)
$2x = 36 \qquad |:2$
$x = \mathbf{18}$

Ponieważ $\boldsymbol{x} = \mathbf{18}$ oraz $a_2 = x$, to $\boldsymbol{a_2} = \mathbf{18}$.
Ponieważ $a_1 + a_3 = 36$ oraz $a_2 = 18$, to $\underbrace{a_1 + a_2 + a_3}_{S_3} = 36 + 18 = \mathbf{54}$.

Odp. **C**

12.86.

$$S_3 = \underbrace{(-8-r)}_{a_1} + \underbrace{(-8)}_{a_2} + \underbrace{(-8+r)}_{a_3}$$

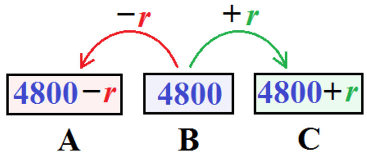


$$S_3 = -8 - r - 8 - 8 + r$$

$$S_3 = -8 - 8 - 8 = \mathbf{-24}.$$

Odp. **D**

12.87.

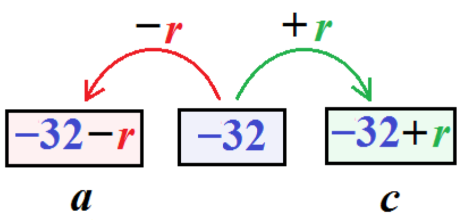


Z treści zadania wiadomo, że **B** = **4800**.
Oznaczmy **A** = **4800** – r oraz **C** = **4800** + r.
Wówczas **A** + **B** + **C** = **4800** – r + **4800** + **4800** + r = **14400**

Odp. **D**

12.88.

Oznaczmy $a = -32 - r, \quad c = -32 + r$.



Liczymy szukane $a + c$:

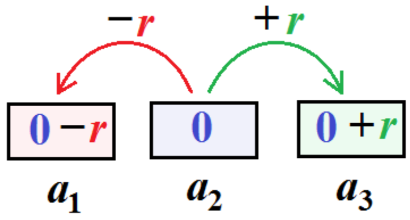
$$a + c = \underbrace{-32 - r}_{a} + \underbrace{(-32 + r)}_{c} =$$

$$= -32 - r - 32 + r = -32 - 32 = \mathbf{-64}$$

Odp. **B**

12.89.

Jeśli $a_2 = 0$, to $a_1 = 0 - r$ oraz $a_3 = 0 + r$.

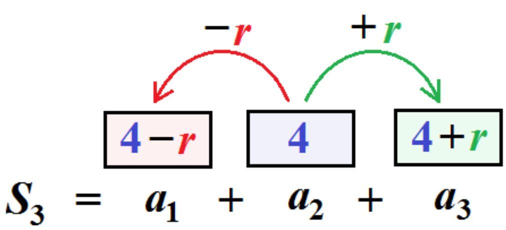


Liczymy szukane $a_1 + a_3$:

$a_1 + a_3 = \underbrace{0 - r}_{a_1} + \underbrace{0 + r}_{a_3} = -r + r = \mathbf{0}$.

Odp. **A**

12.90.
Jeśli $a_2 = 4$, to $a_1 = 4 - r$ oraz $a_3 = 4 + r$.



Należy obliczyć sumę $a_1 + a_2 + a_3$.

Zatem:

$a_1 + a_2 + a_3 = \underbrace{4 - r}_{a_1} + \underbrace{4}_{a_2} + \underbrace{4 + r}_{a_3} = \mathbf{12}$.

Odp. **D**