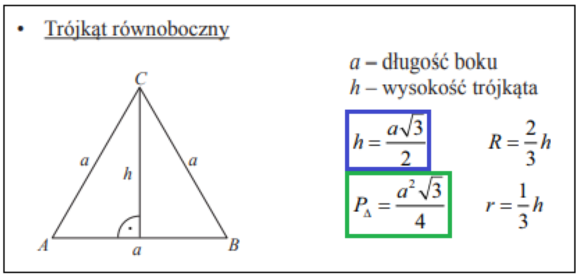
18.1.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).



Z treści zadania wiadomo, że $\frac{a\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{10}$.

Należy obliczyć $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{10} \qquad |\cdot 2$$

$$a\sqrt{3}=12\sqrt{10} \qquad |:\sqrt{3}$$

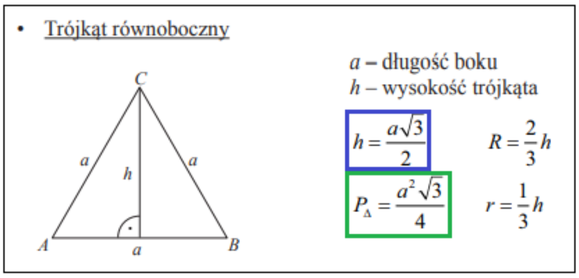
$$a=\frac{12\sqrt{10}}{\sqrt{3}}=\frac{12\sqrt{10}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{12\sqrt{30}}{3}=\mathbf{4\sqrt{30}}$$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\left(\mathbf{4\sqrt{30}}\right)^2\cdot\sqrt{3}}{4}=\frac{16\cdot 30\cdot\sqrt{3}}{4}=\frac{480\sqrt{3}}{4}=\mathbf{120\sqrt{3}}.$$

Odp. **D**

18.2.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).



Z treści zadania wiadomo, że $\frac{a\sqrt{3}}{2}=3$.

Należy obliczyć $P=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}=3 \qquad |\cdot 2$$

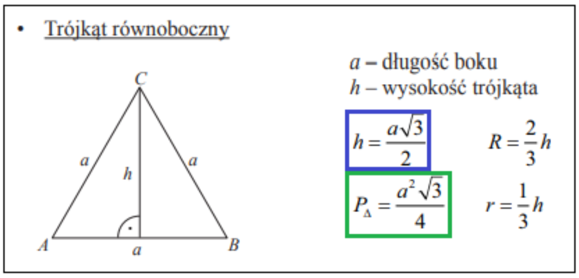
$$a\sqrt{3}=6 \qquad |:\sqrt{3}$$

$$a=\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=\mathbf{2\sqrt{3}}$$

$$P=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{(\mathbf{2\sqrt{3}})^2\cdot\sqrt{3}}{4}=\frac{4\cdot 3\cdot\sqrt{3}}{4}=\frac{12\sqrt{3}}{4}=\mathbf{3\sqrt{3}}.$$

Odp. **C**

18.3.
Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).



Z treści zadania wiadomo, że $\frac{a\sqrt{3}}{2} = 1{,}5$.

Należy obliczyć $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 1{,}5 \qquad |\cdot 2$$

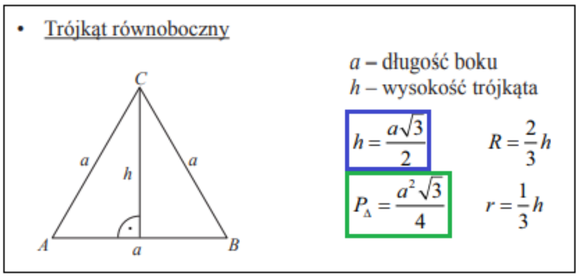
$$a\sqrt{3} = 3 \qquad |:\sqrt{3}$$

$$a = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \mathbf{\sqrt{3}}$$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\left(\sqrt{\mathbf{3}}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\mathbf{3\sqrt{3}}}{\mathbf{4}} .$$

Odp. **B**

18.4.
Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).



Z treści zadania wiadomo, że $\frac{a\sqrt{3}}{2}=\sqrt{6}$.

Należy obliczyć $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}=\sqrt{6} \qquad |\cdot 2$$

$$a\sqrt{3}=2\sqrt{6} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$a=\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\mathbf{2\sqrt{2}}$$

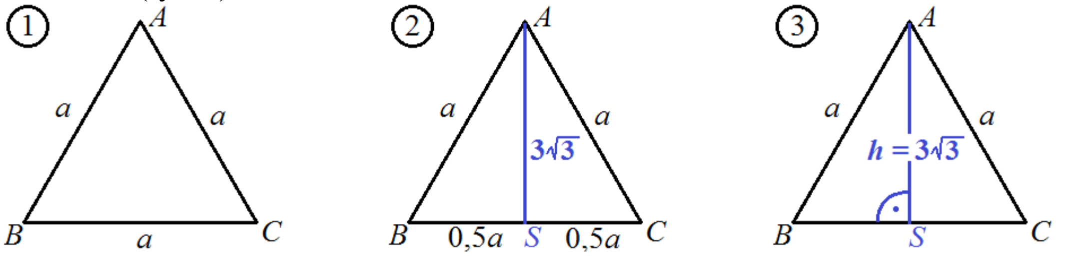
$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\left(\mathbf{2\sqrt{2}}\right)^2\cdot\sqrt{3}}{4}=\frac{4\cdot 2\cdot\sqrt{3}}{4}=\frac{8\sqrt{3}}{4}=\mathbf{2\sqrt{3}}.$$

Odp. **C**

18.5.

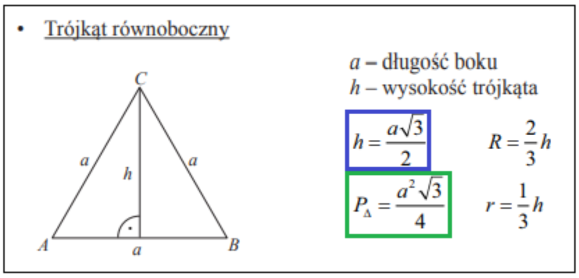
Rysujemy trójkąt równoboczny ABC (rys. 1).

Niech S będzie środkiem odcinka BC. Rysujemy odcinek o długości $|AS| = 3\sqrt{3}$, dany w zadaniu (rys. 2).



W trójkącie równobocznym, narysowany na rys. 2 odcinek jest wysokością trójkąta (rys. 3).

Kojarzymy trójkąt na rys. 3 z trójkątem umieszczonym w **karcie wzorów** (str. 9).



Z treści zadania wiadomo, że $\frac{a\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.

Należy obliczyć $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \qquad |\cdot 2$$

$$a\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

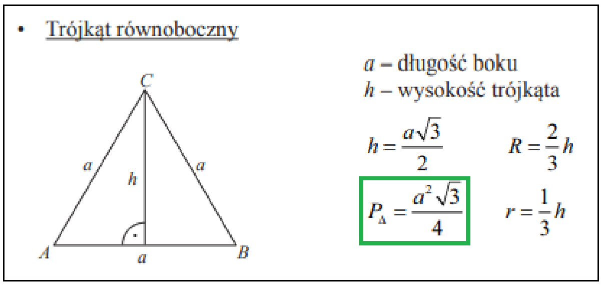
$$a = \mathbf{6}$$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\mathbf{6}^2\sqrt{3}}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{4} = \mathbf{9\sqrt{3}}.$$

Odp. **A**

18.6.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).



Z treści zadania wynika, że $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=5\sqrt{3}$.

Rozwiązujemy równanie:

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=5\sqrt{3} \qquad |\cdot 4$$

$$\mathbf{4}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\mathbf{4}\cdot 5\sqrt{3}$$

$$a^2\sqrt{3}=20\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$a^2=20 \qquad |\sqrt{\ }$$

$$a=\sqrt{20}=\sqrt{4\cdot 5}=\mathbf{2\sqrt{5}}$$

Odrzucamy odpowiedzi B i C.

Obliczamy obwód trójkąta:

$$y=3a=3\cdot 2\sqrt{5}=\mathbf{6\sqrt{5}}\text{, zatem } y=6\sqrt{5}\approx 6\cdot\underbrace{2{,}24}_{\sqrt{5}}=\mathbf{13{,}44}>12.$$

Obliczamy wysokość trójkąta:

$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\mathbf{2\sqrt{5}}\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{15}}{2}=\mathbf{\sqrt{15}}.$$

Zatem: $a=2\sqrt{5},\ y>12,\ h=\sqrt{15}$.

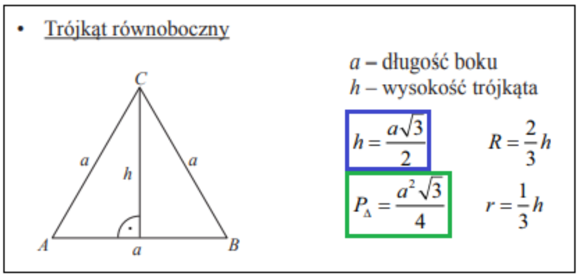
Odp. **D**

18.7.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).

Z treści zadania wynika, że $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$.

Należy wyliczyć $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.


- Trójkąt równoboczny

a – długość boku
h – wysokość trójkąta

$\boxed{h = \frac{a\sqrt{3}}{2}}$ $R = \frac{2}{3}h$

$\boxed{P_{\Delta} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}}$ $r = \frac{1}{3}h$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} \qquad |\cdot 4$$

$$\mathbf{4}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \mathbf{4}\cdot 4\sqrt{3}$$

$$a^2\sqrt{3} = 16\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$a^2 = 16 \qquad |\sqrt{\ }$$

$$a = \mathbf{4}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{4}\sqrt{3}}{2} = \mathbf{2\sqrt{3}}\ .$$

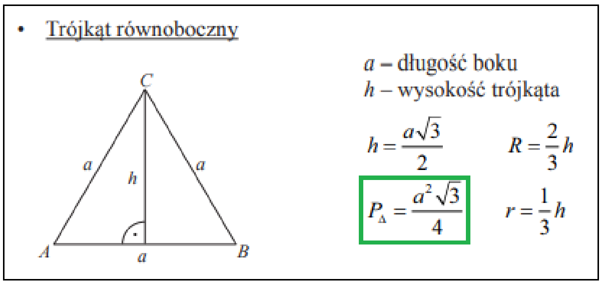
Odp. **B**

18.8.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).

Z treści zadania wynika, że $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3}$.

Należy wyliczyć wartość **3*a***.



$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3} \qquad |\cdot 4$$

$$\mathbf{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \mathbf{4} \cdot 6\sqrt{3}$$

$$a^2\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$a^2 = 24 \qquad |\sqrt{\ }$$

$$a = \sqrt{24} = \sqrt{4\cdot 6} = \mathbf{2\sqrt{6}}$$

$$Obw = 3a = 3\cdot 2\sqrt{6} = \mathbf{6\sqrt{6}}\ .$$

Odp. **C**

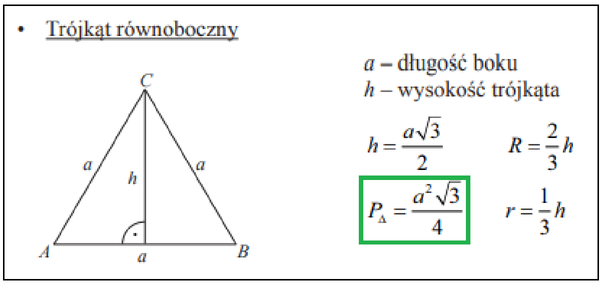
18.9.

Rozwiązanie I:

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).

Z treści zadania wynika, że $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{64}$.

Należy wyliczyć ***a***.



$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{64}$ → mnożymy „na krzyż”

$64 \cdot a^2\sqrt{3} = 4 \cdot \sqrt{3}$

$64\sqrt{3}\,a^2 = 4\sqrt{3} \qquad |: \sqrt{3}$

$64a^2 = 4 \qquad |: 64$

$a^2 = \frac{4}{64}$

$a^2 = \frac{1}{16} \qquad |\sqrt{\ }$

$a = \mathbf{\frac{1}{4}} = \mathbf{0{,}25}$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z przybliżenia $\sqrt{3} \approx 1{,}73$. Wówczas pole trójkąta $\frac{\sqrt{3}}{64} \approx \frac{1{,}73}{64} \approx \mathbf{0{,}027}$.

Do wzoru $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ podstawiamy proponowane w odpowiedziach wartości ***a***.

Wykorzystując $\sqrt{3} \approx 1{,}73$ patrzymy, w którym przypadku rezultat obliczeń będzie najbliższy liczbie **0,027**.

A. $P = \frac{\mathbf{0{,}25}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \approx \frac{0{,}0625 \cdot 1{,}73}{4} \approx \mathbf{0{,}027}$

B. $P = \frac{\mathbf{0{,}5}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \approx \frac{0{,}25 \cdot 1{,}73}{4} \approx \mathbf{0{,}108}$

C. $P = \frac{\mathbf{2}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \approx \frac{4 \cdot 1{,}73}{4} = \mathbf{1{,}73}$

D. $P = \frac{\mathbf{4}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \approx \frac{16 \cdot 1{,}73}{4} = \mathbf{6{,}92}$

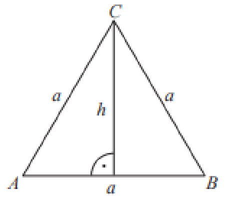
Z powyższych obliczeń wynika, że odp. **A** jest prawidłowa.

18.10.
Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).
Z treści zadania wiadomo, że

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}\ .$$

Należy obliczyć wartość wyrażenia $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

- Trójkąt równoboczny



a – długość boku
h – wysokość trójkąta

$\boxed{h = \frac{a\sqrt{3}}{2}}$ $\quad R = \frac{2}{3}h$

$\boxed{P_\Delta = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}}$ $\quad r = \frac{1}{3}h$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \qquad |\cdot 4$$

$$\mathbf{4}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \mathbf{4}\cdot\sqrt{3}$$

$$a^2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$a^2 = 4 \qquad |\sqrt{\ }$$

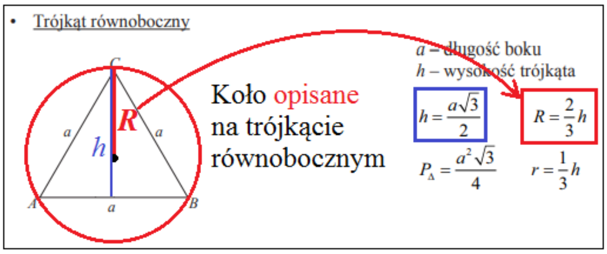
$$a = \mathbf{2}$$

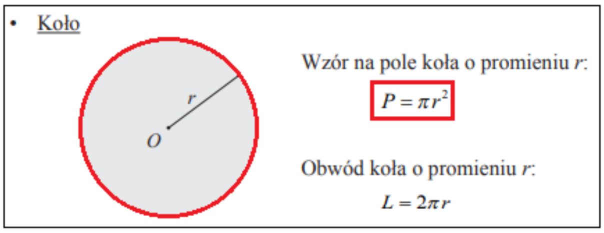
$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{2}\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\mathbf{3}}\ .$$

Odp. **A**

18.11.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9, a na koniec str. 10).





Należy obliczyć $\pi \cdot R^2$ (pole koła).

Z treści zadania wiadomo, że $3a=\frac{9\sqrt{2}}{2}$.

$$3a=\frac{9\sqrt{2}}{2} \qquad |\cdot \mathbf{2}$$

$$\mathbf{2}\cdot 3a=\mathbf{2}\cdot\frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$6a=9\sqrt{2} \qquad |:6$$

$$a=\frac{9\sqrt{2}}{6}=\frac{9}{6}\sqrt{2}=\mathbf{1{,}5\sqrt{2}}$$

$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\mathbf{1{,}5\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{1{,}5\sqrt{6}}{2}=\mathbf{0{,}75\sqrt{6}}$$

$$R=\frac{2}{3}h=\frac{2}{3}\cdot\mathbf{0{,}75\sqrt{6}}=\frac{2\cdot 0{,}75\sqrt{6}}{3}=\frac{1{,}5\sqrt{6}}{3}=\mathbf{0{,}5\sqrt{6}}.$$

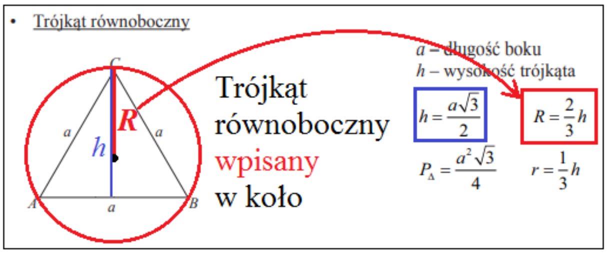
$$P=\pi\cdot R^2=\pi\cdot\left(\mathbf{0{,}5\sqrt{6}}\right)^2=\pi\cdot 0{,}25\cdot 6=\mathbf{1{,}5}\pi=\frac{3}{2}\pi=\frac{\mathbf{3\pi}}{\mathbf{2}}.$$

Odp. **A**

18.12.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).

Z treści zadania wiadomo, że $3a = 12$.



Należy obliczyć $d = 2R$ (średnicę koła).

$3a = 12 \quad |:3$

$a = \mathbf{4}$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{4}\sqrt{3}}{2} = \mathbf{2\sqrt{3}}$$

$$R = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3} \cdot \mathbf{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

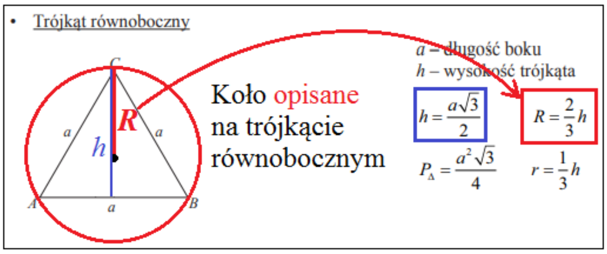
$$d = 2R = 2 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{\mathbf{8\sqrt{3}}}{\mathbf{3}}.$$

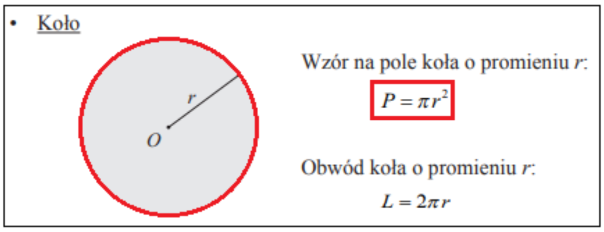
Odp. **C**

18.13.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9 i na końcu str. 10).

Z treści zadania wiadomo, że $\boldsymbol{a = 8}$.





Należy obliczyć $\pi \cdot R^2$ (pole koła).

$a = \mathbf{8}$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{8}\sqrt{3}}{2} = \mathbf{4\sqrt{3}}$$

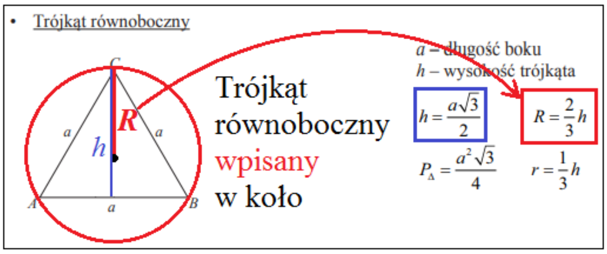
$$R = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3} \cdot \mathbf{4\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

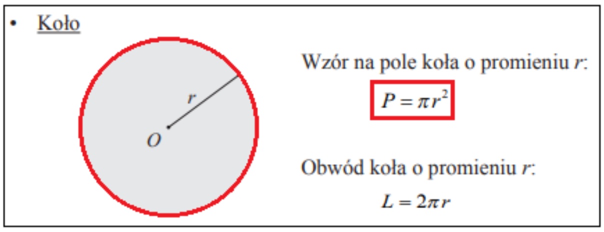
$$\pi \cdot R^2 = \pi \cdot \left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \pi \cdot \frac{64 \cdot 3}{9} = \frac{\mathbf{64}}{\mathbf{3}}\pi.$$

Odp. **C**

18.14.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9 i na końcu str. 10).





Z treści zadania wiadomo, że $3a=3\sqrt{3}$.

Należy obliczyć $\pi\cdot R^2$ (pole koła).

$3a=3\sqrt{3} \qquad |:3$

$a=\sqrt{\mathbf{3}}$

$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{\mathbf{3}}\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$$

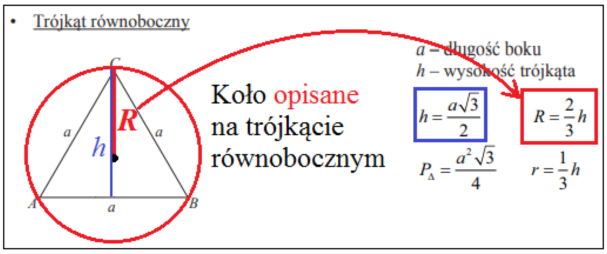
$$R=\frac{2}{3}h=\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}=\frac{6}{6}=\mathbf{1}.$$

$$P=\pi\cdot R^2=\pi\cdot 1^2=\pi.$$

Odp. **A**

18.15.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).
Z treści zadania wiadomo, że $a = 2\sqrt{6}$.



Należy obliczyć $2R$ (średnicę koła).

$a = 2\sqrt{6}$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{18}}{2} = \mathbf{\sqrt{18}}.$$

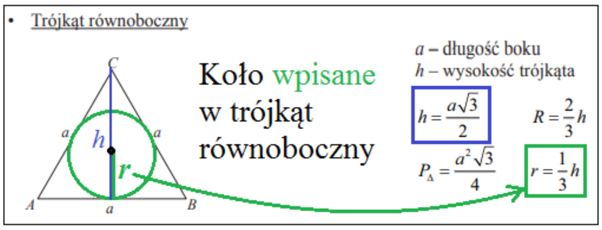
$$R = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3}\sqrt{18} = \frac{\mathbf{2\sqrt{18}}}{\mathbf{3}}.$$

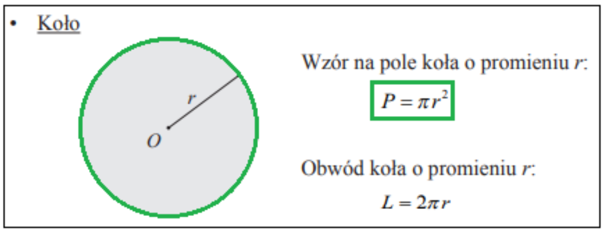
$$2R = 2 \cdot \frac{2\sqrt{18}}{3} = \frac{4\sqrt{18}}{3} = \frac{4 \cdot \sqrt{9 \cdot 2}}{3} = \frac{4 \cdot 3\sqrt{2}}{3} = \mathbf{4\sqrt{2}}.$$

Odp. **D**

18.16.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9 i na końcu str. 10).





Z treści zadania wiadomo, że $a = 4\sqrt{6}$.
Należy obliczyć $\pi \cdot r^2$ (pole koła).

$$a = 4\sqrt{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{4\sqrt{6}} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{18}}{2} = \mathbf{2\sqrt{18}}$$

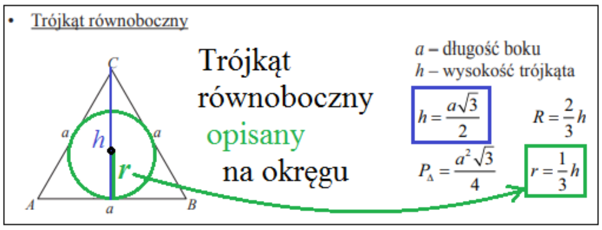
$$r = \frac{1}{3}h = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{18} = \frac{\mathbf{2\sqrt{18}}}{\mathbf{3}}$$

$$P = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{\mathbf{2\sqrt{18}}}{\mathbf{3}}\right)^2 = \pi \cdot \frac{4 \cdot 18}{9} = \mathbf{8}\pi .$$

Odp. **A**

18.17.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).



Z treści zadania wiadomo, że $a = \mathbf{6}$.
Należy obliczyć $2r$ (średnicę okręgu).

$$a = 6$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{6}\sqrt{3}}{2} = \mathbf{3\sqrt{3}}$$

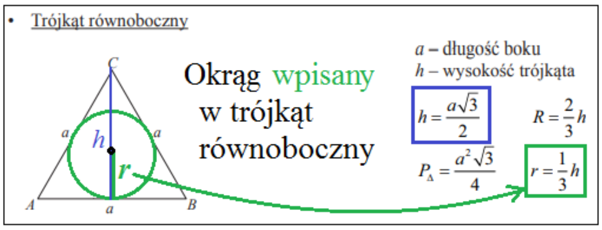
$$r = \frac{1}{3}h = \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{\mathbf{3}}$$

$$2r = \mathbf{2\sqrt{3}} \qquad \rightarrow \qquad d = \mathbf{2\sqrt{3}}$$

Odp. **C**

18.18.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).



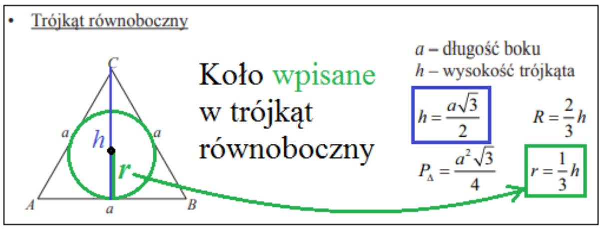
Z treści zadania wiadomo, że $a = \mathbf{2\sqrt{3}}$.
Należy obliczyć ***r*** (promień okręgu).

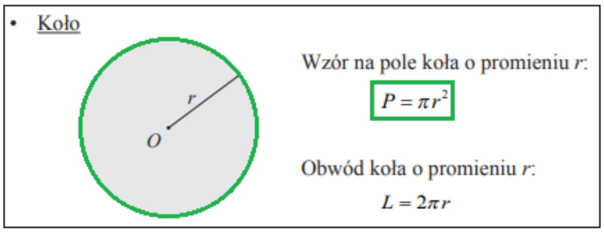
$$a = 2\sqrt{3}$$
$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{2\sqrt{3}}\cdot\sqrt{3}}{2} = \frac{2\cdot 3}{2} = \frac{6}{2} = \mathbf{3}$$
$$r = \frac{1}{3}h = \frac{1}{3}\cdot 3 = \mathbf{1}$$

Odp. **C**

18.19.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9 i na końcu str. 10).





Z treści zadania wiadomo, że $3a = 9\sqrt{3}$.
Należy obliczyć $\pi \cdot r^2$ (pole koła).

$3a = 9\sqrt{3} \qquad |:3$

$a = \mathbf{3\sqrt{3}}$

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{3\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} = \mathbf{\frac{9}{2}}$

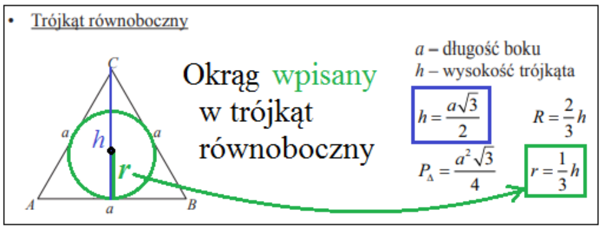
$r = \frac{1}{3}h = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2} = \frac{9}{6} = \mathbf{\frac{3}{2}}$

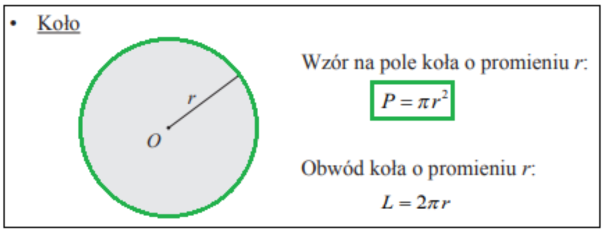
$P = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\mathbf{\frac{3}{2}}\right)^2 = \mathbf{\frac{9}{4}}\pi.$

Odp. **B**

18.20.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9 i na końcu str. 10).





Z treści zadania wiadomo, że $a = \sqrt{3}$.
Należy obliczyć $\pi \cdot r^2$ (pole koła).

$$a = \sqrt{3}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{\mathbf{3}} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$$

$$r = \frac{1}{3}h = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

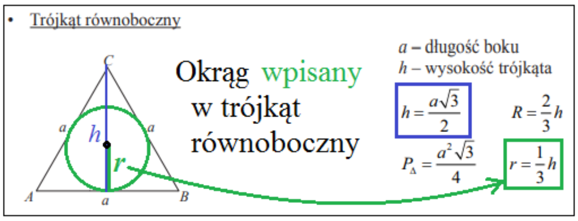
$$P = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^2 = \frac{1}{4}\pi = \frac{\pi}{\mathbf{4}}.$$

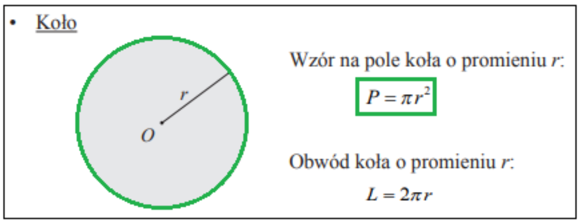
Odp. **A**

18.21.

Rozwiązanie I:

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9 i na końcu str. 10).





Z treści zadania wiadomo, że $3a = k$.
Należy obliczyć $\pi \cdot r^2$ (pole koła).

$$3a = k \qquad |:3$$

$$a = \frac{k}{3}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\left(\frac{k}{3}\right)\cdot\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{k\sqrt{3}}{3}}{2} = \frac{k\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{k\sqrt{3}}{6}$$

$$r = \frac{1}{3}\cdot\frac{k\sqrt{3}}{6} = \frac{k\sqrt{3}}{18}$$

$$P = \pi\cdot r^2 = \pi\cdot\left(\frac{k\sqrt{3}}{18}\right)^2 = \pi\cdot\frac{k^2\cdot 3}{324} = \pi\cdot\frac{k^2}{108} = \frac{k^2\cdot\pi}{108}.$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Przyjmujemy dowolnie wybraną przez nas **dodatnią** wartość ***k***, np. ***k* = 6**.
Stosujemy też przybliżenie $\pi \approx \mathbf{3{,}14}$.

Przybliżamy wartości wyrażeń proponowanych w odpowiedziach:

A. $\frac{k^2\cdot\pi}{27} \approx \frac{6^2\cdot 3{,}14}{27} = \frac{36\cdot 3{,}14}{27} \approx \mathbf{4{,}19}$ B. $\frac{3k^2\cdot\pi}{2} \approx \frac{3\cdot 6^2\cdot 3{,}14}{2} = \frac{3\cdot 36\cdot 3{,}14}{2} \approx \mathbf{169{,}56}$

C. $\frac{3k^2\cdot\pi}{4} \approx \frac{3\cdot 6^2\cdot 3{,}14}{4} = \frac{3\cdot 36\cdot 3{,}14}{4} = \mathbf{84{,}78}$ D. $\frac{k^2\cdot\pi}{108} \approx \frac{6^2\cdot 3{,}14}{108} = \frac{36\cdot 3{,}14}{108} \approx \mathbf{1{,}05}$

Obwód trójkąta wynosi **6**, więc $3a = 6$, stąd ***a* = 2**.

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{2}\cdot\sqrt{3}}{2} \approx \frac{2\cdot 1{,}73}{2} = \mathbf{1{,}73}$$

$$r = \frac{1}{3}h \approx 0{,}33\cdot 1{,}73 \approx \mathbf{0{,}57}$$

$$P = \pi\cdot r^2 \approx 3{,}14\cdot 0{,}57^2 \approx 3{,}14\cdot 0{,}32 = \mathbf{1{,}0048}.$$

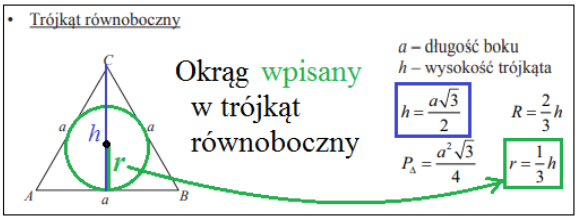
Spośród wszystkich odpowiedzi, wynik **1,0048** jest najbardziej zbliżony do rezultatu **1,05**, uzyskanego w odp. **D**.

Oznacza to, że odp. **D** jest poprawna.

18.22.

Rozwiązanie I:

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).



Należy obliczyć $\pi \cdot r^2$ (pole koła).

$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$r=\frac{1}{3}h=\frac{1}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\mathbf{a\sqrt{3}}}{\mathbf{6}}.$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Przyjmujemy, że ***a*** **= 6** (równie dobrze mogłaby być inna dodatnia liczba).

W obliczeniach stosujemy przybliżenie $\sqrt{3}\approx 1{,}73$.

$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}\approx\frac{\mathbf{6}\cdot 1{,}73}{2}=\mathbf{5{,}19}$$

$$r=\frac{1}{3}h\approx 0{,}33\cdot 5{,}19\approx\mathbf{1{,}71}.$$

Podstawiając konsekwentnie ***a*** **= 6** oraz stosując przybliżenie $\sqrt{3}\approx 1{,}73$ patrzymy, która z propozycji w odpowiedziach jest najbliżej rezultatu **1,71**.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}\approx\frac{\mathbf{6}\cdot 1{,}73}{6}=\mathbf{1{,}73}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}\approx\frac{\mathbf{6}\cdot 1{,}73}{3}=\mathbf{3{,}46}$

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}\approx\frac{2\cdot\mathbf{6}\cdot 1{,}73}{3}=\mathbf{6{,}92}$

D. $\frac{3a\sqrt{3}}{3}\approx\frac{3\cdot\mathbf{6}\cdot 1{,}73}{3}=\mathbf{10{,}38}$

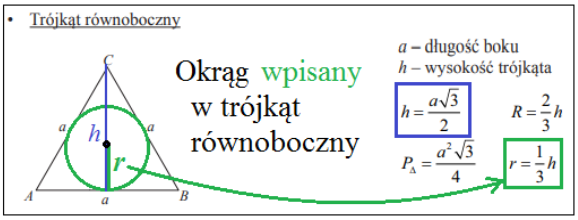
Wynik **1,73** z odpowiedzi **A** jest najbliższy rezultatowi **1,71**.

Oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

18.23.

Rozwiązanie I:

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).



Z treści zadania wiemy, że $\boldsymbol{3a = p}$.

Należy obliczyć $\boldsymbol{2r}$ (średnicę koła).

$$3a = p \qquad |:3$$

$$a = \frac{p}{3}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{p}{3}\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{p\sqrt{3}}{3}}{2} = \frac{p\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{p\sqrt{3}}{6}$$

$$r = \frac{1}{3}h = \frac{1}{3}\cdot\frac{p\sqrt{3}}{6} = \frac{p\sqrt{3}}{18}\text{, więc } 2r = 2\cdot\frac{p\sqrt{3}}{18} = \frac{2p\sqrt{3}}{18} = \boldsymbol{\frac{p\sqrt{3}}{9}}.$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Przyjmujemy, że $\boldsymbol{p = 10}$ (równie dobrze mogłaby być inna dodatnia liczba).

W obliczeniach stosujemy przybliżenie $\sqrt{3} \approx 1{,}73$.

$$3a = 10 \qquad |:3$$

$$a \approx \mathbf{3{,}33}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \approx \frac{\mathbf{3{,}33}\cdot 1{,}73}{2} \approx \mathbf{2{,}88}$$

$$r = \frac{1}{3}h \approx 0{,}33\cdot 2{,}88 \approx \mathbf{0{,}95}\text{, więc średnica } 2r = 2\cdot 0{,}95 = \mathbf{1{,}9}.$$

Podstawiając konsekwentnie $\boldsymbol{p = 10}$ oraz stosując przybliżenie $\sqrt{3} \approx 1{,}73$ patrzymy, która z propozycji w odpowiedziach jest najbliżej rezultatu **1,9**.

A. $\frac{2p\sqrt{3}}{27} \approx \frac{2\cdot 10\cdot 1{,}73}{27} \approx \mathbf{1{,}28}$

B. $\frac{2p\sqrt{3}}{9} \approx \frac{2\cdot 10\cdot 1{,}73}{9} \approx \mathbf{3{,}84}$

C. $\frac{p\sqrt{3}}{9} \approx \frac{10\cdot 1{,}73}{9} \approx \mathbf{1{,}92}$

D. $\frac{p\sqrt{3}}{18} \approx \frac{10\cdot 1{,}73}{18} \approx \mathbf{0{,}96}$

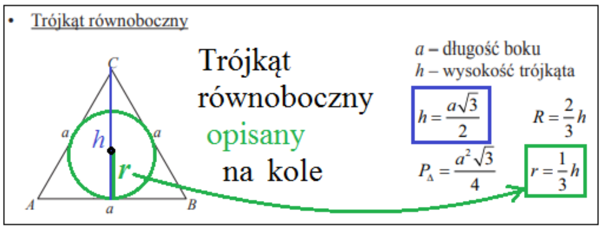
Wynik **1,92** z odpowiedzi **C** jest najbliższy rezultatowi **1,9**.

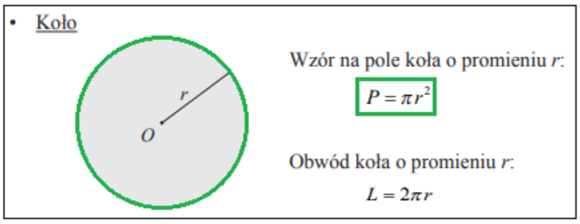
Oznacza to, że odp. **C** jest poprawna.

18.24.

Rozwiązanie I:

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).





Należy obliczyć $\pi \cdot r^2$ (pole koła).

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$r = \frac{1}{3}h = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$, więc

$$P = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 =$$

$$= \pi \cdot \frac{a^2 \cdot 3}{36} = \pi \cdot \frac{a^2}{12}$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Przyjmujemy, że ***a* = 8** (równie dobrze mogłaby być inna dodatnia liczba).

W obliczeniach stosujemy przybliżenia $\sqrt{3} \approx 1{,}73$ oraz $\pi \approx 3{,}14$.

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \approx \frac{\mathbf{8} \cdot 1{,}73}{2} = \mathbf{6{,}92}$$

$$r = \frac{1}{3}h \approx 0{,}33 \cdot 6{,}92 \approx \mathbf{2{,}28}$$

$$P = \pi \cdot r^2 \approx 3{,}14 \cdot 2{,}28^2 \approx 3{,}14 \cdot 5{,}2 \approx \mathbf{16{,}33}.$$

Podstawiając konsekwentnie ***a* = 8** oraz stosując przybliżenia $\sqrt{3} \approx 1{,}73$ oraz $\pi \approx 3{,}14$ patrzymy, która z propozycji w odpowiedziach jest najbliżej rezultatu **16,33**.

A. $\pi \cdot \frac{a^2}{12} \approx 3{,}14 \cdot \frac{8^2}{12} = 3{,}14 \cdot \frac{64}{12} \approx \mathbf{16{,}75}$

B. $\pi \cdot \frac{a^2}{2} \approx 3{,}14 \cdot \frac{8^2}{2} = 3{,}14 \cdot \frac{64}{2} = \mathbf{100{,}48}$

C. $\pi \cdot \frac{a^2}{3} \approx 3{,}14 \cdot \frac{8^2}{3} = 3{,}14 \cdot \frac{64}{3} = \mathbf{66{,}99}$

D. $\pi \cdot \frac{a^2}{\sqrt{3}} \approx 3{,}14 \cdot \frac{8^2}{1{,}73} = 3{,}14 \cdot \frac{64}{1{,}73} = \mathbf{116{,}16}$

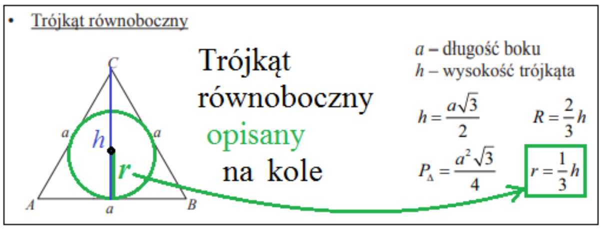
Wynik **16,75** z odpowiedzi **A** jest najbliższy rezultatowi **16,33**.

Oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

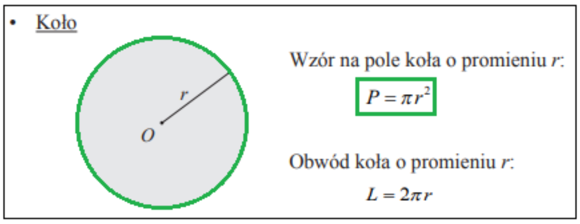
18.25.

Rozwiązanie I:

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).



Należy obliczyć $\pi \cdot r^2$ (pole koła) w zależności od h.



$r=\frac{1}{3}h$, zatem

$$P=\pi \cdot r^2=\pi \cdot \left(\frac{1}{3}h\right)^2=\pi \cdot \frac{1}{9}h^2=$$

$$=\frac{\pi \cdot h^2}{9}$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Przyjmujemy, że $\boldsymbol{h=8}$ (równie dobrze mogłaby być inna dodatnia liczba).

W obliczeniach stosujemy przybliżenia $\sqrt{3}\approx 1{,}73$ oraz $\pi \approx 3{,}14$.

$$r=\frac{1}{3}h\approx 0{,}33\cdot 8=\mathbf{2{,}64}$$

$$P=\pi \cdot r^2\approx 3{,}14\cdot 2{,}64^2\approx 3{,}14\cdot 6{,}97\approx \mathbf{21{,}89}.$$

Podstawiając konsekwentnie $\boldsymbol{h=8}$ oraz stosując przybliżenie $\pi \approx 3{,}14$ patrzymy, która z propozycji w odpowiedziach jest najbliżej rezultatu **21,89**.

A. $\frac{\pi \cdot h^2}{9}\approx \frac{3{,}14\cdot 8^2}{9}=\frac{3{,}14\cdot 64}{9}\approx \mathbf{22{,}33}$

B. $\frac{\pi \cdot h^2}{3}\approx \frac{3{,}14\cdot 8^2}{3}=\frac{3{,}14\cdot 64}{3}\approx \mathbf{66{,}99}$

C. $\frac{4\pi \cdot h^2}{9}\approx \frac{4\cdot 3{,}14\cdot 8^2}{9}=\frac{12{,}56\cdot 64}{9}\approx \mathbf{89{,}32}$

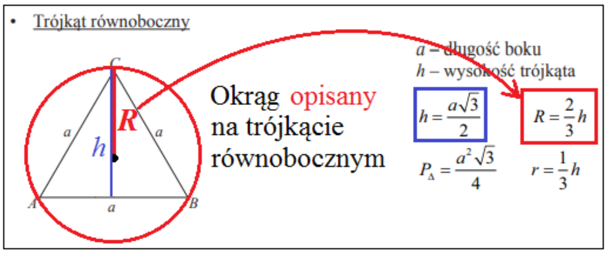
D. $\frac{4\pi \cdot h^2}{3}\approx \frac{4\cdot 3{,}14\cdot 8^2}{3}=\frac{12{,}56\cdot 64}{3}\approx \mathbf{267{,}95}$

Wynik **22,33** z odpowiedzi **A** jest najbliższy rezultatowi **21,89**.

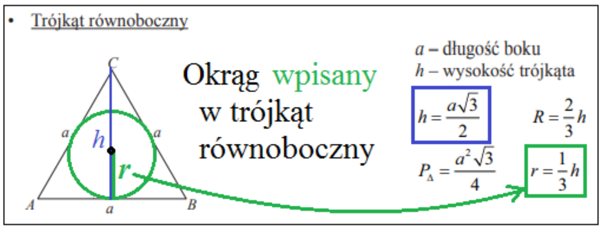
Oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

18.26.

$2R$ – średnica okręgu opisanego na trójkącie równobocznym



r – promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny



Z treści zadania wiemy, że $2R + r = 15\sqrt{3}$.

Należy wyliczyć **obwód** trójkąta, czyli $3a$.

Korzystamy ze wzorów $R = \frac{2}{3}h$ oraz $r = \frac{1}{3}h$ (**karta wzorów**, str. 9).

$$2R + r = 15\sqrt{3}$$

$$2\cdot\underbrace{\frac{2}{3}h}_{R} + \underbrace{\frac{1}{3}h}_{r} = 15\sqrt{3}$$

$$\frac{4}{3}h + \frac{1}{3}h = 15\sqrt{3}$$

$$\frac{5}{3}h = 15\sqrt{3} \qquad |\cdot \mathbf{3}$$

$$\mathbf{3}\cdot\frac{5}{3}h = \mathbf{3}\cdot 15\sqrt{3}$$

$$5h = 45\sqrt{3} \qquad |:5$$

$$h = \mathbf{9\sqrt{3}}$$

$$\underbrace{\frac{a\sqrt{3}}{2}}_{h} = \mathbf{9\sqrt{3}} \qquad |\cdot \mathbf{2}$$

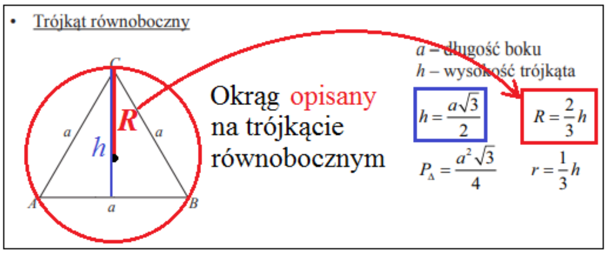
$$\mathbf{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \mathbf{2}\cdot 9\sqrt{3}$$

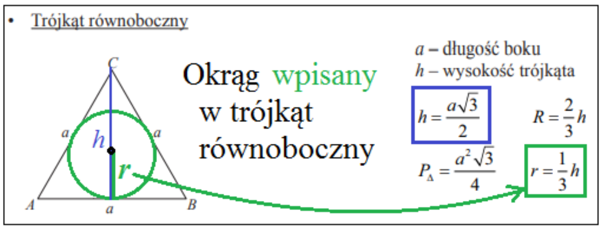
$$a\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$a = 18$, więc obwód $3a = 3\cdot 18 = \mathbf{54}$.

Odp. **C**

18.27.
Rozwiązanie I:
2*R* – średnica okręgu opisanego na trójkącie równobocznym
r – promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny
Z treści zadania wiemy, że **2*R*** – ***r*** = **6**.
Należy wyliczyć **bok** trójkąta, czyli ***a***.





Korzystamy ze wzorów $R=\frac{2}{3}h$ oraz $r=\frac{1}{3}h$ (**karta wzorów**, str. 9).

$2R-r=6$

$2\cdot\frac{2}{3}h-\frac{1}{3}h=6$

$\frac{4}{3}h-\frac{1}{3}h=6 \quad\rightarrow\quad \frac{3}{3}h=6 \quad\rightarrow\quad h=6$

Korzystamy ze wzoru $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, zatem:

$\frac{a\sqrt{3}}{2}=6 \qquad |\cdot 2$

$\mathbf{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\mathbf{2}\cdot 6$

$a\sqrt{3}=12 \qquad |:\sqrt{3}$

$a=\frac{12}{\sqrt{3}}=\frac{12}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{12\sqrt{3}}{3}=\mathbf{4\sqrt{3}}$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:
Dla każdej z proponowanych wartości ***a*** liczymy ***R*** oraz ***r***, później sprawdzamy czy zachodzi równość **2*R*** – ***r*** = **6**.

A. $a=3 \quad\rightarrow\quad h=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}\approx\frac{3\cdot 1{,}73}{2}\approx\mathbf{2{,}6} \quad\rightarrow\quad R=\frac{2}{3}h\approx 0{,}67\cdot 2{,}6\approx\mathbf{1{,}74}$ oraz

$r=\frac{1}{3}h\approx 0{,}33\cdot 2{,}6\approx\mathbf{0{,}86}$, wówczas $\mathbf{2R}-\mathbf{r}=2\cdot 1{,}74-0{,}86=\mathbf{2{,}62}$

B. $a=3\sqrt{3} \quad\rightarrow\quad h=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2}\approx\frac{3\cdot 1{,}73\cdot 1{,}73}{2}\approx\mathbf{4{,}49} \quad\rightarrow\quad R=\frac{2}{3}h\approx 0{,}67\cdot 4{,}49\approx\mathbf{3}$

oraz $r=\frac{1}{3}h\approx 0{,}33\cdot 4{,}49\approx\mathbf{1{,}48}$, wówczas $\mathbf{2R}-\mathbf{r}=2\cdot 3-1{,}48=\mathbf{4{,}52}$

C. $a=4\sqrt{3} \quad\rightarrow\quad h=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{4\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2}\approx\frac{4\cdot 1{,}73\cdot 1{,}73}{2}\approx\mathbf{5{,}99} \quad\rightarrow\quad R=\frac{2}{3}h\approx 0{,}67\cdot 5{,}99\approx\mathbf{4{,}01}$

$r=\frac{1}{3}h\approx 0{,}33\cdot 5{,}99\approx\mathbf{1{,}98}$, wtedy $\mathbf{2R}-\mathbf{r}=2\cdot 4{,}01-1{,}98=\mathbf{6{,}04}\approx\mathbf{6}$, odp. **C** jest właściwa.

18.28.

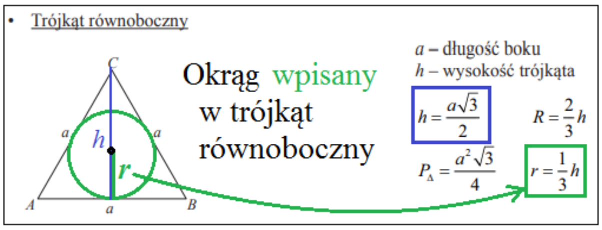
2*r* – średnica okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny

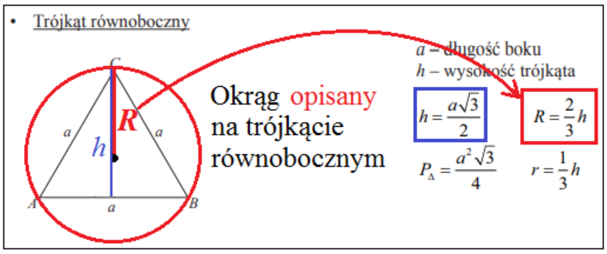
R – promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym

Z treści zadania wiemy, że $\mathbf{2r} + \mathbf{R} = 6\sqrt{3}$.

Należy wyliczyć **bok** trójkąta, czyli ***a***.

Korzystamy ze wzorów $R = \frac{2}{3}h$ oraz $r = \frac{1}{3}h$ (**karta wzorów**, str. 9).





$$2r + R = 6\sqrt{3}$$

$$2 \cdot \frac{1}{3}h + \frac{2}{3}h = 6\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{3}h + \frac{2}{3}h = 6\sqrt{3}$$

$$\frac{4}{3}h = 6\sqrt{3} \qquad | \cdot 3$$

$$\mathbf{3} \cdot \frac{4}{3}h = \mathbf{3} \cdot 6\sqrt{3}$$

$$4h = 18\sqrt{3} \qquad |:4$$

$$h = \frac{18\sqrt{3}}{4} = \mathbf{\frac{9\sqrt{3}}{2}}$$

Korzystamy ze wzoru $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, zatem:

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2} \qquad | \cdot 2$$

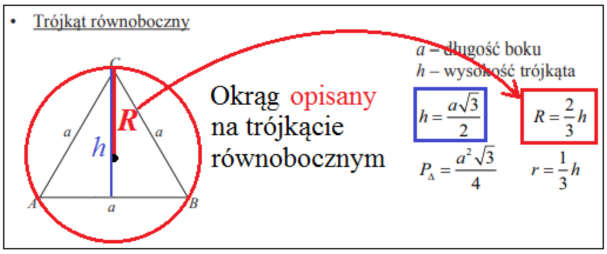
$$\mathbf{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \mathbf{2} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

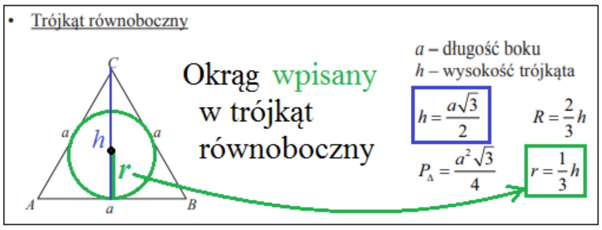
$$a\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$a = \mathbf{9}$$

Odp. **A**

18.29.





R – promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym
r – promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny
Z treści zadania wiemy, że $\boldsymbol{R-r=1}$.
Należy wyliczyć **obwód** trójkąta, czyli $\boldsymbol{3a}$.

Korzystamy ze wzorów $R=\frac{2}{3}h$ oraz $r=\frac{1}{3}h$ (**karta wzorów**, str. 9).

$$R-r=1$$

$$\frac{2}{3}h-\frac{1}{3}h=1$$

$$\frac{1}{3}h=1 \qquad |\cdot 3$$

$$h=\mathbf{3}$$

Korzystamy ze wzoru $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, zatem:

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}=3 \qquad |\cdot 2$$

$$\mathbf{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\mathbf{2}\cdot 3$$

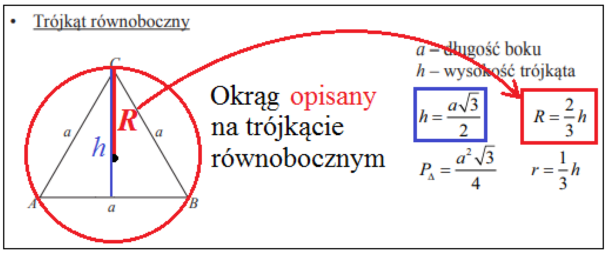
$$a\sqrt{3}=6 \qquad |\cdot\sqrt{3}$$

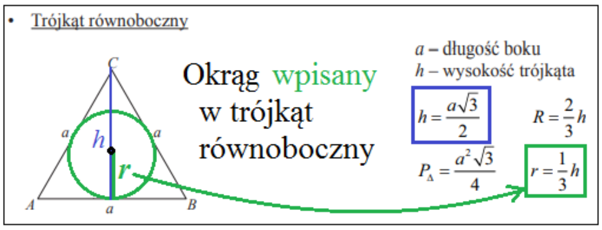
$$a\sqrt{3}\cdot\sqrt{\mathbf{3}}=6\cdot\sqrt{\mathbf{3}}$$

$$3a=\mathbf{6\sqrt{3}}$$

Odp. **B**

18.30.





$2R$ – średnica okręgu opisanego na trójkącie równobocznym
$2r$ – średnica okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny
Z treści zadania wiemy, że **$2R + 2r = 12$**.
Należy wyliczyć **bok** trójkąta, czyli ***a***.

Korzystamy ze wzorów $R=\frac{2}{3}h$ oraz $r=\frac{1}{3}h$ (**karta wzorów**, str. 9).

$$2R+2r=12$$

$$2\cdot\frac{2}{3}h+2\cdot\frac{1}{3}h=12$$

$$\frac{4}{3}h+\frac{2}{3}h=12$$

$$\frac{6}{3}h=12$$

$$2h=12 \qquad |:2$$

$$h=\mathbf{6}$$

Korzystamy ze wzoru $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, zatem:

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}=6 \qquad |\cdot 2$$

$$\mathbf{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\mathbf{2}\cdot 6$$

$$a\sqrt{3}=12 \qquad |:\sqrt{3}$$

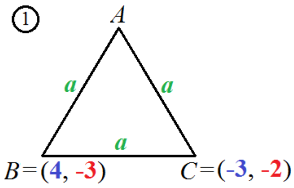
$$a=\frac{12}{\sqrt{3}}\approx\frac{12}{1{,}73}\approx\mathbf{6{,}936}$$

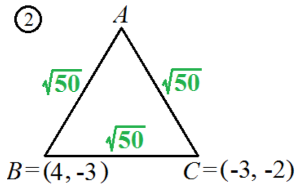
Spełniony jest warunek $5\le a<7$, bo liczba **6,936** zawiera się pomiędzy **5** a **7**.

Odp. **B**

18.31.

Rysujemy trójkąt równoboczny i zaznaczamy dane współrzędne (rys. 1). Obliczamy długość $|BC|$, która jest jednocześnie długością ***a*** boku trójkąta równobocznego.





Długość odcinka o końcach w punktach $B = (4, -3)$, $C = (-3, -2)$ liczymy tak:

a) pod pierwiastkiem mamy **sumę kwadratów** dwóch wyrażeń $\quad |BC| = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2}$

b) do nawiasu odpowiadającego za pierwsze wyrażenie, wpisujemy współrzędne x obu punktów: **jedną normalnie**, a **drugą z przeciwnym znakiem**, $\quad |BC| = \sqrt{(4+3)^2 + (\quad)^2}$

c) do nawiasu odpowiadającego za drugie wyrażenie, wpisujemy współrzędne y obu punktów: **jedną normalnie**, a **drugą z przeciwnym znakiem**. $\quad |BC| = \sqrt{(4+3)^2 + (-3+2)^2}$

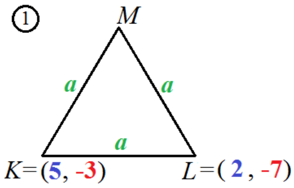
Obliczamy wartość wyrażenia: $|BC| = \sqrt{(4+3)^2 + (-3+2)^2} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1} = \mathbf{\sqrt{50}}$.

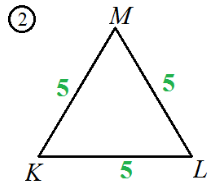
Zatem $\boldsymbol{a} = \mathbf{\sqrt{50}}$. Ponieważ w zadaniu mamy obliczyć **pole** trójkąta **równobocznego**, to korzystamy ze wzoru $P_\Delta = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Zatem $P_\Delta = \dfrac{(\sqrt{50})^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{50\sqrt{3}}{4} = \mathbf{\dfrac{25\sqrt{3}}{2}}$.

Odp. **B**

18.32.

Rysujemy trójkąt równoboczny i zaznaczamy dane współrzędne (rys. 1). Obliczamy długość $|KL|$, która jest jednocześnie długością ***a*** boku trójkąta równobocznego.





Długość odcinka o końcach w punktach $K = (5, -3)$, $L = (2, -7)$ liczymy tak:

a) pod pierwiastkiem mamy **sumę kwadratów** dwóch wyrażeń
$$|KL| = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2}$$

b) do nawiasu odpowiadającego za pierwsze wyrażenie, wpisujemy współrzędne x obu punktów: **jedną normalnie**, a **drugą z przeciwnym znakiem**,
$$|KL| = \sqrt{(5-2)^2 + (\quad)^2}$$

c) do nawiasu odpowiadającego za drugie wyrażenie, wpisujemy współrzędne y obu punktów: **jedną normalnie**, a **drugą z przeciwnym znakiem**.
$$|KL| = \sqrt{(5-2)^2 + (-3+7)^2}$$

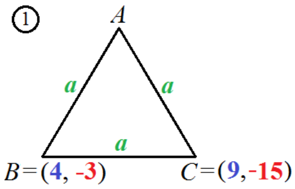
Obliczamy wartość wyrażenia: $|KL| = \sqrt{(5-2)^2 + (-3+7)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$.

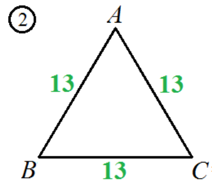
Zatem ***a* = 5**, więc **obwód** trójkąta wynosi $3 \cdot 5 = \mathbf{15}$.

Odp. **A**

18.33.

Rysujemy trójkąt równoboczny i zaznaczamy dane współrzędne (rys. 1). Obliczamy długość $|BC|$, która jest jednocześnie długością ***a*** boku trójkąta równobocznego.





Długość odcinka o końcach w punktach $B = (\mathbf{4}, \mathbf{-3})$, $C = (\mathbf{9}, \mathbf{-15})$ liczymy tak:

a) pod pierwiastkiem mamy **sumę kwadratów** dwóch wyrażeń

$$|BC| = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2}$$

b) do nawiasu odpowiadającego za pierwsze wyrażenie, wpisujemy współrzędne x obu punktów: **jedną normalnie**, a **drugą z przeciwnym znakiem**,

$$|BC| = \sqrt{(\mathbf{4-9})^2 + (\quad)^2}$$

c) do nawiasu odpowiadającego za drugie wyrażenie, wpisujemy współrzędne y obu punktów: **jedną normalnie**, a **drugą z przeciwnym znakiem**.

$$|BC| = \sqrt{(\mathbf{4-9})^2 + (\mathbf{-3+15})^2}$$

Obliczamy wartość wyrażenia:

$|BC| = \sqrt{(4-9)^2 + (-3+15)^2} = \sqrt{(-5)^2 + 12^2} = \sqrt{25+144} = \sqrt{169} = \mathbf{13}$. Zatem $\boldsymbol{a = 13}$.

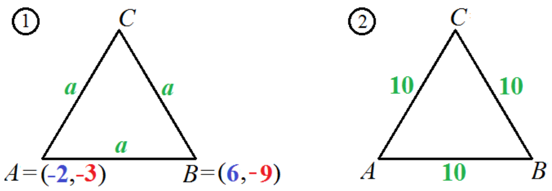
Ponieważ w zadaniu mamy obliczyć **pole** trójkąta **równobocznego**, to korzystamy ze wzoru

$P_\Delta = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Zatem $P_\Delta = \dfrac{\mathbf{13}^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\mathbf{169}\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{4}}$.

Odp. **C**

18.34.

Rysujemy trójkąt równoboczny i zaznaczamy dane współrzędne (rys. 1). Obliczamy długość $|AB|$, która jest jednocześnie długością $\boldsymbol{a}$ boku trójkąta równobocznego.



Długość odcinka o końcach w punktach $A = (-2, -3)$, $B = (6, -9)$ liczymy tak:

a) pod pierwiastkiem mamy **sumę kwadratów** dwóch wyrażeń

$$|AB| = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2}$$

b) do nawiasu odpowiadającego za pierwsze wyrażenie, wpisujemy współrzędne x obu punktów: **jedną normalnie**, a **drugą z przeciwnym znakiem**,

$$|AB| = \sqrt{(-2-6)^2 + (\quad)^2}$$

c) do nawiasu odpowiadającego za drugie wyrażenie, wpisujemy współrzędne y obu punktów: **jedną normalnie**, a **drugą z przeciwnym znakiem**.

$$|AB| = \sqrt{(-2-6)^2 + (-3+9)^2}$$

Obliczamy wartość wyrażenia:

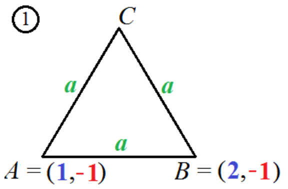
$|AB| = \sqrt{(-2-6)^2 + (-3+9)^2} = \sqrt{(-8)^2 + 6^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = \mathbf{10}$. Zatem $\boldsymbol{a} = \mathbf{10}$.

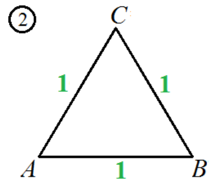
Ponieważ w zadaniu mamy obliczyć **wysokość** trójkąta **równobocznego**, to korzystamy ze wzoru $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Zatem $h = \dfrac{\mathbf{10}\sqrt{3}}{2} = \mathbf{5}\sqrt{\mathbf{3}}$.

Odp. **C**

18.35.

Rysujemy trójkąt równoboczny i zaznaczamy dane współrzędne (rys. 1). Obliczamy długość $|AB|$, która jest jednocześnie długością $\boldsymbol{a}$ boku trójkąta równobocznego.





Długość odcinka o końcach w punktach $A = (1, -1)$, $B = (2, -1)$ liczymy tak:

d) pod pierwiastkiem mamy **sumę kwadratów** dwóch wyrażeń

$$|AB| = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2}$$

e) do nawiasu odpowiadającego za pierwsze wyrażenie, wpisujemy współrzędne x obu punktów: **jedną normalnie**, a **drugą z przeciwnym znakiem**,

$$|AB| = \sqrt{(1-2)^2 + (\quad)^2}$$

f) do nawiasu odpowiadającego za drugie wyrażenie, wpisujemy współrzędne y obu punktów: **jedną normalnie**, a **drugą z przeciwnym znakiem**.

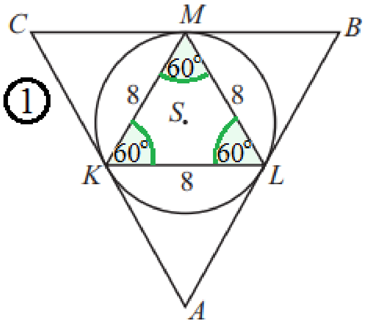
$$|AB| = \sqrt{(1-2)^2 + (-1+1)^2}$$

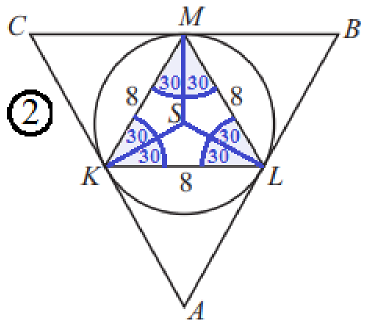
Obliczamy wartość wyrażenia: $|AB| = \sqrt{(1-2)^2 + (-1+1)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 0^2} = \sqrt{1+0} = \sqrt{1} = \mathbf{1}$.

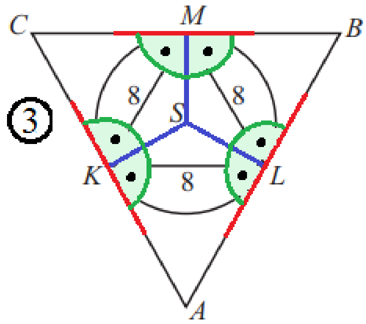
Zatem $\boldsymbol{a} = \mathbf{1}$. Obwód trójkąta wynosi $3 \cdot 1 = \mathbf{3}$.

Odp. **D**

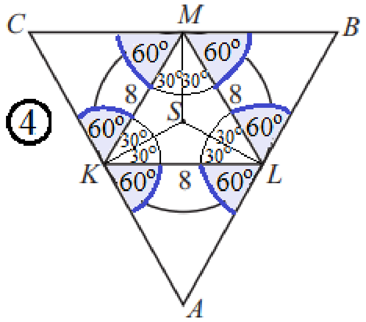
18.36.
Kąty trójkąta równobocznego *KLM* mają po **60°** (rys. 1).
Odcinki: *KS*, *MS*, *LS*, jako promienie okręgu opisanego na trójkącie *KLM*, dzielą kąty 60° na połowy (rys. 2).

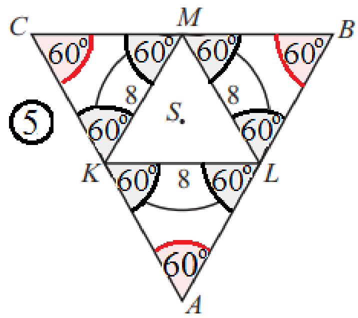


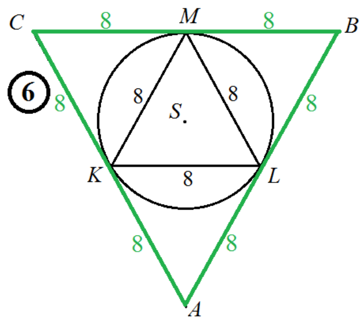




Wykorzystując **kąt prosty** znajdujący się między styczną a promieniem okręgu (rys. 3) wnioskujemy, że trójkąty *ALK*, *LBM*, *CKM* są równoboczne (rys. 4, 5 i 6).



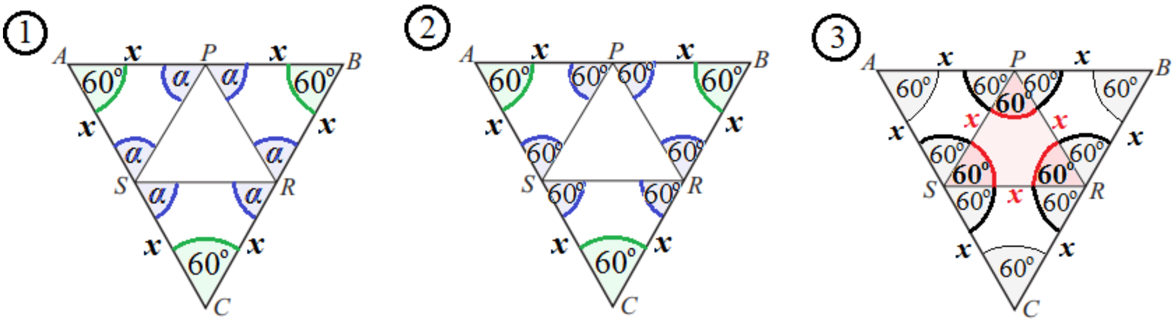




Trójkąt *ABC* jest równoboczny i ma bok długości **16**.
Obliczamy obwód trójkąta *ABC*: 16 + 16 + 16 = **48**.

Odp. **D**

18.37.
Kąty trójkąta równobocznego *ABC* mają miary po **60°**, a trójkąty *APS*, *PBR* i *CRS* są równoramienne (rys. 1). Z sumy miar kątów w tych trójkątach wynika równanie $60° + 2\alpha = 180°$, stąd $\alpha = 60°$ (rys. 2).



Z własności kątów przyległych wynika, że trójkąt *PRS* jest równoboczny (rys. 3).

Obliczamy długość boku $\boldsymbol{x}$ trójkąta *PRS*:

$$\frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \qquad |\cdot \mathbf{4}$$

$$\mathbf{4}\cdot\frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \mathbf{4}\cdot\sqrt{3}$$

$$x^2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

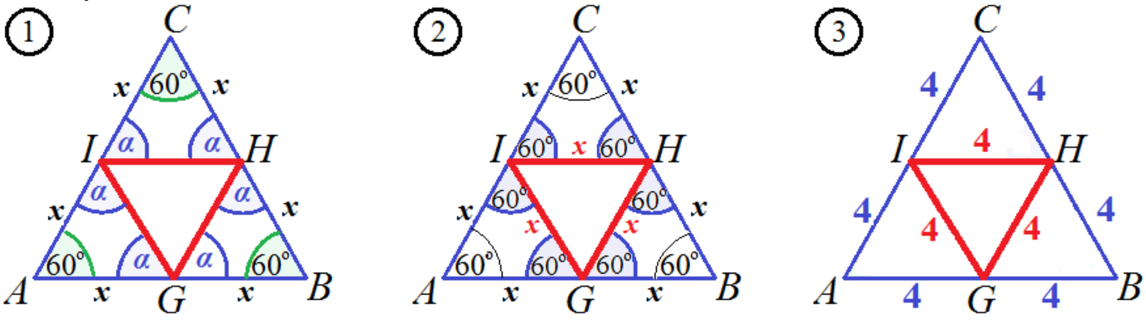
$$x^2 = 4$$

$$x = \mathbf{2}$$

Bok trójkąta *ABC* ma długość $\mathbf{2x}$. Zatem $2x = 2\cdot 2 = \mathbf{4}$.

Odp. **C**

18.38.
Kąty trójkąta równobocznego ***ABC*** mają miary po **60°**, a trójkąty *AIG*, *BGH* i *IHC* są równoramienne (rys. 1). Z sumy miar kątów w każdym z tych trzech trójkątów wynika równanie $60° + 2\alpha = 180°$, stąd $\boldsymbol{\alpha = 60°}$ (rys. 2). Tym samym, trójkąty *AIG*, *BGH*, *IHC* oraz *GHI* są **równoboczne**.



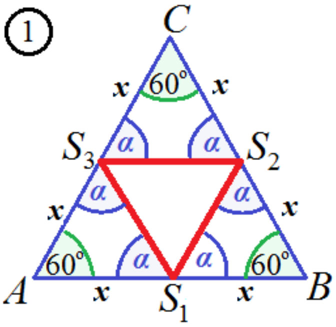
Z warunku na obwód Δ równobocznego *GHI* wynika równanie $3x = 12$, stąd $\boldsymbol{x = 4}$ (rys. 3).
Bok trójkąta *ABC* ma długość $\boldsymbol{a = 8}$ (rys. 3).

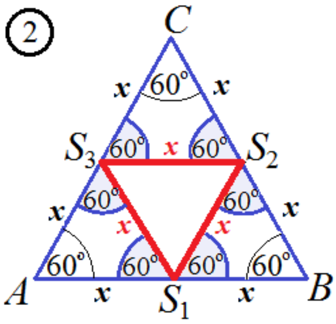
Obliczamy pole ΔABC: $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{8^2\sqrt{3}}{4} = \frac{64\sqrt{3}}{4} = \mathbf{16\sqrt{3}}$.

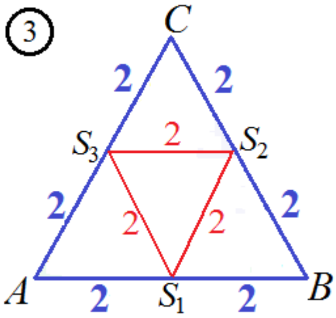
Odp. **C**

18.39.

Kąty trójkąta równobocznego ABC mają miary po **60º**, a trójkąty AS_1S_3, S_1BS_2 i S_3S_2C są równoramienne (rys. 1). Z sumy miar kątów w każdym z tych trzech trójkątów wynika równanie $60° + 2\alpha = 180°$, stąd $\boldsymbol{\alpha = 60º}$ (rys. 2). Tym samym, trójkąty AS_1S_3, S_1BS_2, S_3S_2C oraz $S_1S_2S_3$ są **równoboczne**.







Z warunku na pole Δ równobocznego $S_1S_2S_3$ wynika równanie $\frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$, które rozwiązujemy:

$$\frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \qquad |\cdot \mathbf{4}$$

$$\mathbf{4}\cdot\frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \mathbf{4}\cdot\sqrt{3}$$

$$x^2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

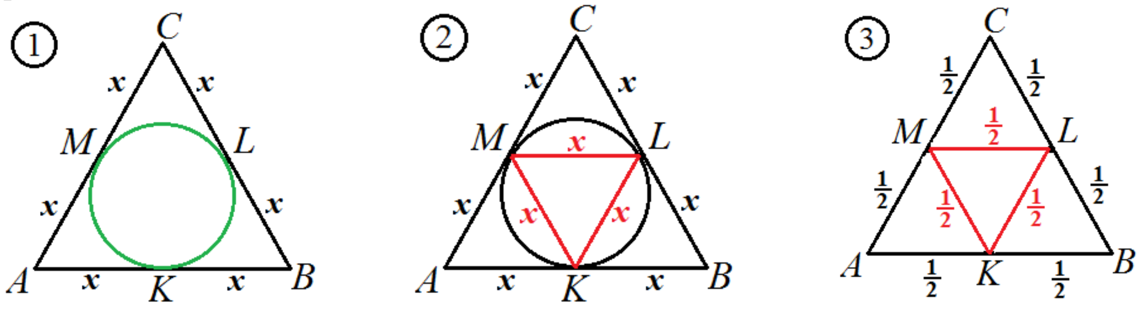
$$x^2 = 4$$

stąd $\boldsymbol{x = 2}$. Bok trójkąta ABC ma długość $\boldsymbol{a = 4}$ (rys. 3), więc $Obw_{\mathrm{ABC}} = 3\cdot 4 = \mathbf{12}$.

Odp. **C**

18.40.

Wykonujemy rysunek (rys. 1). Trójkąt *KLM* jest równoboczny (rys. 2) – dowód tego faktu przedstawiono w rozwiązaniu zadania **18.36**.



Z warunku na pole trójkąta równobocznego *KLM* wynika równanie $\frac{x^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{16}$.

Rozwiązanie zaczynamy od pomnożenia „na krzyż”:

$$\frac{x^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{16}$$

$$16\cdot x^2\sqrt{3}=4\cdot\sqrt{3}$$

$$16x^2\sqrt{3}=4\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$16x^2=4 \qquad |:16$$

$$x^2=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$$

Zatem $x=\mathbf{\frac{1}{2}}$ (rys. 3). Wyliczamy ***a***, czyli **bok trójkąta *ABC***:

$$a=2x=2\cdot\frac{1}{2}=\mathbf{1}.$$

Odp. **B**