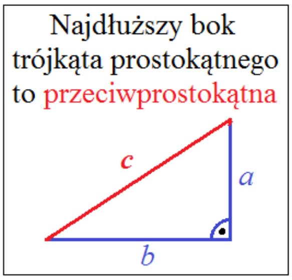
17.1.

Rozwiązanie I:

Korzystając z przybliżenia $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ sprawdzamy, czy $6\sqrt{2}$ jest większe niż 8. Zatem $6\sqrt{2} \approx 6 \cdot 1{,}41 = \mathbf{8{,}46} > 8$.

Oznacza to, że przeciwprostokątna ma długość $6\sqrt{2}$, zaś jedna z przyprostokątnych jest równa **8**.



Z tw. Pitagorasa wyliczamy brakującą przyprostokątną:

$$x^2 + 8^2 = \left(6\sqrt{2}\right)^2$$

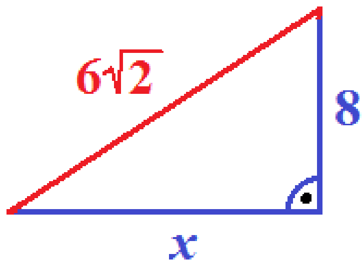
$$x^2 + 64 = 36 \cdot 2$$

$$x^2 + 64 = 72$$

$$x^2 = 72 - 64$$

$$x^2 = 8 \qquad |\sqrt{\ }$$

$$x = \sqrt{8} = \mathbf{2\sqrt{2}}$$



Obliczamy **obwód** trójkąta:

$$Obw = 8 + 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 8 = 8 + 8\sqrt{2} = \mathbf{8\left(1 + \sqrt{2}\right)}.$$

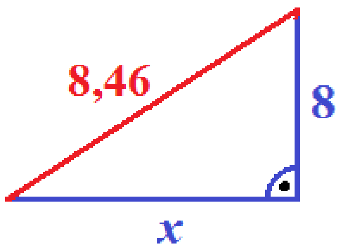
Odp. **A**

Rozwiązanie II:

W obliczeniach korzystamy z przybliżeń

$\sqrt{2} \approx \mathbf{1{,}41}$, $\sqrt{8} \approx \mathbf{2{,}83}$, $\sqrt{10} \approx \mathbf{3{,}16}$.

Długość boku $6\sqrt{2} \approx 6 \cdot 1{,}41 = \mathbf{8{,}46} > \mathbf{8}$, więc przeciwprostokątna wynosi **8,46**.



Z tw. Pitagorasa wyliczamy brakującą przyprostokątną:

$$x^2 + 8^2 = 8{,}46^2$$

$$x^2 + 64 = 71{,}57$$

$$x^2 = 71{,}57 - 64$$

$$x^2 = 7{,}57 \qquad |\sqrt{\ }$$

$\boldsymbol{x \approx 2{,}75}$.

Obliczamy **obwód** trójkąta: 2,75 + 8 + 8,46 = **19,21**.

Używając przybliżeń sprawdzamy, która z liczb proponowanych w odpowiedziach jest najbliższa rezultatowi **19,21**:

A. $8\left(1 + \sqrt{2}\right) \approx 8 \cdot (1 + 1{,}41) = 8 \cdot 2{,}41 = \mathbf{19{,}28}$

B. $16\sqrt{2} \approx 16 \cdot 1{,}41 = 22{,}56$

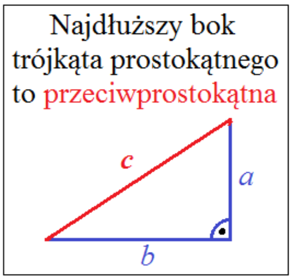
C. $8\sqrt{8} + 6\sqrt{2} \approx 8 \cdot 2{,}83 + 6 \cdot 1{,}41 = 22{,}64 + 8{,}46 = 31{,}1$

D. $14\sqrt{10} \approx 14 \cdot 3{,}16 = 44{,}24$, zatem liczba **19,28** z odpowiedzi A jest najbliżej wyniku **19,21**.

Oznacza to, że odp. **A** jest prawidłowa.

17.2.

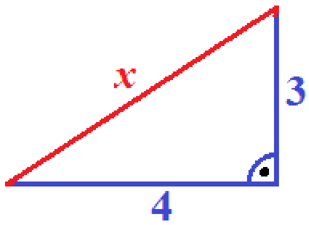
Z treści zadania wynika, że przyprostokątne mają długości **3** i **4**.



Z tw. Pitagorasa obliczamy długość przeciwprostokątnej:

$$3^2 + 4^2 = x^2$$
$$9 + 16 = x^2$$
$$25 = x^2$$

$\mathbf{5} = \boldsymbol{x}$.



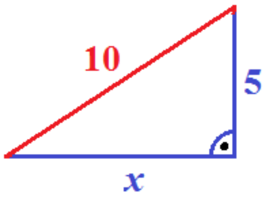
Zatem **obwód** trójkąta wynosi 3 + 4 + 5 = **12**.

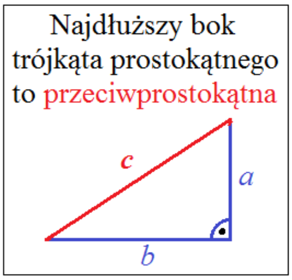
Odp. **C**

17.3.

Rozwiązanie I:

Z treści zadania wynika, że przeciwprostokątna ma długość **10**, zaś jedna z przyprostokątnych jest równa **5**.





Z tw. Pitagorasa wyliczamy brakującą przyprostokątną:

$x^2 + 5^2 = 10^2$

$x^2 + 25 = 100$

$x^2 = 100 - 25$

$x^2 = 75 \qquad |\sqrt{\ }$

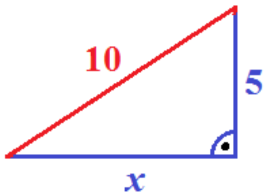
$x = \sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \mathbf{5\sqrt{3}}$

Obliczamy **obwód** trójkąta: $Obw = 10 + 5 + 5\sqrt{3} = 15 + 5\sqrt{3} = \mathbf{5(3+\sqrt{3})}$.

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

W odpowiedziach pojawia się $\sqrt{3}$, zatem w obliczeniach będziemy korzystać z przybliżenia $\sqrt{3} \approx \mathbf{1{,}73}$.



Z tw. Pitagorasa wyliczamy brakującą przyprostokątną:

$x^2 + 5^2 = 10^2$

$x^2 + 25 = 100$

$x^2 = 100 - 25$

$x^2 = 75 \qquad |\sqrt{\ }$

$\boldsymbol{x \approx 8{,}66}$.

Obliczamy **obwód** trójkąta: $8{,}66 + 5 + 10 = \mathbf{23{,}66}$.

Używając przybliżeń sprawdzamy, która z liczb proponowanych w odpowiedziach jest najbliższa rezultatowi **23,66**:

A. 20

B. $5(3+\sqrt{3}) \approx 5 \cdot (3 + 1{,}73) = 5 \cdot 4{,}73 = \mathbf{23{,}65}$

C. $5(2+\sqrt{3}) \approx 5 \cdot (2 + 1{,}73) = 5 \cdot 3{,}73 = 18{,}65$

D. $5(3+5\sqrt{3}) \approx 5 \cdot (3 + 5 \cdot 1{,}73) = 5 \cdot (3 + 8{,}65) = 5 \cdot 11{,}65 = 58{,}25$

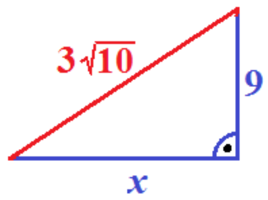
Wynik **23,65** jest najbliżej liczby **23,66**. Oznacza to, że odp. **B** jest prawidłowa.

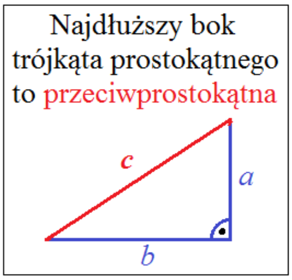
17.4.

Rozwiązanie I:

Korzystając z przybliżenia $\sqrt{10} \approx 3{,}16$ sprawdzamy, czy $3\sqrt{10}$ jest większe niż 9.

Zatem $3\sqrt{10} \approx 3 \cdot 3{,}16 = \mathbf{9{,}48} > 9$.





Oznacza to, że przeciwprostokątna ma długość $3\sqrt{10}$, zaś jedna z przyprostokątnych jest równa **9**.

Z tw. Pitagorasa wyliczamy brakującą przyprostokątną:

$x^2 + 9^2 = \left(3\sqrt{10}\right)^2$

$x^2 + 81 = 9 \cdot 10$

$x^2 + 81 = 90$

$x^2 = 90 - 81$

$x^2 = 9 \qquad |\sqrt{\ }$

$\boldsymbol{x} = \mathbf{3}$

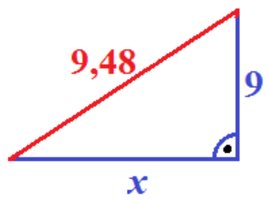
Przyprostokątne mają długości **3** oraz **9**, krótsza z nich ma długość **3**.

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z przybliżenia $3\sqrt{10} \approx 3 \cdot 3{,}16 = \mathbf{9{,}48}$.

Ponieważ 9,48 > 9, to przeciwprostokątna ma długość 9,48, zaś jedna z przyprostokątnej ma długość 9.



Z tw. Pitagorasa wyliczamy brakującą przyprostokątną:

$x^2 + 9^2 = 9{,}48^2$

$x^2 + 81 = 89{,}87$

$x^2 = 8{,}87 \qquad |\sqrt{\ }$

$\boldsymbol{x} \approx \mathbf{2{,}98} \approx \mathbf{3}$.

Oznacza to, że odp. **A** jest prawidłowa.

17.5.

Rozwiązanie I:

Korzystamy z tw. Pitagorasa:

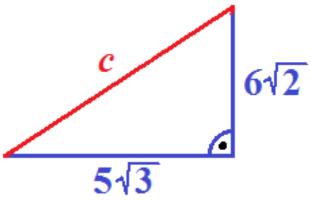
$$\left(5\sqrt{3}\right)^2 + \left(6\sqrt{2}\right)^2 = c^2$$

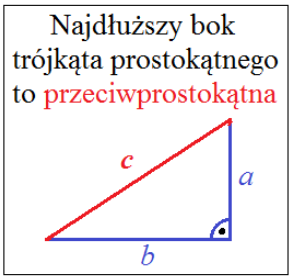
$$25 \cdot 3 + 36 \cdot 2 = c^2$$

$$75 + 72 = c^2$$

$$147 = c^2 \qquad |\sqrt{}$$

$$c = \sqrt{147} = \sqrt{49 \cdot 3} = \mathbf{7\sqrt{3}}$$



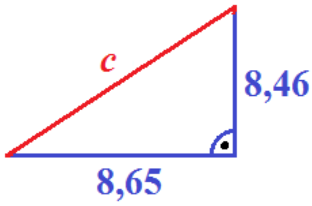


Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z przybliżeń:

$5\sqrt{3} \approx 5 \cdot 1{,}73 =$ **8,65** oraz $6\sqrt{2} \approx 6 \cdot 1{,}41 =$ **8,46**.



Z tw. Pitagorasa wyliczamy szukaną przeciwprostokątną:

$$8{,}65^2 + 8{,}46^2 = c^2$$

$$74{,}82 + 71{,}57 = c^2$$

$$c^2 = 146{,}39 \qquad |\sqrt{}$$

$c \approx$ **12,099**.

Używając przybliżeń sprawdzamy, która z liczb proponowanych w odpowiedziach jest najbliższa rezultatowi **12,099**:

A. $c = \sqrt{3} \approx 1{,}73$

B. $c = 3$

C. $c = 49\sqrt{3} \approx 49 \cdot 1{,}73 = 84{,}77$

D. $c = 7\sqrt{3} \approx 7 \cdot 1{,}73 =$ **12,11**.

Wynik **12,11** jest najbliżej liczby **12,099**. Oznacza to, że odp. **D** jest prawidłowa.

17.6.

Korzystamy z tw. Pitagorasa:

$x^2 + 6^2 = \left(6\sqrt{3}\right)^2$

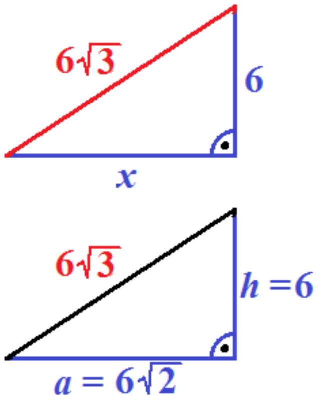
$x^2 + 36 = 36 \cdot 3$

$x^2 + 36 = 108$

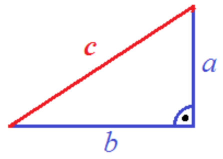
$x^2 = 108 - 36$

$x^2 = 72 \qquad | \sqrt{\ }$

$x = \sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \mathbf{6\sqrt{2}}$



Najdłuższy bok trójkąta prostokątnego to przeciwprostokątna



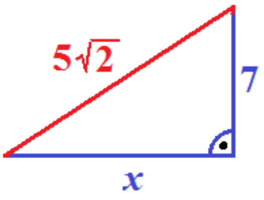
Korzystamy ze wzoru na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} a \cdot h$.

$$P = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} \cdot 6 = 3\sqrt{2} \cdot 6 = \mathbf{18\sqrt{2}} .$$

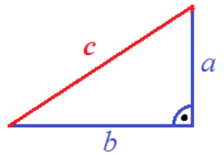
Odp. **C**

17.7.

Korzystając z przybliżenia $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ sprawdzamy, czy $5\sqrt{2}$ jest większe niż 7. Zatem $5\sqrt{2} \approx 5 \cdot 1{,}41 = \mathbf{7{,}05} > 7$.



Najdłuższy bok trójkąta prostokątnego to przeciwprostokątna



Oznacza to, że przeciwprostokątna ma długość $5\sqrt{2}$, zaś jedna z przyprostokątnych jest równa **7**.

Z tw. Pitagorasa wyliczamy brakującą przyprostokątną:

$x^2 + 7^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2$

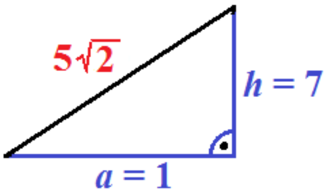
$x^2 + 49 = 25 \cdot 2$

$x^2 + 49 = 50$

$x^2 = 50 - 49$

$x^2 = 1 \qquad |\sqrt{\ }$

$\boldsymbol{x = 1}$

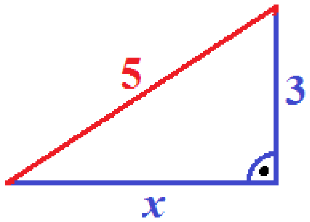


Korzystamy ze wzoru na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} a \cdot h$.

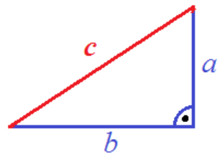
$P = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 7 = \mathbf{\frac{7}{2}}$.

Odp. **C**

17.8.
Z treści zadania wynika, że jedna z przyprostokątnych ma długości **3**, zaś długość przeciwprostokątnej wynosi **5**.



Najdłuższy bok trójkąta prostokątnego to przeciwprostokątna



Z tw. Pitagorasa obliczamy długość brakującej przyprostokątnej:

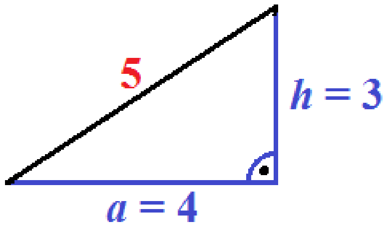
$x^2 + 3^2 = 5^2$

$x + 9 = 25$

$x^2 = 25 - 9$

$x^2 = 16 \qquad | \sqrt{}$

$\boldsymbol{x} = \mathbf{4}$.



Korzystamy ze wzoru na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} a \cdot h$.

$P = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = \mathbf{6}$.

Odp. **A**

17.9.

Korzystamy z tw. Pitagorasa:

$(4\sqrt{3})^2 + x^2 = 8^2$

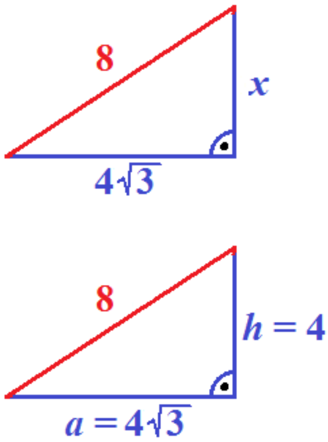
$16 \cdot 3 + x^2 = 64$

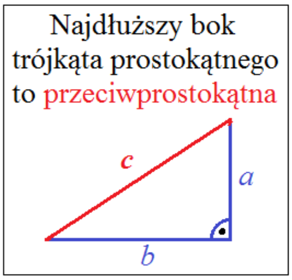
$48 + x^2 = 64$

$x^2 = 64 - 48$

$x^2 = 16 \qquad |\sqrt{\ }$

$\boldsymbol{x = 4}$





Korzystamy ze wzoru na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} a \cdot h$.

$P = \frac{1}{2} a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4 = 2\sqrt{3} \cdot 4 = \mathbf{8\sqrt{3}}$.

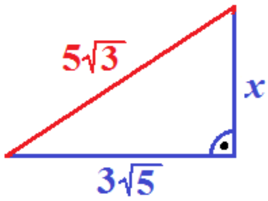
Odp. **B**

17.10.

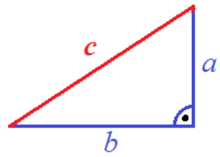
Korzystając z przybliżeń $\sqrt{3} \approx 1{,}73$ oraz $\sqrt{5} \approx 2{,}24$ sprawdzamy, która z liczb: $5\sqrt{3}$ czy $3\sqrt{5}$, jest większa:

$5\sqrt{3} \approx 5 \cdot 1{,}73 = \mathbf{8{,}65}$

$3\sqrt{5} \approx 3 \cdot 2{,}24 = \mathbf{6{,}72}$



Najdłuższy bok trójkąta prostokątnego to przeciwprostokątna



Oznacza to, że przeciwprostokątna ma długość $5\sqrt{3}$, zaś jedna z przyprostokątnych jest równa $3\sqrt{5}$.

Korzystamy z tw. Pitagorasa:

$(3\sqrt{5})^2 + x^2 = (5\sqrt{3})^2$

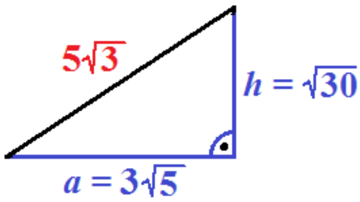
$9 \cdot 5 + x^2 = 25 \cdot 3$

$45 + x^2 = 75$

$x^2 = 75 - 45$

$x^2 = 30 \quad | \sqrt{\ }$

$x = \sqrt{30}$



Obliczamy pole trójkąta ze wzoru $P = \frac{1}{2} a \cdot h$.

$P = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{30} = \frac{3\sqrt{150}}{2} = \frac{3 \cdot 5\sqrt{6}}{2} = \frac{\mathbf{15\sqrt{6}}}{\mathbf{2}}$.

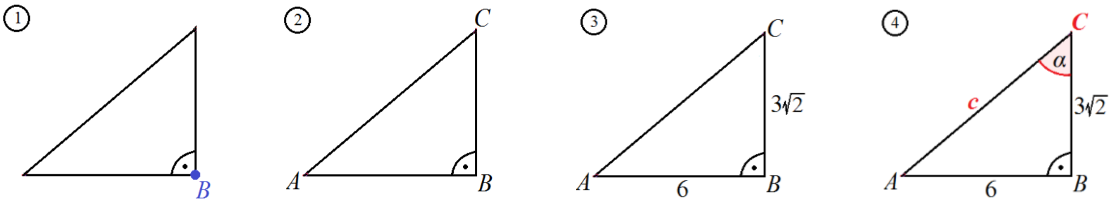
$$\begin{array}{r|l} \mathbf{150} & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 5$$

$\sqrt{150} = 5\sqrt{2 \cdot 3} = 5\sqrt{6}$

Odp. **C**

17.11.

Sformułowanie „dwa krótsze boki” oznacza, że AB i BC to przyprostokątne.
W oznaczeniach $A\boldsymbol{B}$ i $\boldsymbol{B}C$ powtarza się $\boldsymbol{B}$ – jest to punkt przecięcia odcinków AB i BC.
Ponieważ AB i BC to przyprostokątne, to $\boldsymbol{B}$ – punkt przecięcia przyprostokątnych (rys. 1).
Pozostałe wierzchołki, A i C, umieszczamy dowolnie (rys. 2), potem wpisujemy dane długości (rys. 3).



Zaznaczamy kąt $\boldsymbol{BCA}$ pamiętając, że środkowa litera w trzyliterowym oznaczeniu określa położenie kąta (rys. 4). W ΔABC mamy $\cos\alpha = \frac{3\sqrt{2}}{c}$.

Obliczamy długość przeciwprostokątnej $\boldsymbol{c}$ z tw. Pitagorasa:

$$6^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2 = c^2$$

$$36 + 9 \cdot 2 = c^2$$

$$36 + 18 = c^2$$

$$54 = c^2 \qquad | \sqrt{\ }$$

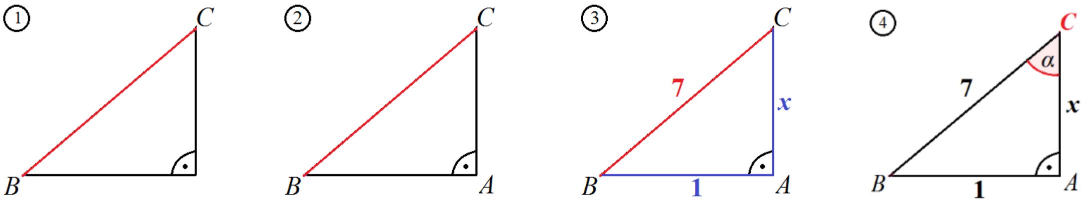
$$c = \sqrt{54} = \sqrt{9 \cdot 6} = 3\sqrt{6}$$

Wówczas $\cos\alpha = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\boldsymbol{\sqrt{3}}}{\boldsymbol{3}}$.

Odp. **B**

17.12.

Zaczynamy od zaznaczenia, że odcinek BC jest przeciwprostokątną (rys. 1), później oznaczamy brakujący wierzchołek A (rys. 2) oraz długości odcinków (rys. 3).



Zaznaczamy kąt $\boldsymbol{ACB}$ pamiętając, że środkowa litera w trzyliterowym oznaczeniu określa położenie kąta (rys. 4).

W ΔABC mamy $tg\,\alpha = \frac{1}{x}$.

Obliczamy długość $\boldsymbol{x}$ za pomocą tw. Pitagorasa:

$1^2 + x^2 = 7^2$

$1 + x^2 = 49$

$x^2 = 49 - 1$

$x^2 = 48 \qquad | \sqrt{\ }$

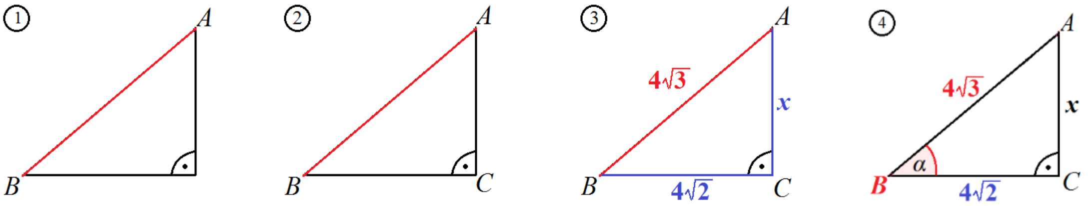
$x = \sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$

Wówczas $tg\alpha = \frac{1}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4 \cdot 3} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{12}}$.

Odp. **D**

17.13.

Zaczynamy od zaznaczenia, że odcinek AB jest przeciwprostokątną (rys. 1), później oznaczamy brakujący wierzchołek C (rys. 2) oraz długości odcinków (rys. 3).



Zaznaczamy kąt $\boldsymbol{ABC}$ pamiętając, że środkowa litera w trzyliterowym oznaczeniu określa położenie kąta (rys. 4).

W ΔABC mamy $\sin\alpha = \dfrac{x}{4\sqrt{3}}$.

Obliczamy długość $\boldsymbol{x}$ za pomocą tw. Pitagorasa:

$$\left(4\sqrt{2}\right)^2 + x^2 = \left(4\sqrt{3}\right)^2$$

$$16\cdot 2 + x^2 = 16\cdot 3$$

$$32 + x^2 = 48$$

$$x^2 = 16 \qquad |\sqrt{}$$

$$x = \mathbf{4}$$

Wówczas $\sin\alpha = \dfrac{4}{4\sqrt{3}} = \dfrac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{3}}}$.

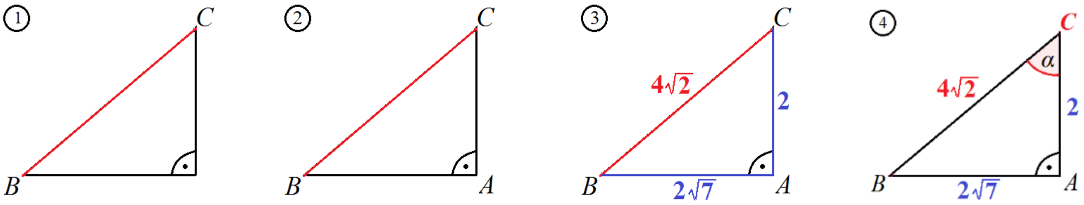
Odp. **A**

17.14.

Z pomocą przybliżeń $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ oraz $\sqrt{7} \approx 2{,}65$ oceniamy, która z liczb: $2\sqrt{7}$ czy $4\sqrt{2}$, jest większa.

$2\sqrt{7} \approx 2 \cdot 2{,}65 = \mathbf{5{,}3}$

$4\sqrt{2} \approx 4 \cdot 1{,}41 = \mathbf{5{,}64}$, zatem bok BC jest przeciwprostokątną (rys. 1), zaś $\boldsymbol{A}$ jest wierzchołkiem przy kącie prostym (rys. 2). Zaznaczamy podane długości (rys. 3).



Zaznaczamy kąt $\boldsymbol{ACB}$ pamiętając, że środkowa litera w trzyliterowym oznaczeniu określa położenie kąta (rys. 4).

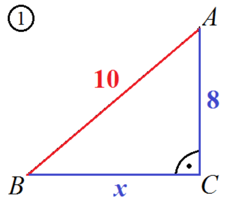
W ΔABC mamy $\sin\alpha = \dfrac{2\sqrt{7}}{4\sqrt{2}}$ oraz $\cos\alpha = \dfrac{2}{4\sqrt{2}}$. Odrzucamy odpowiedzi A i B.

Przekształcamy $\cos\alpha = \dfrac{2}{4\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2 \cdot 2} = \dfrac{\mathbf{\sqrt{2}}}{\mathbf{4}}$.

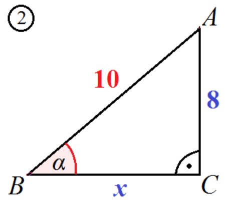
Odp. **D**

17.15.

Z treści zadania wynika, że odcinek AB jest przeciwprostokątną, zaś AC jest jedną z dwóch przyprostokątnych (rys. 1).



Zaznaczamy kąt $\boldsymbol{CBA}$ pamiętając, że środkowa litera w trzyliterowym oznaczeniu określa położenie kąta (rys. 2).



W ΔABC mamy $tg\,\alpha = \frac{8}{x}$.

Korzystamy z tw. Pitagorasa:

$$x^2 + 8^2 = 10^2$$
$$x^2 + 64 = 100$$
$$x^2 = 100 - 64$$
$$x^2 = 36$$
$$x = \mathbf{6}$$

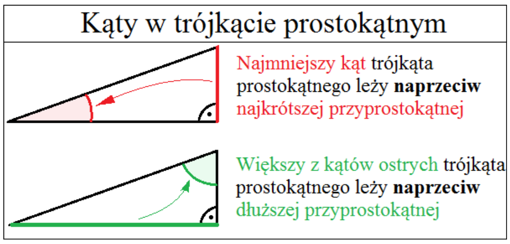
Zatem $tg\,\alpha = \frac{8}{6} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$.

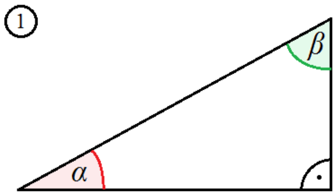
Odp. **B**

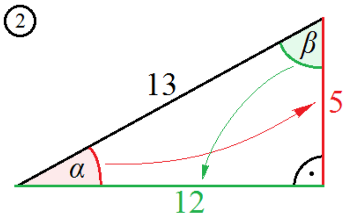
17.16.

Dwa krótsze boki: 5 i 12 to przyprostokątne, zaś przeciwprostokątna musi mieć długość 13.

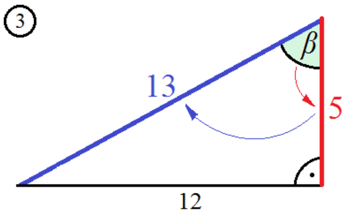
Zależność między kątami ostrymi $\boldsymbol{\alpha} < \boldsymbol{\beta}$ powoduje, że $\boldsymbol{\alpha}$ jest najmniejszym kątem w trójkącie prostokątnym, zaś $\boldsymbol{\beta}$ to większy z kątów ostrych tego trójkąta (rys. 1) a stąd wynika, że naprzeciwko kąta $\boldsymbol{\alpha}$ jest najkrótszy bok 5, zaś naprzeciw kąta $\boldsymbol{\beta}$ mamy dłuższą przyprostokątną 12 (rys. 2).







W celu ustalenia miary kąta $\boldsymbol{\beta}$, korzystamy z **dowolnej funkcji trygonometrycznej** kąta $\boldsymbol{\beta}$ (może być cosinus, jak na rys. 3).



$$\cos\beta = \frac{\text{przyprostokątna } \textbf{przy } \beta}{\text{przeciwprostokątna}}$$

Otrzymujemy $\cos\beta = \dfrac{5}{13} \approx \mathbf{0{,}3846}$

i korzystamy z tabeli na str. 20, znajdując w kolumnie cosinusa liczby 0,3746 oraz 0,3907, najbliższe wynikowi **0,3846**.

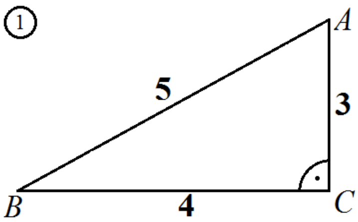
$\alpha\,[^\circ]$	$\sin\alpha$ / $\cos\beta$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\beta\,[^\circ]$
0	**0,0000**	**0,0000**	**90**
1	0,0175	0,0175	89
2	0,0349	0,0349	88
3	0,0523	0,0524	87
4	0,0698	0,0699	86
5	0,0872	0,0875	85
6	0,1045	0,1051	84
7	0,1219	0,1228	83
8	0,1392	0,1405	82
9	0,1564	0,1584	81
10	**0,1736**	**0,1763**	**80**
11	0,1908	0,1944	79
12	0,2079	0,2126	78
13	0,2250	0,2309	77
14	0,2419	0,2493	76
15	0,2588	0,2679	75
16	0,2756	0,2867	74
17	0,2924	0,3057	73
18	0,3090	0,3249	72
19	0,3256	0,3443	71
20	**0,3420**	**0,3640**	**70**
21	0,3584	0,3839	69
22	$\boxed{0{,}3746}$	0,4040	$\boxed{68}$
23	$\boxed{0{,}3907}$	0,4245	$\boxed{67}$
24	0,4067	0,4452	66
25	0,4226	0,4663	65
26	0,4384	0,4877	64
27	0,4540	0,5095	63

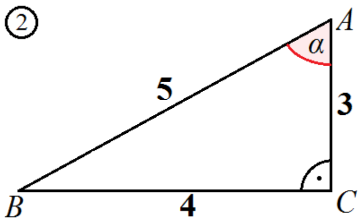
Ponieważ liczby 0,3746 oraz 0,3907 oznaczają **cosinus**, to miarę kąta odczytujemy **z prawej** strony. Okazuje się, że miara kąta to ok. 67° – 68°, dlatego możemy przyjąć, że $\beta \approx \mathbf{67{,}5^\circ}$. Kąt **67,5°** jest większy niż 65°, zatem warunek $\beta > 65^\circ$ jest spełniony.

Odp. **D**

17.17.

Dwa krótsze boki: 3 i 4 to przyprostokątne, zaś przeciwprostokątna musi mieć długość 5 (tak jak na rys. 1).





$\alpha\,[^\circ]$	$\sin\alpha$ / $\cos\beta$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\beta\,[^\circ]$
46	0,7193	1,0355	44
47	0,7314	1,0724	43
48	0,7431	1,1106	42
49	0,7547	1,1504	41
50	**0,7660**	**1,1918**	**40**
51	0,7771	1,2349	39
52	0,7880	1,2799	38
53	0,7986	1,3270	37
54	0,8090	1,3764	36
55	0,8192	1,4281	35
56	0,8290	1,4826	34
57	0,8387	1,5399	33
58	0,8480	1,6003	32
59	0,8572	1,6643	31
60	**0,8660**	**1,7321**	**30**
61	0,8746	1,8040	29

Zaznaczamy kąt α (rys. 2).

W celu ustalenia miary kąta ***α***, korzystamy z **dowolnej funkcji trygonometrycznej** kąta ***α*** (może być sinus). Otrzymujemy

$$\sin\alpha = \frac{4}{5} = \mathbf{0{,}8}.$$

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 20), znajdując w kolumnie sinusa liczby 0,7986 oraz 0,8090, najbliższe wynikowi **0,8**. Ponieważ liczby 0,7986 oraz 0,8090 oznaczają **sinus**, to miarę kąta odczytujemy **z lewej** strony. Okazuje się, że miara kąta to ok. 53° – 54°, dlatego możemy przyjąć, że $\alpha \approx \mathbf{53{,}5^\circ}$. Kąt **53,5°** jest większy niż 50°, zatem warunek $\alpha > 50^\circ$ jest spełniony.

Odp. **D**

17.18.

Z rysunku wynika, że $tg\,\alpha = \frac{5}{8} = \mathbf{0{,}625}$.

Korzystamy z tablicy z wartościami funkcji trygonometrycznych (**karta wzorów**, str. 20).

$\alpha\,[^\circ]$	$\sin\alpha$ / $\cos\beta$	$\boxed{\mathrm{tg}\,\alpha}$	$\beta\,[^\circ]$
0	**0,0000**	**0,0000**	**90**
1	0,0175	0,0175	89
2	0,0349	0,0349	88
3	0,0523	0,0524	87
4	0,0698	0,0699	86
5	0,0872	0,0875	85
6	0,1045	0,1051	84
...	...	...	...
25	0,4226	0,4663	65
26	0,4384	0,4877	64
27	0,4540	0,5095	63
28	0,4695	0,5317	62
29	0,4848	0,5543	61
30	**0,5000**	**0,5774**	**60**
31	0,5150	0,6009	59
$\boxed{32}$	0,5299	$\boxed{0,6249}$	58
33	0,5446	0,6494	57

Odczytujemy, że $\alpha \approx \mathbf{32^\circ}$.

Z sumy miar kątów trójkąta mamy $\beta = 180^\circ - 90^\circ - \mathbf{32^\circ}$, czyli $\beta = \mathbf{58^\circ}$.

Obliczamy $\beta - \alpha = 58^\circ - 32^\circ = \mathbf{26^\circ}$.

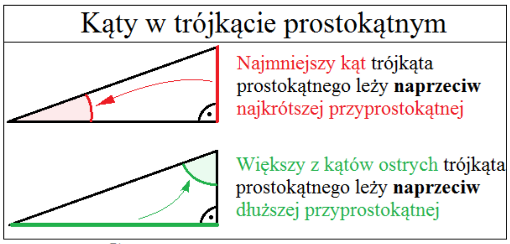
Oznacza to, że spełniony jest warunek $24^\circ < \underbrace{\beta - \alpha}_{26^\circ} < 28^\circ$.

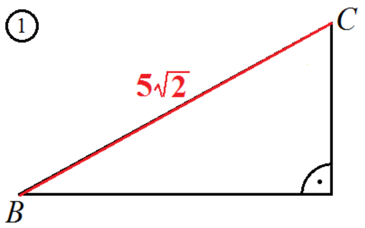
Odp. **B**

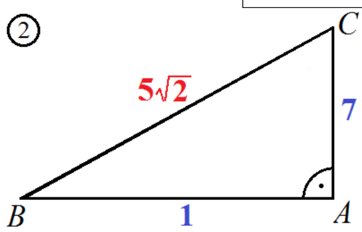
17.19.

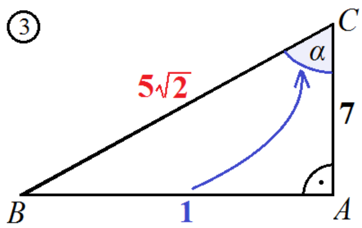
Ponieważ $5\sqrt{2} \approx 5 \cdot 1{,}41 = \mathbf{7{,}05} > 7$, to odcinek $|BC| = 5\sqrt{2}$ jest przeciwprostokątną (rys. 1).

Oznaczamy długości pozostałych, danych odcinków (rys. 2).









$\alpha[^\circ]$	$\sin\alpha$ / $\cos\beta$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\beta[^\circ]$
46	0,7193	1,0355	44
47	0,7314	1,0724	43
48	0,7431	1,1106	42
49	0,7547	1,1504	41
50	**0,7660**	**1,1918**	**40**
51	0,7771	1,2349	39
...	...	...	...
79	0,9816	5,1446	11
80	**0,9848**	**5,6713**	**10**
81	0,9877	6,3138	9
82	0,9903	7,1154	8
83	0,9925	8,1443	7
84	0,9945	9,5144	6

Najmniejszy kąt leży **naprzeciw** najkrótszego boku $|AB| = 1$ (rys. 3).

Zatem:

$$\cos\alpha = \frac{7}{5\sqrt{2}} = \frac{7}{5\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{5 \cdot 2} = \frac{\mathbf{7\sqrt{2}}}{\mathbf{10}}$$

Odrzucamy odpowiedzi B i D.

$\cos\alpha = \dfrac{7}{5\sqrt{2}} \approx \dfrac{7}{5 \cdot 1{,}41} \approx \mathbf{0{,}9929}$. Korzystamy z **karty wzorów** (str. 20).

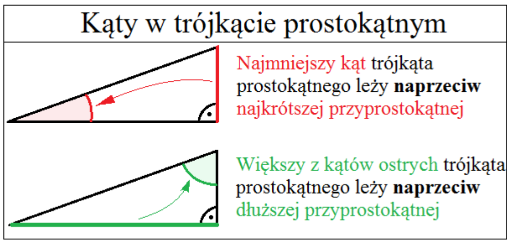
Znajdujemy w kolumnie cosinusa wartość 0,9925, jak najbliższą wynikowi **0,9929** i z tablic odczytujemy miarę kąta równą **7º**.

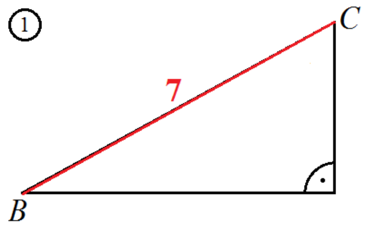
Rezultat $\alpha \approx 7^\circ$ powoduje, że spełniony jest warunek $\alpha < 78^\circ$.

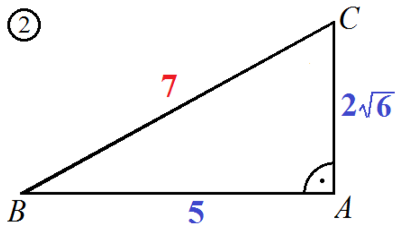
Odp. **C**

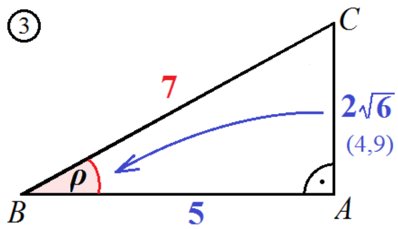
17.20.

Ponieważ $2\sqrt{6} \approx 2 \cdot 2{,}45 = \mathbf{4{,}9}$, to odcinek $|BC| = 7$ jest przeciwprostokątną (rys. 1). Oznaczamy długości pozostałych, danych odcinków (rys. 2).









α [°]	$\sin\alpha$ / $\cos\beta$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	β [°]
0	**0,0000**	**0,0000**	**90**
1	0,0175	0,0175	89
2	0,0349	0,0349	88
3	0,0523	0,0524	87
4	0,0698	0,0699	86
5	0,0872	0,0875	85
6	0,1045	0,1051	84
•••	•••	•••	•••
39	0,6293	0,8098	51
40	**0,6428**	**0,8391**	**50**
41	0,6561	0,8693	49
42	0,6691	0,9004	48
43	0,6820	0,9325	47
44	0,6947	0,9657	46
45	0,7071	1,0000	45

Najmniejszy kąt leży **naprzeciw** najkrótszego boku $|AC| \approx 4{,}9$ (rys. 3).

Oceniamy miarę kąta $\boldsymbol{\rho}$. W trójkącie ABC mamy $\sin\rho = \dfrac{2\sqrt{6}}{7} \approx \dfrac{4{,}9}{7} = \mathbf{0{,}7}$.

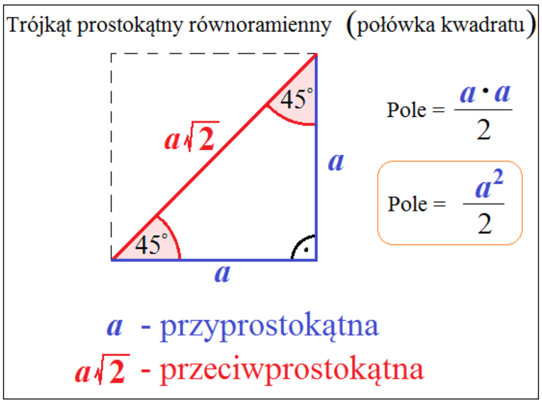
Korzystamy z **karty wzorów** (str. 20).
Znajdujemy w kolumnie sinusa wartości jak najbliższe wynikowi **0,7** i odczytujemy miarę kąta równą ok. **44,5°**.

Zatem spełniony jest warunek $43° < \underbrace{\rho}_{44{,}5°} < 45°$.

Odp. **C**

17.21.

Z treści zadania wynika, że $\frac{a^2}{2} = 20$. Należy znaleźć wartość ***2a*** czyli sumę długości obu przyprostokątnych.



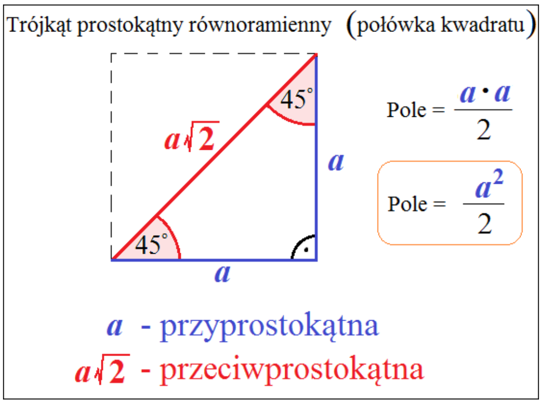
$$\frac{a^2}{2} = 20 \qquad |\cdot 2$$
$$a^2 = 40 \qquad |\sqrt{\ }$$
$$a = \sqrt{40} = \sqrt{4 \cdot 10} = 2\sqrt{10}$$

$$2a = 2 \cdot 2\sqrt{10} = \mathbf{4\sqrt{10}}.$$

Odp. **C**

17.22.

Z treści zadania wynika, że $\frac{a^2}{2} = 100$. Należy znaleźć wartość ***a*** czyli długość przyprostokątnej tego trójkąta.



$$\frac{a^2}{2} = 100 \qquad |\cdot 2$$

$$a^2 = 200 \qquad |\sqrt{}$$

$$a = \sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2} = \mathbf{10\sqrt{2}}$$

Odp. **A**

17.23.

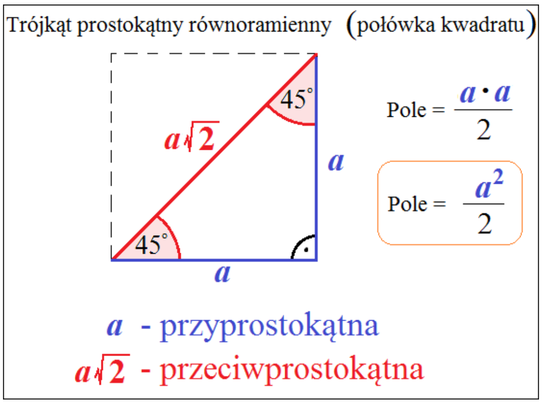
Z treści zadania wynika, że $\frac{a^2}{2} = 32$.

$$\frac{a^2}{2} = 32 \qquad |\cdot 2$$

$$a^2 = 64 \qquad |\sqrt{\ }$$

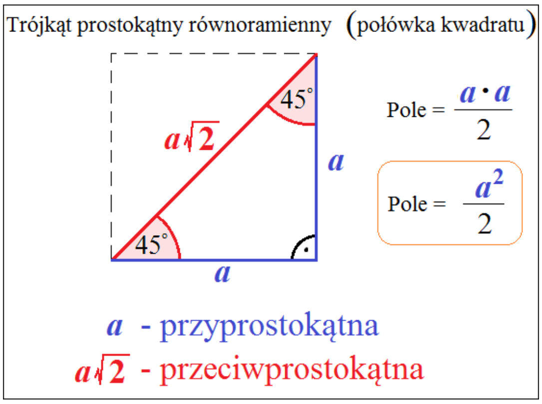
$$a = \sqrt{64} = \mathbf{8}$$

Odp. **D**



17.24.

Z treści zadania wynika, że $\frac{a^2}{2}=128$. Należy znaleźć wartość $\mathbf{2a}$.



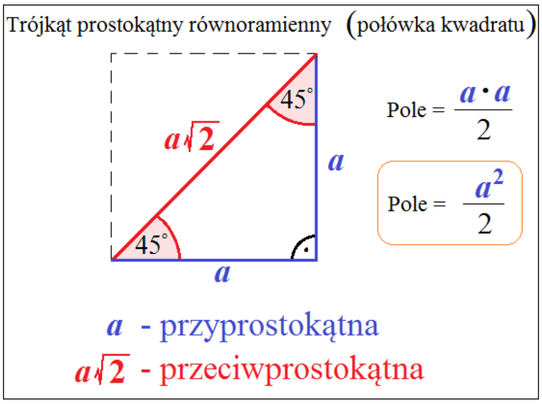
$$\frac{a^2}{2}=128 \qquad |\cdot 2$$
$$a^2=256 \qquad |\sqrt{\ }$$
$$a=\sqrt{256}$$
$$a=16$$

$2a=2\cdot 16=\mathbf{32}$.

Odp. **A**

17.25.

Z treści zadania wynika, że $\frac{a^2}{2} = 12$.



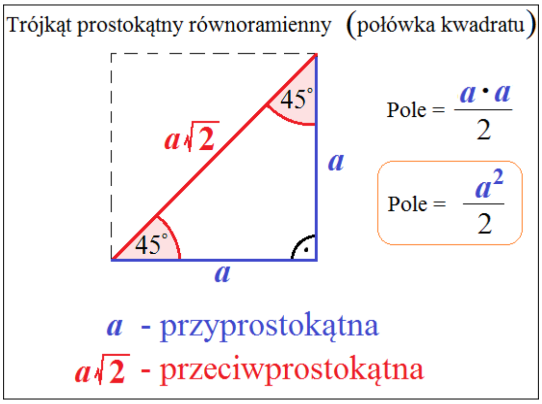
$$\frac{a^2}{2} = 12 \qquad |\cdot 2$$
$$a^2 = 24 \qquad |\sqrt{\ }$$
$$a = \sqrt{24}$$
$$a = \sqrt{4 \cdot 6} = \mathbf{2\sqrt{6}}$$

Odp. **C**

17.26.

Z treści zadania wynika, że $a\sqrt{2}=10\sqrt{6}$.

Należy obliczyć wartość wyrażenia $\frac{a^2}{2}$.



$$a\sqrt{2}=10\sqrt{6} \qquad |:\sqrt{2}$$

$$a=\frac{10\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\mathbf{10\sqrt{3}}$$

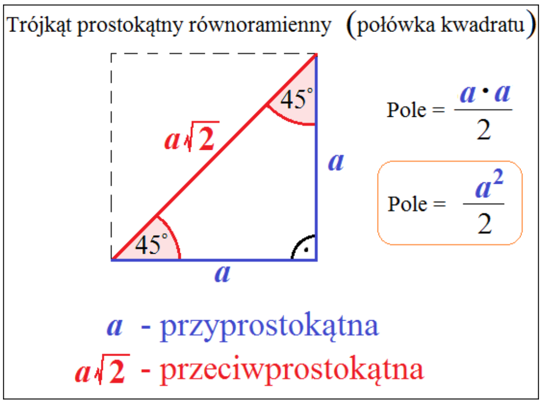
$$\frac{a^2}{2}=\frac{(10\sqrt{3})^2}{2}=\frac{100\cdot 3}{2}=\mathbf{150}.$$

Odp. **C**

17.27.

Z treści zadania wynika, że $a\sqrt{2}=4$.

Należy obliczyć wartość wyrażenia $\frac{a^2}{2}$.



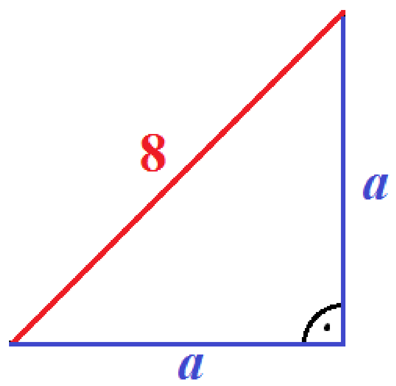
$a\sqrt{2}=4 \qquad |:\sqrt{2}$

$a=\frac{\mathbf{4}}{\sqrt{\mathbf{2}}}$

$\frac{a^2}{2}=\frac{\left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^2}{2}=\frac{\frac{16}{2}}{2}=\frac{8}{2}=\mathbf{4}$.

Odp. **A**

17.28.
Odcinek o długości **8 musi** być przeciwprostokątną.
W innym wypadku długość przeciwprostokątna musiałaby być równa długości jednej z przyprostokątnych, co jest sprzecznością.



Z tw. Pitagorasa:

$$a^2 + a^2 = 8^2$$

$$2a^2 = 64 \qquad |:2$$

$$a^2 = 32 \qquad |\sqrt{}$$

$$a = \sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \mathbf{4\sqrt{2}}$$

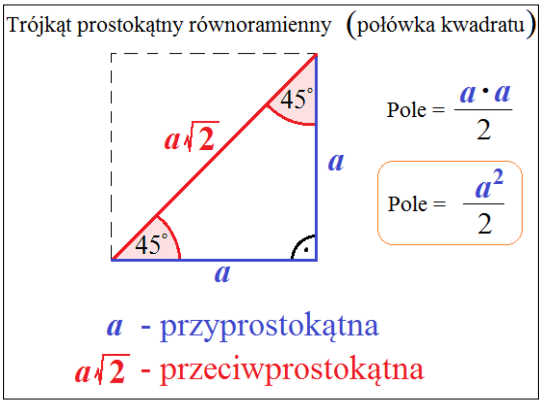
$$P = \frac{a^2}{2} = \frac{\left(\sqrt{32}\right)^2}{2} = \frac{32}{2} = \mathbf{16}.$$

Odp. **B**

17.29.

Z treści zadania wynika, że $a\sqrt{2} = 4\sqrt{3}$.

Należy obliczyć wartość wyrażenia $\frac{a^2}{2}$.



$$a\sqrt{2} = 4\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{2}$$

$$a = \frac{\mathbf{4\sqrt{3}}}{\mathbf{\sqrt{2}}}$$

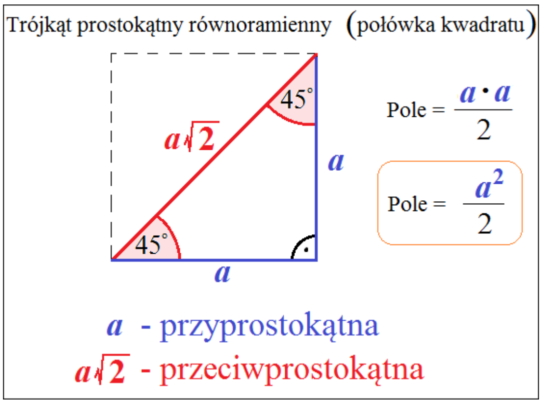
$$\frac{a^2}{2} = \frac{\left(\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2}{2} = \frac{\frac{16\cdot 3}{2}}{2} = \frac{\frac{48}{2}}{2} = \frac{24}{2} = \mathbf{12}\,.$$

Odp. **C**

17.30.

Z treści zadania wynika, że $a\sqrt{2}=6$.

Należy obliczyć wartość wyrażenia $\frac{a^2}{2}$.



$$a\sqrt{2}=6 \qquad |:\sqrt{2}$$

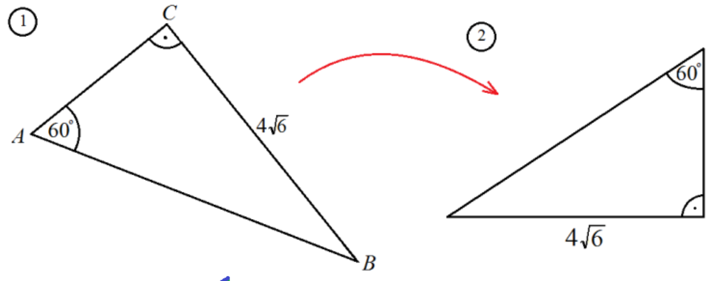
$$a=\frac{\mathbf{6}}{\sqrt{\mathbf{2}}}$$

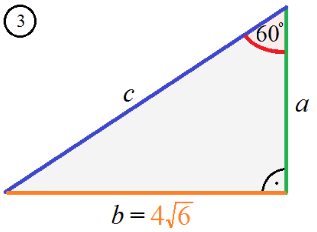
$$\frac{a^2}{2}=\frac{\left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2}{2}=\frac{\frac{36}{2}}{2}=\frac{18}{2}=\mathbf{9}.$$

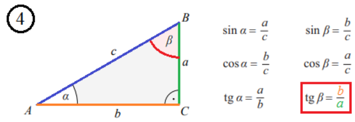
Odp. **B**

17.31.

Dany w zadaniu trójkąt (rys. 1) widzimy w takiej pozycji, jak jest to pokazane na rys. 2.
Zwracamy uwagę, że **naprzeciw kąta 60º** musi być **dany bok** $4\sqrt{6}$ (rys. 2).







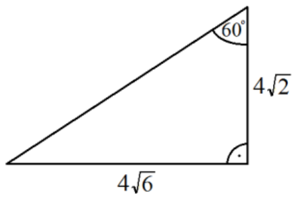
Porównujemy trójkąt z zadania (rys. 3) do rysunku z **karty wzorów** na końcu str. 14 (rys. 4).

	0°	30°	45°	60°	90°
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

$$tg\,60° = \frac{4\sqrt{6}}{a}$$

$$\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{6}}{a}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{4\sqrt{6}}{a}$$



Mnożymy równanie „na krzyż”:

$$\sqrt{3}\cdot a = 1\cdot 4\sqrt{6}$$

$$\sqrt{3}\,a = 4\sqrt{6} \qquad |:\sqrt{3}$$

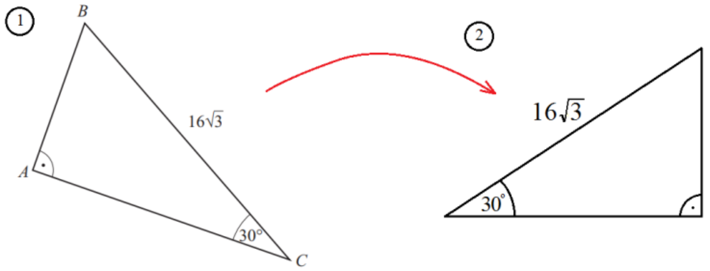
$$a = \mathbf{4\sqrt{2}}$$

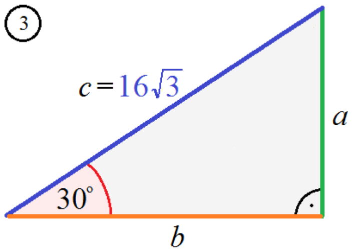
$$P = \frac{1}{2}a\cdot h = \frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{6}\cdot 4\sqrt{2} = 2\sqrt{6}\cdot 4\sqrt{2} = 8\sqrt{12} = 8\cdot\sqrt{4\cdot 3} = 8\cdot 2\sqrt{3} = \mathbf{16\sqrt{3}}\,.$$

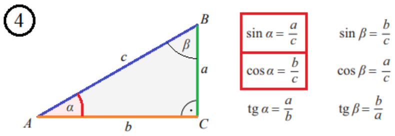
Odp. **C**

17.32.

Dany w zadaniu trójkąt (rys. 1) widzimy w takiej pozycji, jak jest to pokazane na rys. 2. Zwracamy uwagę, że **dany bok** $16\sqrt{3}$ jest **przeciwprostokątną** (rys. 2).







Porównujemy trójkąt z zadania (rys. 3) do rysunku z **karty wzorów** na końcu str. 14 (rys. 4).

$$\sin 30° = \frac{a}{16\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{a}{16\sqrt{3}}$$

$$2a = 16\sqrt{3} \qquad |:2$$

$$a = \mathbf{8\sqrt{3}}$$

$$\cos 30° = \frac{b}{16\sqrt{3}}$$

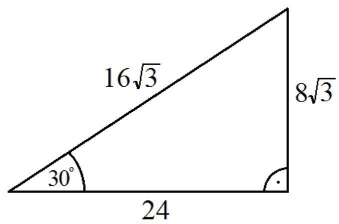
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{b}{16\sqrt{3}}$$

$$2b = 16\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$2b = 16 \cdot 3$$

$$2b = 48 \qquad |:2$$

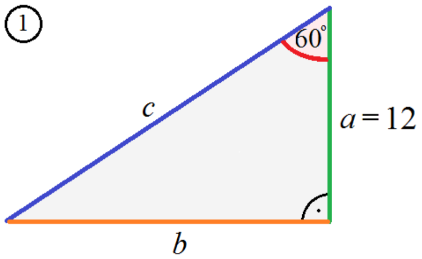
$$b = \mathbf{24}$$

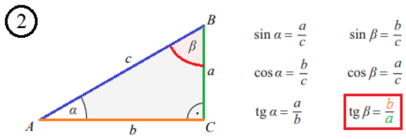


$$P = \frac{1}{2} a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 8\sqrt{3} = 12 \cdot 8\sqrt{3} = \mathbf{96\sqrt{3}}.$$

Odp. **D**

17.33.





Porównujemy trójkąt z zadania (rys. 1) do rysunku z **karty wzorów** na końcu str. 14 (rys. 2).

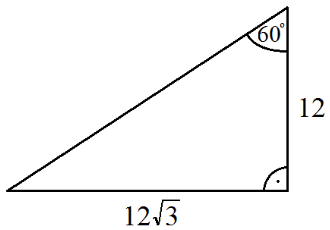
$$tg\,60° = \frac{b}{12}$$

$$\sqrt{3} = \frac{b}{12} \qquad |\cdot 12$$

$$\mathbf{12\sqrt{3}} = b$$

α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

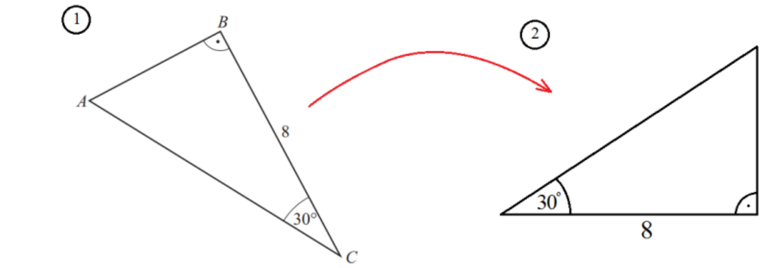
$$P = \frac{1}{2}a\cdot h = \frac{1}{2}\cdot 12\sqrt{3}\cdot 12 = 6\sqrt{3}\cdot 12 = \mathbf{72\sqrt{3}}\,.$$

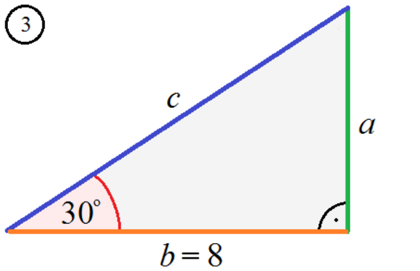


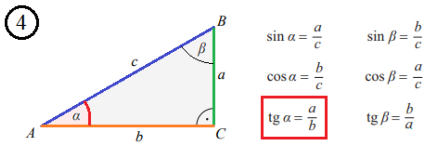
Odp. **C**

17.34.

Dany w zadaniu trójkąt (rys. 1) widzimy w takiej pozycji, jak jest to pokazane na rys. 2.
Dany bok, o długości **8**, jest **przyprostokątną** przyległą do kąta 30° (rys. 2).







Porównujemy trójkąt z zadania (rys. 3) do rysunku z **karty wzorów** na końcu str. 14 (rys. 4).

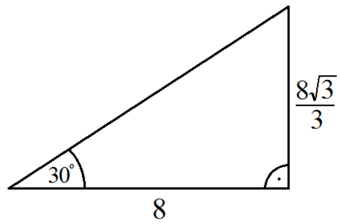
$$tg30^\circ = \frac{a}{8}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a}{8}$$

Mnożymy równanie „na krzyż”:

$$3a = 8\sqrt{3} \qquad |:3$$

$$a = \mathbf{\frac{8\sqrt{3}}{3}}$$



$$P = \frac{1}{2}a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \frac{8\sqrt{3}}{3} = 4 \cdot \frac{8\sqrt{3}}{3} = \mathbf{\frac{32\sqrt{3}}{3}}.$$

Odp. **A**

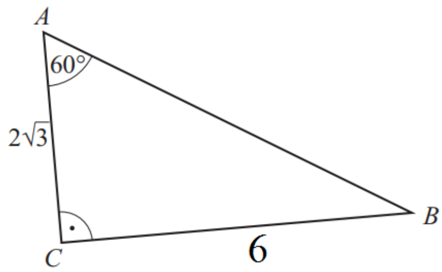
17.35.
Porównujemy trójkąt z zadania do rysunku z **karty wzorów** na końcu str. 14.

	0°	30°	45°	60°	90°
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

$$tg\,60^\circ = \frac{|BC|}{2\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3} = \frac{|BC|}{2\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{|BC|}{2\sqrt{3}}$$



Mnożymy równanie „na krzyż”:

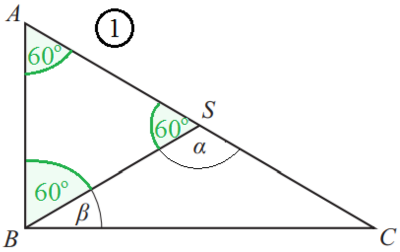
$$1 \cdot |BC| = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

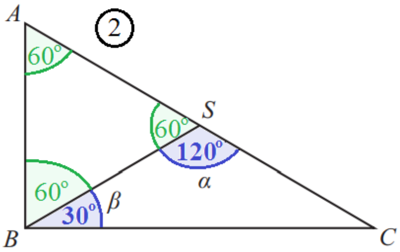
$$|BC| = 2 \cdot 3 = \mathbf{6}$$

$$P = \frac{1}{2} a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2\sqrt{3} = 3 \cdot 2\sqrt{3} = \mathbf{6\sqrt{3}}\,.$$

Odp. **D**

17.36.
Kąty trójkąta równobocznego są równe **60°** (rys. 1).



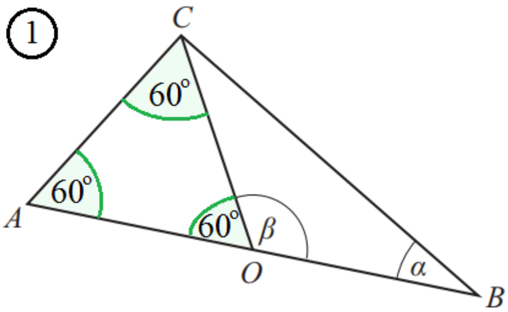


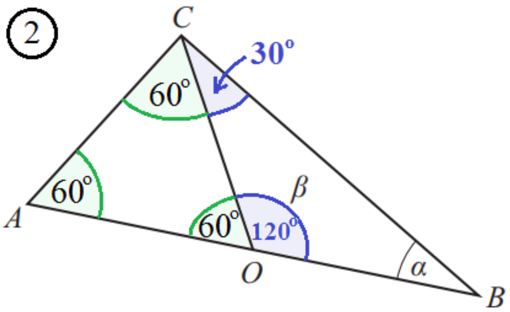
Obliczamy $\alpha = 180° - 60° = \mathbf{120°}$ oraz $\beta = 90° - 60° = \mathbf{30°}$ (rys. 2).

Spełniony jest warunek $\underbrace{\alpha}_{120°} + \underbrace{\beta}_{30°} = \mathbf{150°}$.

Odp. **D**

17.37.
Kąty trójkąta równobocznego są równe **60°** (rys. 1).





Obliczamy $\beta = 180° - 60° = \mathbf{120}°$ oraz $|\angle OCB| = 90° - 60° = \mathbf{30}°$ (rys. 2).

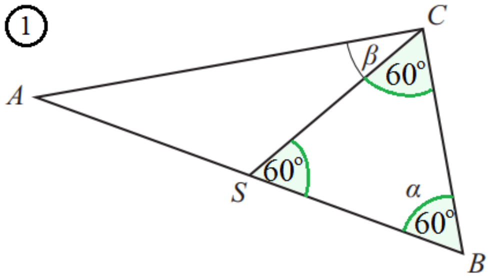
Z sumy miar kątów trójkąta obliczamy miarę kąta α. Zatem:

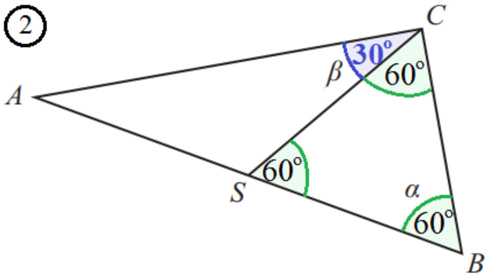
$\alpha = 180° - 120° - 30° = \mathbf{30}°$.

Dla obliczonych kątów $\alpha = \mathbf{30}°$ oraz $\beta = \mathbf{120}°$ spełniony jest warunek $\underbrace{\beta}_{120°} = 4 \cdot \underbrace{\alpha}_{30°}$

Odp. **D**

17.38.
Kąty trójkąta równobocznego są równe **60°**, w szczególności ***α* = 60°** (rys. 1).

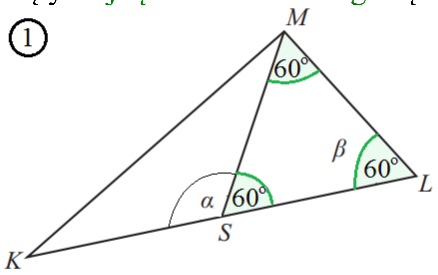


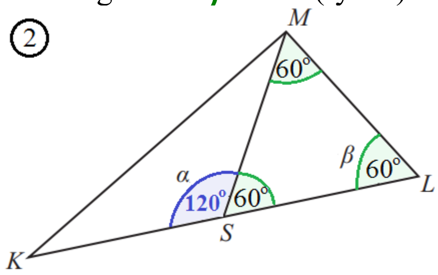


Obliczamy miarę kąta ***β***, zatem $\beta = 90° - 60° =$ **30°** (rys. 2).

Odp. **A**

17.39.
Kąty trójkąta równobocznego są równe **60°**, w szczególności $\boldsymbol{\beta = 60^{\circ}}$ (rys. 1).



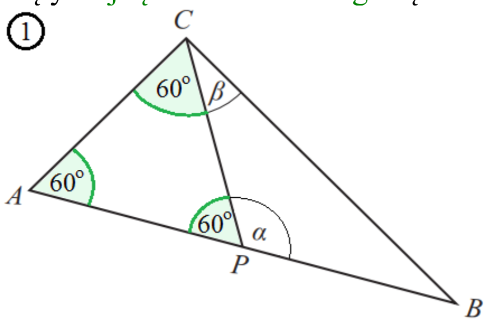


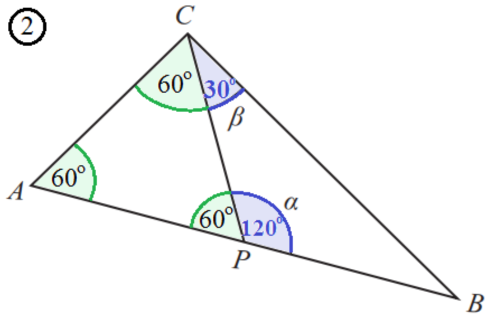
Obliczamy miarę kąta $\boldsymbol{\alpha}$, zatem $\alpha = 180^{\circ} - 60^{\circ} =$ **120°** (rys. 2).

Dla wyliczonych miar kątów: $\alpha = 120^{\circ}$, $\beta = 60^{\circ}$, **nie jest** spełniony warunek $\alpha - \beta < 60^{\circ}$, bo **nie jest prawdą**, że $120^{\circ} - 60^{\circ} < 60^{\circ}$.

Odp. **B**

17.40.
Kąty trójkąta równobocznego są równe **60°** (rys. 1).



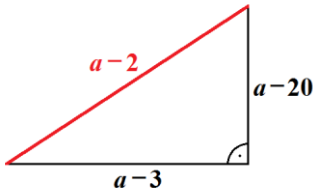


Obliczamy miary kątów α i β, zatem $\alpha = 180° - 60° = \mathbf{120}°$ oraz $\beta = 90° - 60° = \mathbf{30}°$.

Różnica między miarami kątów $\alpha = 120°$ oraz $\beta = 30°$ wynosi **90°**.

Odp. **B**

17.41.



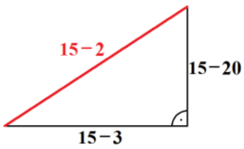
Spośród podanych długości odcinków, to odcinek o długości $\boldsymbol{a-2}$ jest przeciwprostokątną (bo jest najdłuższy).
Z tw. Pitagorasa:

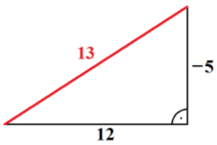
$$(a-3)^2+(a-20)^2=(a-2)^2$$
$$a^2-2\cdot a\cdot 3+3^2+a^2-2\cdot a\cdot 20+20^2=a^2-2\cdot a\cdot 2+2^2$$
$$a^2-6a+9+a^2-40a+400=a^2-4a+4$$
$$a^2-6a+9+a^2-40a+400-a^2+4a-4=0$$
$$a^2-42a+405=0$$
$$\Delta=(-42)^2-4\cdot 1\cdot 405=1764-1620=144 \qquad \to \qquad \sqrt{\Delta}=12$$
$$a_1=\frac{42-12}{2}=\mathbf{15}$$
$$a_2=\frac{42+12}{2}=\mathbf{27}$$

Jednak $\boldsymbol{a}$ **= 15** nie spełnia warunków zadania, bo najkrótszy odcinek ma ujemną długość:
$a-20=15-20=$ **–5**. Zatem przyjmujemy, że $\boldsymbol{a}$ **= 27**.
Odp. **D**

Rozwiązanie II:
Analizujemy odpowiedzi, wstawiając w miejsce $\boldsymbol{a}$ proponowane wartości liczbowe:

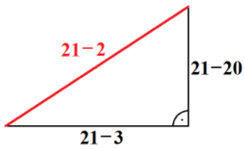
A. $\boldsymbol{a}$ **= 15**

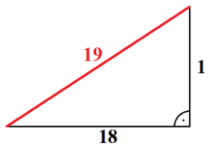




Długość boku nie może być ujemna

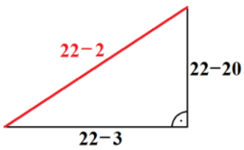
B. $\boldsymbol{a}$ **= 21**

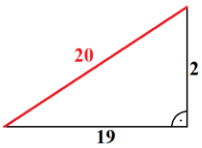




Nie jest spełniona nierówność trójkąta, bo suma dwóch krótszych boków 18+1 **nie jest** dłuższa od najdłuższego boku.

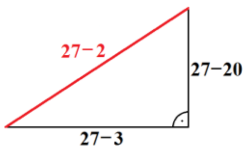
C. $\boldsymbol{a}$ **= 22**

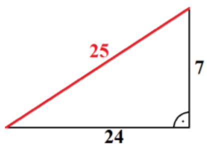




$$19^2+2^2=20^2$$
$$361+4=400$$
równość fałszywa

D. $\boldsymbol{a}$ **= 27**



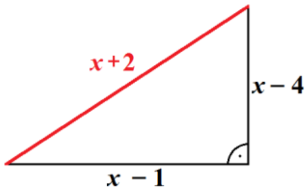


$$24^2+7^2=25^2$$
$$576+49=625$$
równość **prawdziwa**

Po wstawieniu $\boldsymbol{a}$ **= 27** mamy trójkąt o bokach **25**, **24** i **7**, który jest prostokątny.
Oznacza to, że odp. **D** jest prawidłowa.

17.42.

Rozwiązanie I:



Spośród podanych długości odcinków, to odcinek o długości **x + 2** jest przeciwprostokątną (bo jest najdłuższy).

Z tw. Pitagorasa:

$$(x-4)^2+(x-1)^2=(x+2)^2$$

$$x^2-8x+16+x^2-2x+1=x^2+4x+4$$

$$x^2-8x+16+x^2-2x+1-x^2-4x-4=0$$

$x^2-14x+13=0$, więc $a=1,\ b=-14,\ c=13,\qquad -b=14$

$$\Delta=(-14)^2-4\cdot1\cdot13=196-52=144 \qquad\to\qquad \sqrt{\Delta}=12$$

$$x_1=\frac{14-12}{2}=\mathbf{1}$$

$$x_2=\frac{14+12}{2}=\mathbf{13}$$

Jednak $\boldsymbol{x}$ **= 1** nie spełnia warunków zadania, bo najkrótszy odcinek ma ujemną długość:
$x-4=1-4=$ **–3**. Zatem przyjmujemy, że $\boldsymbol{x}$ **= 13**.

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Podstawiamy w miejsce $\boldsymbol{x}$ proponowane w odpowiedziach wartości liczbowe:

A. Dla $\boldsymbol{x}$ = **1** boki mają długości: **1**–4, **1**–1, **1**+2, czyli: **–3**, **0**, **3** → sprzeczność

B. Dla $\boldsymbol{x}$ = **5** długości boków to: **5**–4, **5**–1, **5**+2, czyli: **1**, **4**, **7** → sprzeczność, bo suma dwóch krótszych boków **1+4** nie jest większa od najdłuższego boku

C. Dla $\boldsymbol{x}$ **= 13** mamy długości: **13**–4, **13**–1, **13**+2, czyli: **9**, **12**, **15**.

$$9^2+12^2=15^2$$

$$81+144=225$$

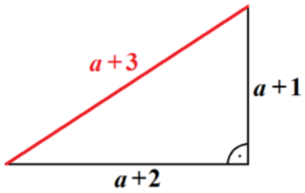
$$225=225$$

Obliczenia wskazują, że odp. **C** jest poprawna.

17.43.

Rozwiązanie I:

Spośród podanych długości odcinków, to odcinek o długości ***a* + 3** jest przeciwprostokątną (bo jest najdłuższy).



Z tw. Pitagorasa:

$$(a+1)^2+(a+2)^2=(a+3)^2$$

$$a^2+2a+1+a^2+4a+4=a^2+6a+9$$

$$a^2+2a+1+a^2+4a+4-a^2-6a-9=0$$

$$a^2-4=0$$

$$a^2=4 \qquad |\sqrt{\ }$$

$$a=2 \quad \text{lub} \quad a=-2$$

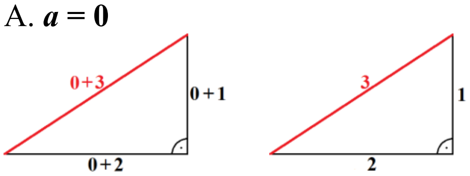
Ujemny wynik nie spełnia warunków zadania.

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

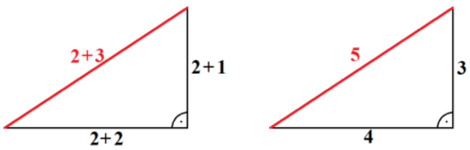
Analizujemy odpowiedzi, wstawiając w miejsce ***a*** proponowane wartości liczbowe:

A. ***a* = 0**



Nie jest spełniona nierówność trójkąta, bo suma dwóch krótszych boków 2+1 **nie jest** dłuższa od najdłuższego boku (**3**).

C. ***a* = 2**



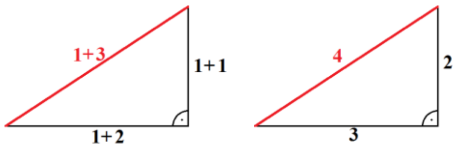
$$3^2+4^2=5^2$$

$$9+16=25$$

$$25=25$$

równość **prawdziwa**

B. ***a* = 1**

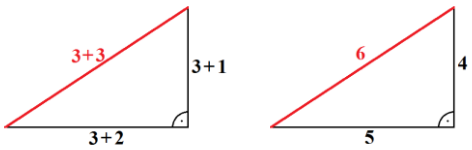


$$2^2+3^2=4^2$$

$$4+9=16$$

równość fałszywa

D. ***a* = 3**



$$4^2+5^2=6^2$$

$$16+25=36$$

równość fałszywa

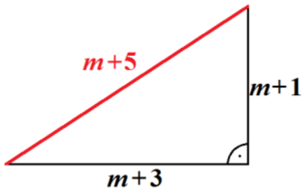
Po wstawieniu ***a* = 2** mamy trójkąt o bokach **3**, **4** i **5**, który jest prostokątny.

Oznacza to, że odp. **C** jest prawidłowa.

17.44.

Rozwiązanie I:

Spośród podanych długości odcinków, to odcinek o długości ***m* + 5** jest przeciwprostokątną (bo jest najdłuższy).



Z tw. Pitagorasa:

$$(m+1)^2+(m+3)^2=(m+5)^2$$

$$m^2+2m+1+m^2+6m+9=m^2+10m+25$$

$$m^2+2m+1+m^2+6m+9-m^2-10m-25=0$$

$$m^2-2m-15=0,\ \text{więc}\ a=1,\ b=-2,\ c=-15\ \text{oraz}\ -b=2$$

$$\Delta=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-15)=4+60=64 \qquad \rightarrow \qquad \sqrt{\Delta}=8$$

$$m_1=\frac{2-8}{2}=-3, \qquad m_2=\frac{2+8}{2}=\mathbf{5}$$

Ujemny wynik nie spełnia warunków zadania, bo wówczas:

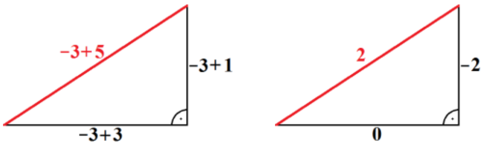
m+1 = –3+1 = **–2**, czyli najkrótszy bok trójkąta miałby ujemną długość. Zostaje ***m* = 5**

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

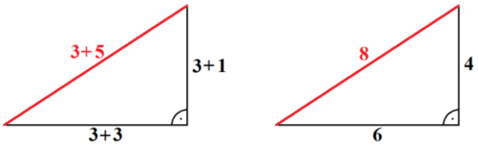
Analizujemy odpowiedzi, wstawiając w miejsce ***a*** proponowane wartości liczbowe:

A. ***m* = –3**



Bok trójkąta **nie może** mieć ujemnej długości

C. ***m* = 3**



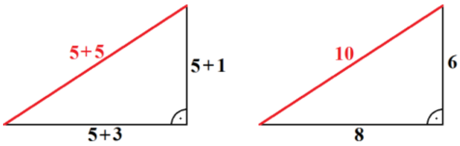
$$6^2+4^2=8^2$$

$$36+16=64$$

$$52=64$$

równość fałszywa

B. ***m* = 5**



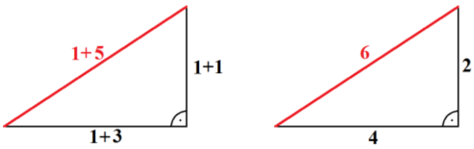
$$8^2+6^2=10^2$$

$$64+36=100$$

$$100=100$$

równość **prawdziwa**

D. ***m* = 1**



Nie jest spełniona nierówność trójkąta, bo suma dwóch krótszych boków 4+2 **nie jest** dłuższa od najdłuższego boku (**6**).

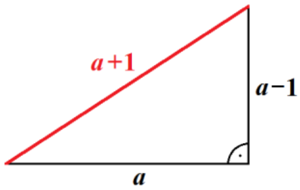
Po wstawieniu ***m* = 5** mamy trójkąt o bokach **6**, **8** i **10**, który jest prostokątny.

Oznacza to, że odp. **B** jest prawidłowa.

17.45.

Rozwiązanie I:

Spośród podanych długości odcinków, to odcinek o długości
***a* + 1** jest przeciwprostokątną (bo jest najdłuższy).



Z tw. Pitagorasa:

$(a-1)^2 + a^2 = (a+1)^2$

$a^2 - 2a + 1 + a^2 = a^2 + 2a + 1$

$a^2 - 2a + 1 + a^2 - a^2 - 2a - 1 = 0$

$a^2 - 4a = 0$

$a(a-4) = 0$

$a = 0$ lub $a - 4 = 0$, stąd mamy $\boldsymbol{a = 0}$ lub $\boldsymbol{a = 4}$.

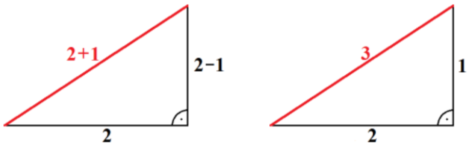
Wynik $a = 0$ **nie spełnia warunków zadania**, bo wówczas $a–1 = 0–1 = \mathbf{–1}$, czyli najkrótszy bok trójkąta miałby ujemną długość. Zostaje $\boldsymbol{a = 4}$.

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

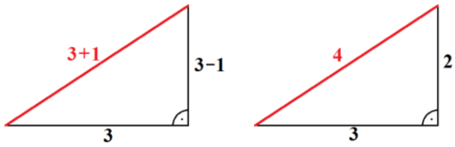
Analizujemy odpowiedzi, wstawiając w miejsce ***a*** proponowane wartości liczbowe:

A. ***a* = 2**



Nie jest spełniona nierówność trójkąta, bo suma dwóch krótszych boków 2+1 **nie jest** dłuższa od najdłuższego boku (**3**).

B. ***a* = 3**

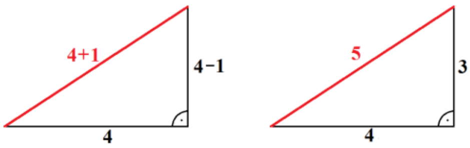


$2^2 + 3^2 = 4^2$

$4 + 9 = 16$

równość fałszywa

C. ***a* = 4**



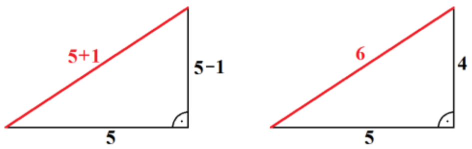
$3^2 + 4^2 = 5^2$

$9 + 16 = 25$

$25 = 25$

równość **prawdziwa**

D. ***a* = 5**



$4^2 + 5^2 = 6^2$

$16 + 25 = 36$

równość fałszywa

Po wstawieniu ***a* = 4** mamy trójkąt o bokach **3**, **4** i **5**, który jest prostokątny.
Oznacza to, że odp. **C** jest prawidłowa.