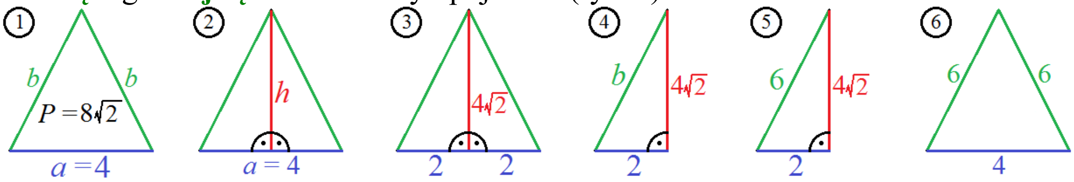
**19.1.**

Oznaczamy **podstawę trójkąta** jako **4** oraz pole $8\sqrt{2}$.

**Ramię** tego **trójkąta** oznaczamy np. jako ***b*** (rys. 1).




Rysujemy **wysokość *h*** (rys. 2). Obliczamy jej długość, podstawiając do wzoru $\frac{a \cdot h}{2} = P_\Delta$

dane $a = 4,\ P_\Delta = 8\sqrt{2}$. Otrzymujemy:

$$\frac{4 \cdot h}{2} = 8\sqrt{2}$$

$$2h = 8\sqrt{2} \qquad |:2.$$

$$h = \mathbf{4\sqrt{2}}$$

W trójkącie **równoramiennym** wysokość dzieli podstawę ***a* = 4** na połowy (rys. 3).

Rozważając połowę trójkąta (rys. 4), obliczamy z tw. Pitagorasa długość ramienia ***b***. Zatem:

$$2^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2 = b^2$$

$$4 + 16 \cdot 2 = b^2$$

$$4 + 32 = b^2$$

$$36 = b^2$$

***b* = 6** (rys. 5).

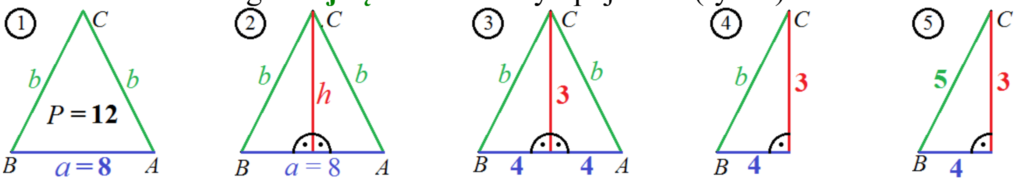
Na podstawie rys. 6 obliczamy **obwód**: 6 + 6 + 4 = **16**.

Odp. **D**

**19.2.**

Oznaczamy **podstawę trójkąta** jako **8** oraz pole **12**.

Każde z **ramion** tego **trójkąta** oznaczamy np. jako ***b*** (rys. 1).




Rysujemy **wysokość *h*** (rys. 2). Obliczamy jej długość, podstawiając do wzoru $\frac{a \cdot h}{2} = P_{\Delta}$ dane $a = 8$, $P_{\Delta} = 12$. Otrzymujemy:

$$\frac{8 \cdot h}{2} = 12$$

$$4h = 12 \qquad |:4$$

$\boldsymbol{h = 3}$.

W trójkącie **równoramiennym** wysokość dzieli podstawę $a = 8$ na **połowy** (rys. 3).

Rozważając połowę trójkąta (rys. 4), obliczamy z tw. Pitagorasa długość ramienia ***b***. Zatem:

$$4^2 + 3^2 = b^2$$

$$16 + 9 = b^2$$

$$25 = b^2$$

$\boldsymbol{b = 5}$ (rys. 5).

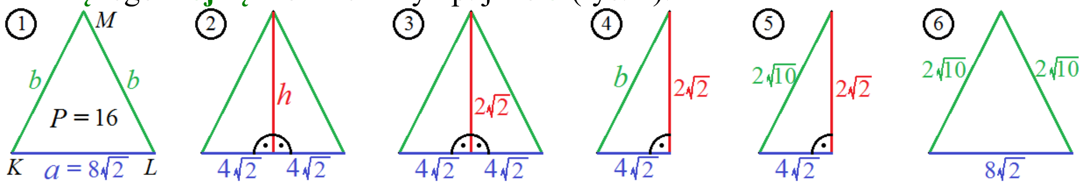
Odp. **A**

**19.3.**

Równość |*KM*| = |*LM*| oznacza, że odcinki *KM* i *LM* są ramionami trójkąta, zaś *KL* to podstawa trójkąta.

Oznaczamy **podstawę trójkąta** jako $8\sqrt{2}$ oraz pole **16**.

**Ramię** tego **trójkąta** oznaczamy np. jako ***b*** (rys. 1).




Rysujemy **wysokość *h*** (rys. 2). Obliczamy jej długość, podstawiając do wzoru $\frac{a \cdot h}{2} = P_{\Delta}$

dane $a = 8\sqrt{2}$, $P_{\Delta} = 16$. Otrzymujemy:

$$\frac{8\sqrt{2} \cdot h}{2} = 16$$

$$4\sqrt{2}h = 16 \qquad |: 4\sqrt{2}$$

$$h = \frac{16}{4\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = \mathbf{2\sqrt{2}}$$

Wysokość $h = \mathbf{2\sqrt{2}}$ dzieli podstawę $a = 8\sqrt{2}$ na połowy (rys. 3).

Rozważając połowę trójkąta (rys. 4), obliczamy z tw. Pitagorasa długość ramienia ***b***. Zatem:

$$\left(4\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2 = b^2$$

$$16 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = b^2$$

$$32 + 8 = b^2$$

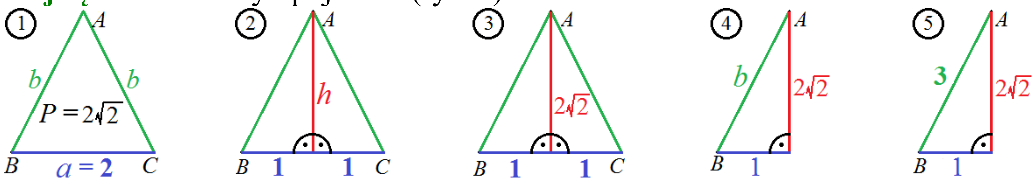
$$40 = b^2$$

$$b = \sqrt{40} = \sqrt{4 \cdot 10} = \mathbf{2\sqrt{10}} \qquad \text{(rys. 5).}$$

Na podstawie rys. 6 obliczamy **obwód**: $2\sqrt{10} + 2\sqrt{10} + 8\sqrt{2} = 4\sqrt{10} + 8\sqrt{2} = \mathbf{4\left(\sqrt{10} + 2\sqrt{2}\right)}$.

Odp. **B**

**19.4.**
Równa długość odcinków $AB$ i $AC$ oznacza, że te odcinki są ramionami trójkąta **równoramiennego** o podstawie $|BC| = \mathbf{2}$. Oznaczamy pole trójkąta równe $2\sqrt{2}$, zaś **ramię trójkąta** oznaczamy np. jako ***b*** (rys. 1).




Rysujemy **wysokość *h*** (rys. 2). Obliczamy jej długość, podstawiając do wzoru $\frac{a \cdot h}{2} = P_{\Delta}$ dane $a = 2,\ P_{\Delta} = 2\sqrt{2}$. Otrzymujemy:

$$\frac{2 \cdot h}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$h = \mathbf{2\sqrt{2}}$$

Wysokość $h = \mathbf{2\sqrt{2}}$ dzieli podstawę $\boldsymbol{a} = \mathbf{2}$ na połowy (rys. 3).
Rozważając połowę trójkąta (rys. 4), obliczamy z tw. Pitagorasa długość ramienia ***b***. Zatem:

$$1^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2 = b^2$$

$$1 + 4 \cdot 2 = b^2$$

$$1 + 8 = b^2$$

$$9 = b^2$$

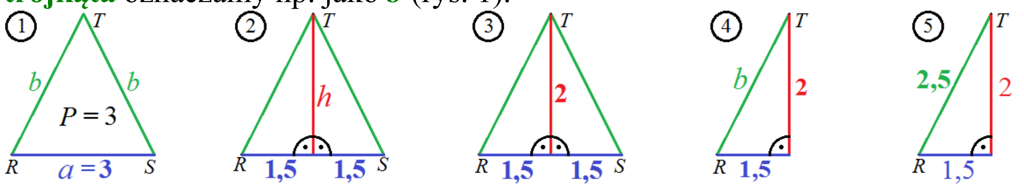
$\boldsymbol{b} = \mathbf{3}$ (rys. 5).

Zatem $|AB| = \mathbf{3}$.

Odp. **B**

**19.5.**

Równa długość odcinków $RT$ i $ST$ oznacza, że te odcinki są ramionami trójkąta **równoramiennego** o podstawie $|RS| = \mathbf{3}$. Oznaczamy pole trójkąta równe **3**, zaś **ramię trójkąta** oznaczamy np. jako $\boldsymbol{b}$ (rys. 1).




Rysujemy **wysokość** $\boldsymbol{h}$ (rys. 2). Obliczamy jej długość, podstawiając do wzoru $\frac{a \cdot h}{2} = P_{\Delta}$ dane $a = 3,\ P_{\Delta} = 3$. Otrzymujemy:

$$\frac{3 \cdot h}{2} = 3$$

$$1{,}5h = 3 \qquad |:1{,}5$$

$\boldsymbol{h = 2}$

Wysokość $\boldsymbol{h = 2}$ dzieli podstawę $\boldsymbol{a = 3}$ na połowy (rys. 3).
Rozważając połowę trójkąta (rys. 4), obliczamy z tw. Pitagorasa długość ramienia $\boldsymbol{b}$. Zatem:

$$1{,}5^2 + 2^2 = b^2$$

$$2{,}25 + 4 = b^2$$

$$6{,}25 = b^2$$

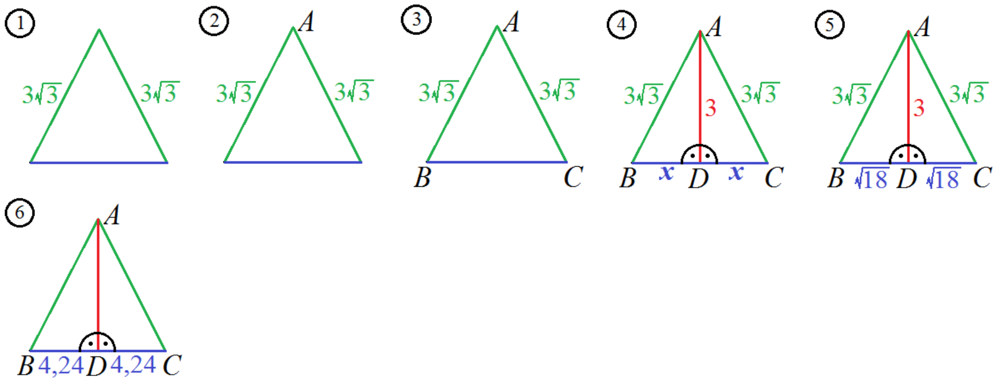
$$\sqrt{6{,}25} = b^2$$

$\boldsymbol{b = 2{,}5}$ (rys. 5).

Zatem $|RT| = \mathbf{2{,}5}$.

Odp. **C**

**19.6.**




Warunek $|AB| = |AC| = 3\sqrt{3}$ powoduje, że *AB* i *AC*, jako odcinki **równej długości**, są **ramionami trójkąta** (rys. 1). Co więcej, w oznaczeniach *AB* i *AC* powtarza się punkt ***A*** i to właśnie dlatego ***A*** jest punktem przecięcia ramion (rys. 2), pozostałe wierzchołki *B* i *C* tworzą **podstawę trójkąta** (rys. 3). Z punktu *A* rysujemy wysokość *AD* (rys. 4).

> **Wysokość** poprowadzona z punktu przecięcia **ramion** trójkąta równoramiennego zawsze przechodzi przez **środek** podstawy
>
> 
> 

Z tw. Pitagorasa w trójkącie *BAD*:

$$x^2 + 3^2 = \left(3\sqrt{3}\right)^2$$

$$x^2 + 9 = 9 \cdot 3$$

$$x^2 + 9 = 27$$

$$x^2 = 27 - 9$$

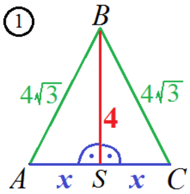
$$x^2 = 18$$

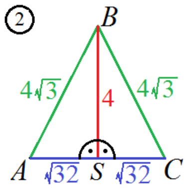
$x = \sqrt{18}$ (rys. 5).

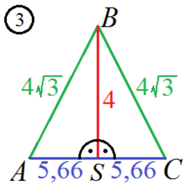
Ponieważ $\sqrt{18} \approx 4{,}24$, to $x \approx 4{,}24$ (rys. 6), zatem **|*BC*|** = 4,24 + 4,24 = **8,48**. Liczba **8,48** mieści się w przedziale między **8** i **9**, dlatego spełniony jest warunek $8 < |BC| < 9$.

Odp. **C**

**19.7.**




Warunek $|AB| = |BC| = 4\sqrt{3}$ powoduje, że *AB* i *BC*, jako odcinki **równej długości**, są **ramionami trójkąta** (rys. 1). Odcinek *BS* jest wysokością trójkąta *ABC*.

**Wysokość** poprowadzona z punktu przecięcia **ramion** trójkąta równoramiennego zawsze przechodzi przez **środek** podstawy


Z tw. Pitagorasa w trójkącie *BAD*:

$x^2 + 4^2 = \left(4\sqrt{3}\right)^2$

$x^2 + 16 = 16 \cdot 3$

$x^2 + 16 = 48$

$x^2 = 48 - 16$

$x^2 = 32$

$x = \sqrt{32}$ (rys. 2).

Ponieważ $\sqrt{32} \approx 5{,}66$, to $x \approx \mathbf{4{,}24}$ (rys. 3), zatem $|AC| \approx 5{,}66 + 5{,}66 = \mathbf{11{,}32}$.

Ponieważ $\frac{21}{2} = \mathbf{10{,}5}$ oraz $\frac{23}{2} = \mathbf{11{,}5}$, to warunek $\frac{21}{2} < |AC| < \frac{23}{2}$ można przedstawić jako $10{,}5 < |AC| < 11{,}5$ → jest on spełniony, bo liczba **11,32** znajduje się pomiędzy **10,5** a **11,5**.

Odp. **D**

**19.8.**

Korzystając z rys. 3 w rozwiązaniu zadania **19.7**, obliczamy pole trójkąta *ABC*:

$P_{ABC} = \frac{a \cdot h}{2} \approx \frac{11{,}32 \cdot 4}{2} = \frac{45{,}28}{2} = \mathbf{22{,}64}$.

Korzystając z przybliżenia $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ patrzymy, która z liczb proponowanych w odpowiedziach jest najbliższa rezultatowi **22,64**.

A. $4\sqrt{2} \approx 4 \cdot 1{,}41 = 5{,}64$

B. $8\sqrt{2} \approx 8 \cdot 1{,}41 = 11{,}28$

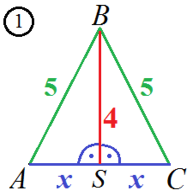
C. $16\sqrt{2} \approx 16 \cdot 1{,}41 = \mathbf{22{,}56}$

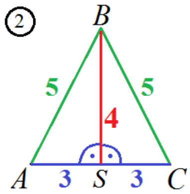
D. $32\sqrt{2} \approx 32 \cdot 1{,}41 = 45{,}12$

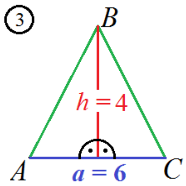
Wynik **22,56** okazał się najbliższy rezultatowi **22,64**.

Odp. **C**

**19.9.**




Wykonujemy rysunek (rys. 1).

**Wysokość** poprowadzona z punktu przecięcia **ramion** trójkąta równoramiennego zawsze przechodzi przez **środek** podstawy


Z tw. Pitagorasa w trójkącie *BAS*:

$x^2 + 4^2 = 5^2$

$x^2 + 16 = 25$

$x^2 = 25 - 16$

$x^2 = 9$

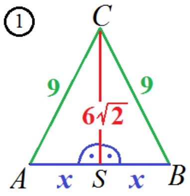
$\boldsymbol{x = 3}$ (rys. 2).

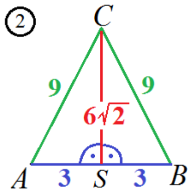
Mamy do czynienia z trójkątem o podstawie $\boldsymbol{a = 6}$ oraz wysokości $\boldsymbol{h = 4}$ (rys. 3).

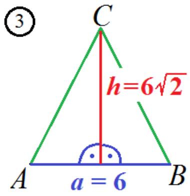
Obliczamy pole tego trójkąta: $P = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = \mathbf{12}$.

Odp. **B**

**19.10.**




Wykonujemy rysunek (rys. 1).

**Wysokość** poprowadzona z punktu przecięcia **ramion** trójkąta równoramiennego zawsze przechodzi przez **środek** podstawy


Z tw. Pitagorasa w trójkącie $ACS$:

$$x^2 + \left(6\sqrt{2}\right)^2 = 9^2$$

$$x^2 + 36 \cdot 2 = 81$$

$$x^2 + 72 = 81$$

$$x^2 = 81 - 72$$

$$x^2 = 9$$

$\boldsymbol{x = 3}$ (rys. 2).

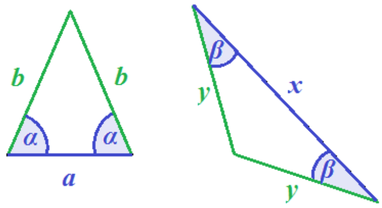
Mamy do czynienia z trójkątem o podstawie $|AB| = 6$ (rys. 3).

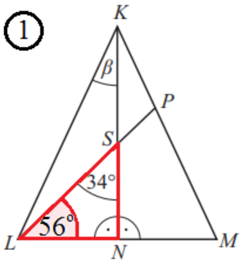
Odp. **C**

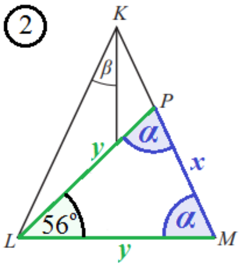
**19.11.**

Miarę kąta *SLN* wyliczamy z sumy miar kątów w $\Delta SLN$, więc $|\angle SLN| = 180° - 90° - 34° =$ **56°** (rys. 1).

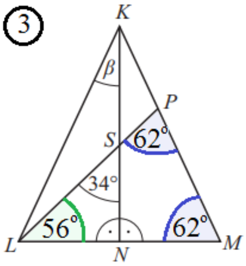
Miary kątów wewnętrznych trójkąta równoramiennego przyległych do podstawy trójkąta są **równe**

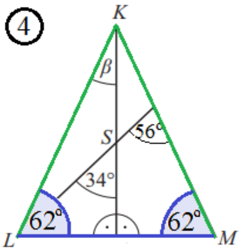


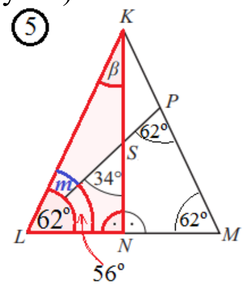




Wykorzystujemy warunek $|LP| = |LM|$, dzięki czemu $\Delta PLM$ jest równoramienny (rys. 2).
Z sumy miar kątów w $\Delta PLM$ wyliczamy, że $\boldsymbol{\alpha}$ = **62°** (rys. 3).




Z tego że $\Delta KLM$ jest równoramienny wynika, że kąty $|\angle KLM|$ oraz $|\angle LMK|$ są równe, więc jeśli $|\angle LMK| =$ **62°**, to również $|\angle KLM| =$ **62°** (rys. 4).

Oznaczamy $|\angle KLS| = \boldsymbol{m}$ (rys. 5) pamiętając, że **środkowa litera** w trzyliterowym oznaczeniu *KLS* oznacza położenie kąta. Zatem $\boldsymbol{m}$ = 62° – 56° = **6°**.
Kąt $\beta$ wyliczamy z sumy miar kątów w $\Delta KLN$ (rys. 5). Zatem $\beta = 180° - 90° - 62° =$ **28°**.

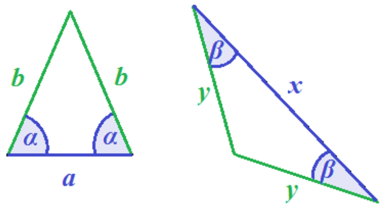
Dla wyliczonych kątów $|\angle KLS| =$ **6°** oraz $\beta =$ **28°** spełniony jest warunek $4|\angle KLS| < \beta$, bo $4 \cdot \mathbf{6}° < \mathbf{28}°$, czyli $\mathbf{24}° < \mathbf{28}°$.

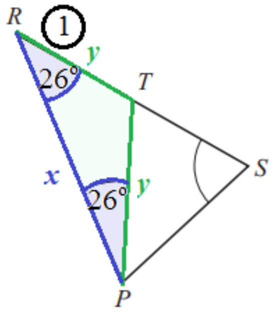
Odp. **D**

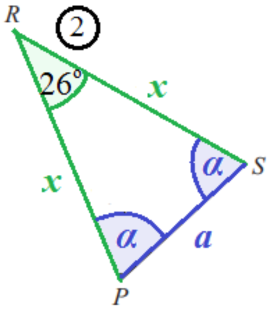
**19.12.**

Wykorzystujemy warunek $|RT| = |TP|$, dzięki czemu $\Delta RTP$ jest równoramienny, więc jeśli $|\angle RPT| = \mathbf{26^o}$, to również $|\angle PRT| = \mathbf{26^o}$ (rys. 1).

Miary kątów wewnętrznych trójkąta równoramiennego przyległych do podstawy trójkąta są **równe**



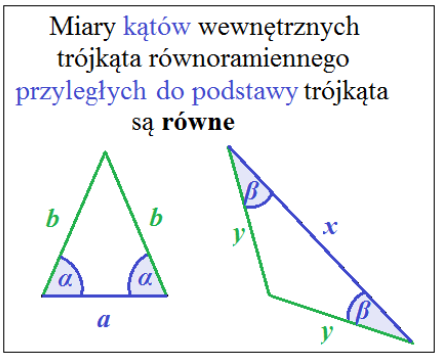

Z tego że $\Delta PRS$ jest równoramienny wynika, że kąty $|\angle RPS|$ oraz $|\angle PSR|$ są równe, więc z sumy miar kątów w $\Delta PRS$ wynika równanie $26° + 2\alpha = 180°$ (rys. 2).

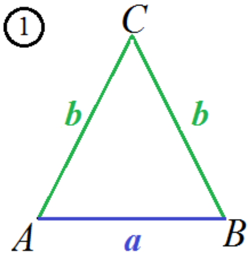
$$26° + 2\alpha = 180°$$
$$2\alpha = 180° - 26°$$
$$2\alpha = 154° \qquad |:2$$
$$\boldsymbol{\alpha = 77^o}$$

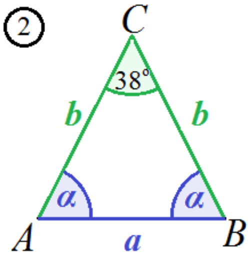
Odp. **D**

**19.13.**

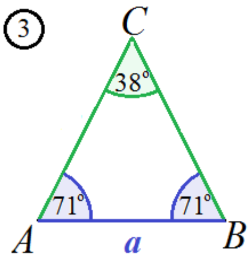
Wykonujemy rysunek (rys. 1). Zaznaczamy kąt $CBD$ pamiętając, że **środkowa litera** oznacza położenie kąta (rys. 2). Obliczamy miarę kąta $\boldsymbol{\alpha}$, zatem:
$180^o - 38^o$ **= 142°**, więc $\boldsymbol{\alpha} = 142^o : 2 =$ **71°** (rys. 3).

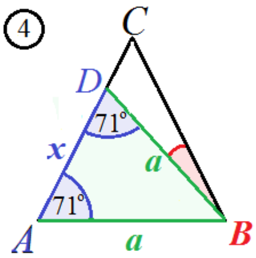


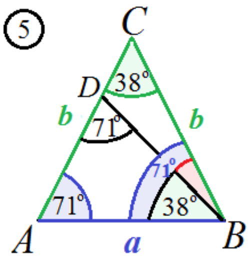




Zaznaczamy punkt $D$ i uwzględniamy $|AB| = |BD|$, zatem jeśli $|\angle CAB| =$ **71°**, to również $|\angle ADB| =$ **71°**. Zaznaczamy też szukany kąt $CBD$ (rys. 4).




Obliczamy brakujący kąt w $\Delta DAB$, zatem $|\angle ABD| = 180^o - 71^o - 71^o =$ **38°** (rys. 5).

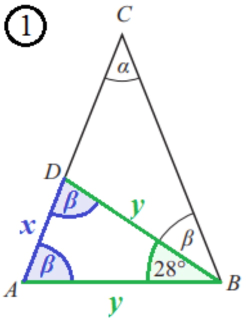
Kąt $|\angle ABD| =$ **38°** wraz z szukanym $|\angle CBD|$ tworzy kąt $|\angle ABC| =$ **71°**, zatem:

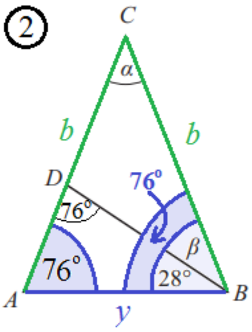
$|\angle CBD| =$ **71° – 38° = 33°**.

Odp. **B**

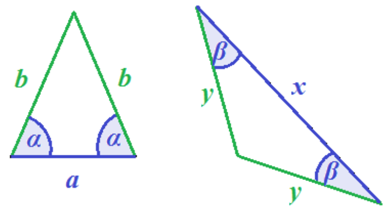
**19.14.**

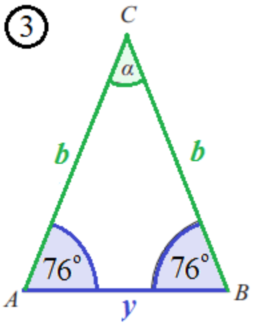
Z warunku |*AB*| = |*BD*| wynika, że $\Delta ADB$ jest równoramienny (rys. 1).




Miary kątów wewnętrznych trójkąta równoramiennego przyległych do podstawy trójkąta są **równe**




Obliczamy miarę kąta $\boldsymbol{\beta}$. Zatem:

$180^o - 28^o = \mathbf{152^o}$, więc $\boldsymbol{\beta} = 152^o : 2 = \mathbf{76^o}$ (rys. 1).

Z warunku |*AC*| = |*BC*| wynika, że $\Delta ABC$ jest równoramienny, zatem jeśli $|\angle CAB| = \mathbf{76^o}$, to również $|\angle ABC| = \mathbf{76^o}$ (rys. 2).

Z rys. 2 widać, że kąty $\mathbf{28^o}$ oraz $\boldsymbol{\beta}$ dają w sumie kąt $|\angle ABC| = \mathbf{76^o}$, więc

$28° + \beta = 76° \;\rightarrow\; \boldsymbol{\beta} = \mathbf{48^o}$.

Z rys. 3 (suma miar kątów w $\Delta ABC$) wyliczamy $\boldsymbol{\alpha} = 180^o - 76^o - 76^o = \mathbf{28^o}$.

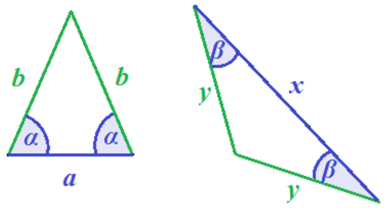
Zatem $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{28^o}$ oraz $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{48^o}$.

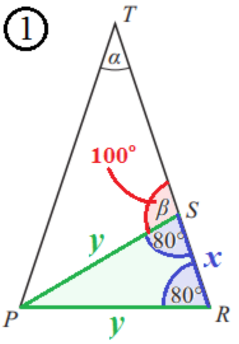
Odp. **B**

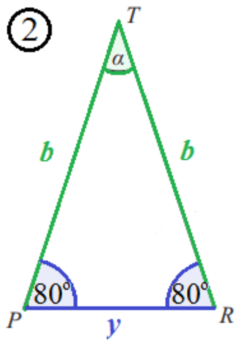
**19.15.**

Z warunku $|PR| = |PS|$ wynika, że $\Delta PRS$ jest równoramienny, więc jeśli $|\angle PRT| = \mathbf{80^o}$, to również $|\angle PSR| = \mathbf{80^o}$ (rys. 1).

Miary kątów wewnętrznych trójkąta równoramiennego przyległych do podstawy trójkąta są **równe**




Obliczamy miarę kąta $\boldsymbol{\beta}$. Zatem $180^o - 80^o = \mathbf{100^o}$, więc $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{100^o}$ (rys. 1).

Z warunku $|PT| = |TR|$ wynika, że $\Delta PRT$ jest równoramienny, zatem jeśli $|\angle PRT| = \mathbf{80^o}$, to również $|\angle TPR| = \mathbf{80^o}$ (rys. 2).

Z rys. 2 (suma miar kątów w $\Delta PRT$) wyliczamy $\boldsymbol{\alpha} = 180^o - 80^o - 80^o = \mathbf{20^o}$.

Zatem $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{20^o}$ oraz $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{100^o}$. Spełniony jest warunek $\beta = 5\alpha$, bo $\underbrace{100^\circ}_{\beta} = 5 \cdot \underbrace{20^\circ}_{\alpha}$.

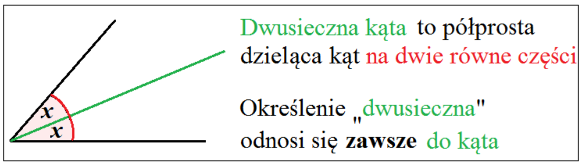
Odp. **C**

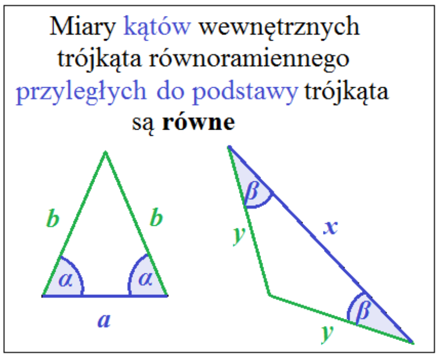
**19.16.**

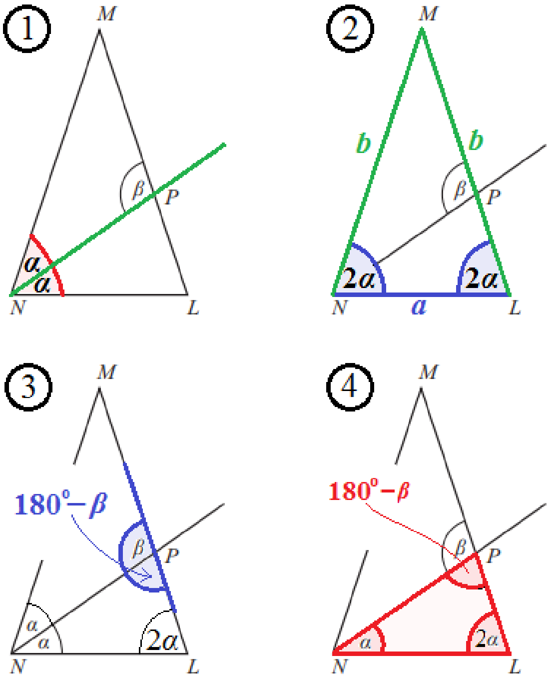
**Rozwiązanie I**:

Z informacji o dwusiecznej wynika, że jeśli $|\angle PNL| = \boldsymbol{\alpha}$, to również $|\angle MNP| = \boldsymbol{\alpha}$ (rys. 1).

Z treści zadania wynika też, że $|MN| = |ML|$, więc $\Delta MNL$ jest równoramienny (rys. 2).




Przy wierzchołku $P$ mamy kąty przyległe: jeśli $|\angle MPN| = \boldsymbol{\beta}$, to $|\angle NPL| = \mathbf{180^o} - \boldsymbol{\beta}$ (rys. 3).

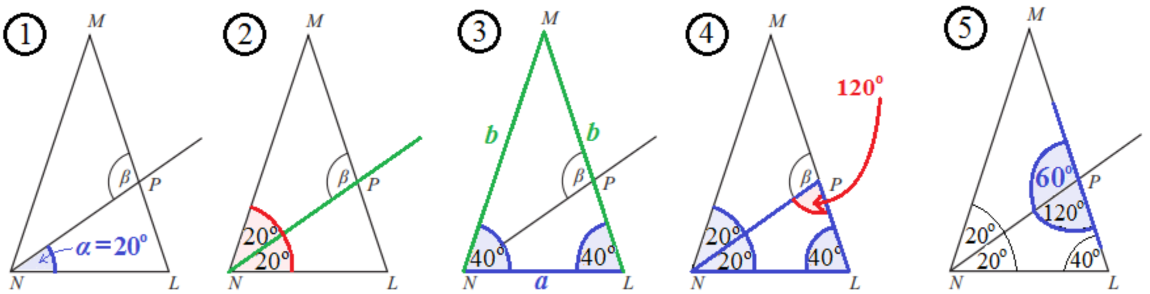
Z sumy miar kątów w $\Delta NPL$ mamy równanie $\alpha + 2\alpha + 180° - \beta = 180°$, stąd $3\alpha = \beta$.

Odp. **B**

**Rozwiązanie II**:

Przyjmujemy **dowolną** miarę jednego z kątów, np. $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{20^o}$ (rys. 1).

Z informacji o dwusiecznej kąta $LNM$ wynika, że jeśli $|\angle PNL| = \mathbf{20^o}$, to również $|\angle MNP| = \mathbf{20^o}$ (rys. 2).



Z treści zadania wynika też, że $|MN| = |ML|$, więc $\Delta MNL$ jest równoramienny – oznacza to, że jeśli $|\angle MNL| = \mathbf{40^o}$, to również $|\angle NLM| = \mathbf{40^o}$ (rys. 3).

Wyznaczamy miarę kąta $NPL$ z warunku na sumę miar kątów w $\Delta NPL$ (rys. 4).

Przy wierzchołku $P$ mamy kąty przyległe, więc jeśli $|\angle NPL| = \mathbf{120^o}$,
to $\beta = 180^o - 120^o = \mathbf{60^o}$ (rys. 5).

Zatem $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{20^o}$ oraz $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{60^o}$.

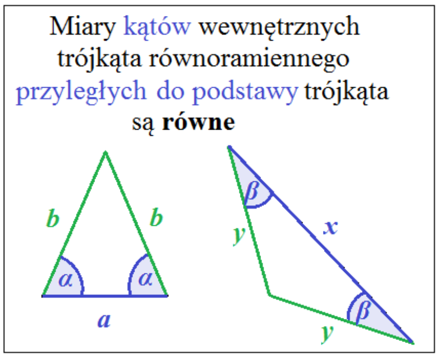
Wstawiamy $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{20^o}$, $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{60^o}$ do warunków proponowanych w odpowiedziach:

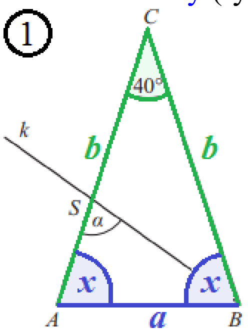
A. $\beta = 2\alpha \quad \rightarrow \quad \mathbf{60}^\circ = 2 \cdot \mathbf{20}^\circ \quad \rightarrow \quad 60^\circ = 40^\circ$ → fałsz
B. $\beta = 3\alpha \quad \rightarrow \quad \mathbf{60}^\circ = 3 \cdot \mathbf{20}^\circ \quad \rightarrow \quad \mathbf{60}^\circ = \mathbf{60}^\circ$ → **prawda**
C. $2\beta = 3\alpha \quad \rightarrow \quad 2 \cdot \mathbf{60}^\circ = 3 \cdot \mathbf{20}^\circ \quad \rightarrow \quad 120^\circ = 60^\circ$ → fałsz
D. $2\beta = 5\alpha \quad \rightarrow \quad 2 \cdot \mathbf{60}^\circ = 5 \cdot \mathbf{20}^\circ \quad \rightarrow \quad 120^\circ = 100^\circ$ → fałsz

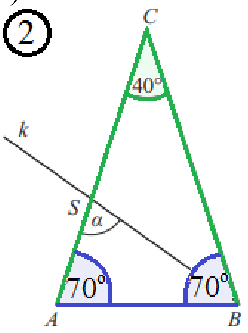
Jedynie warunek z odp. **B** okazał się prawdziwy. Oznacza to, że odp. **B** jest właściwa.

**19.17.**

Z równości $|AC| = |BC|$ wynika, że $\Delta ABC$ jest równoramienny (rys. 1).

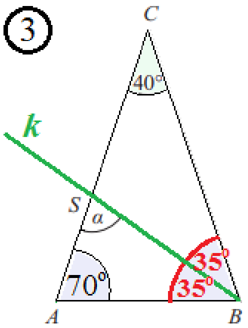


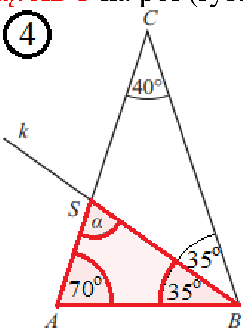



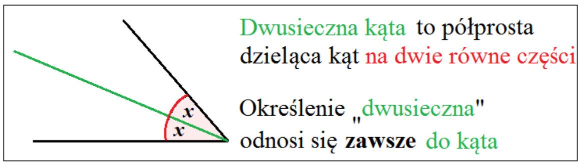




Z sumy miar kątów w $\Delta ABC$ mamy $\mathbf{2x + 40^o = 180^o}$, więc kąt $\boldsymbol{x} = \mathbf{70^o}$ (rys. 2).

Dwusieczna $\boldsymbol{k}$ dzieli kąt $ABC$ na pół (rys. 3).



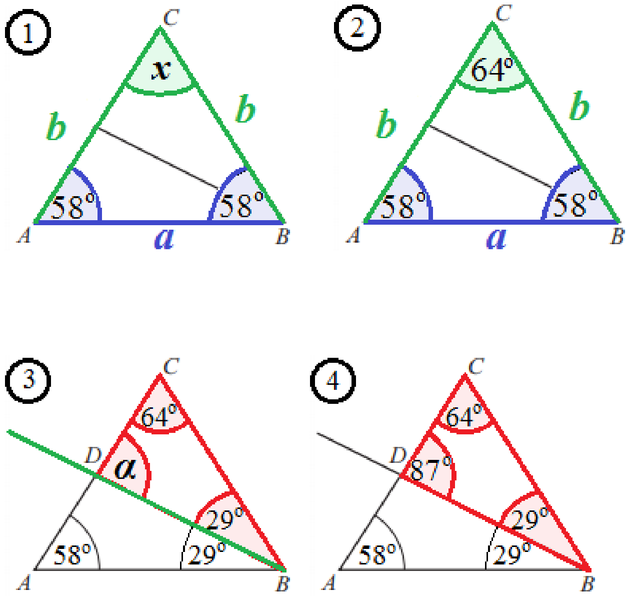



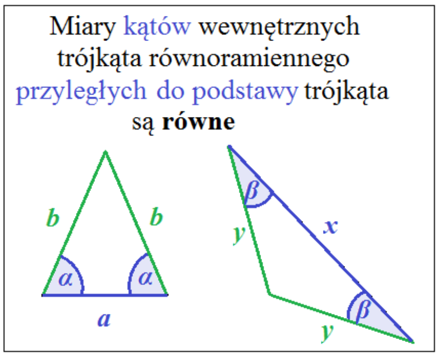



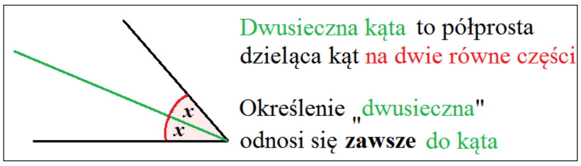

Z sumy miar kątów w $\Delta ABS$ wynika, że $70° + 35° + \alpha = 180°$ (rys. 4), stąd $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{75^o}$.

Odp. **D**

**19.18.**



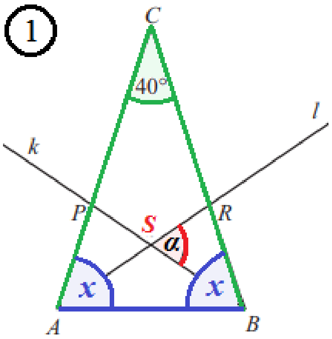



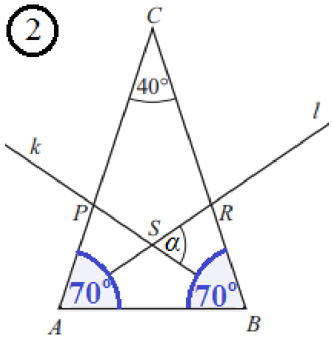

Z równości |*AC*| = |*BC*| wynika, że $\Delta ABC$ jest równoramienny (rys. 1).
Obliczamy brakujący kąt w $\Delta ABC$, zatem 180° – 58° – 58° = **64°** (rys. 2).
Dwusieczna *BD* dzieli kąt *ABC* = **58° na pół**, zatem $|\angle ABD| = |\angle ABD| =$ 58° : 2 = **29°** (rys. 3),
obliczamy brakujący kąt ***α*** w $\Delta CDB$, zatem $64° + 29° + \alpha = 180°$, stąd ***α*** = **87°** (rys. 4).

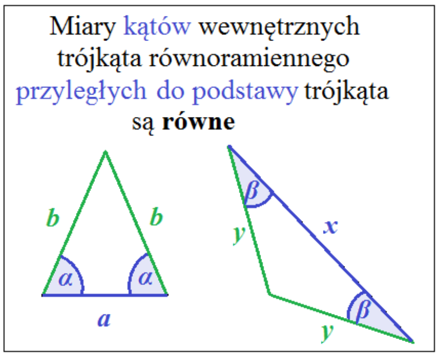
Trójkąt *CBD* jest **ostrokątny**, bo każdy z jego kątów jest **ostry** (mniejszy niż 90°).

Odp. **A**

**19.19.**

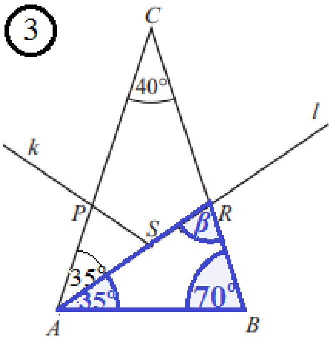


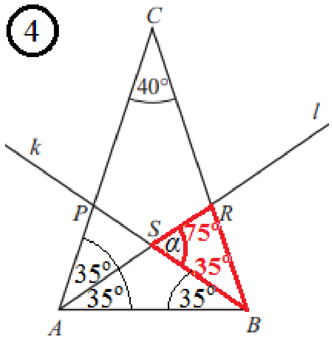



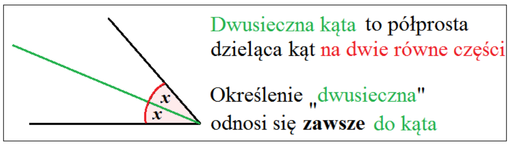




Zaznaczamy miarę kąta $RSB$ = $\alpha$ mając na uwadze to, że
**środkowa litera** w trzyliterowym oznaczeniu kąta określa jego położenie.
Ponadto, z równości $|AC| = |BC|$ wynika, że $\Delta ABC$ jest równoramienny (rys. 1).

Z sumy miar kątów w $\Delta ABC$ wynika, że $\mathbf{2x + 40^o = 180^o}$, więc miara kąta $x = \mathbf{70^o}$ (rys. 2).




Z informacji o dwusiecznej $\boldsymbol{l}$ wiadomo, że dzieli ona kąt $|\angle PAB| = 70^\circ$ na pół, stąd $|\angle PAR| = |\angle RAB| = \mathbf{35^o}$ (rys. 3).

Oznaczmy przez $\boldsymbol{\beta}$ miarę brakującego kąta w $\Delta ARB$.
Wówczas $\beta = 180^o - 35^o - 70^o = \mathbf{75^o}$.

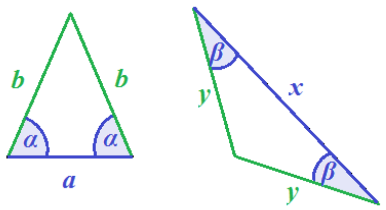
Z sumy miar kątów w $\Delta RSB$ (rys. 4) wynika, że $\alpha + 35^\circ + 75^\circ = 180^\circ$, zatem $\alpha = \mathbf{70^o}$.

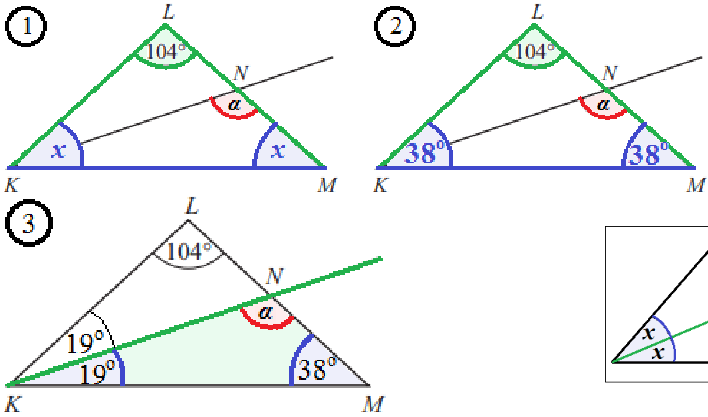
Odp. **D**

**19.20.**

Zaznaczamy miarę kąta $KNM = \alpha$ mając na uwadze to, że **środkowa litera** w trzyliterowym oznaczeniu kąta określa jego położenie.
Ponadto, z równości $|KL| = |ML|$ wynika, że $\Delta LKM$ jest równoramienny (rys. 1).

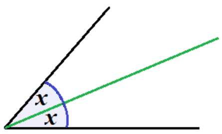
Miary kątów wewnętrznych trójkąta równoramiennego przyległych do podstawy trójkąta są **równe**




Dwusieczna kąta to półprosta dzieląca kąt na dwie równe części

Określenie „dwusieczna" odnosi się **zawsze** do kąta




Z sumy miar kątów w $\Delta LKM$ wynika, że $\mathbf{2x} + \mathbf{104^o} = \mathbf{180^o}$, więc miara kąta $\boldsymbol{x} = \mathbf{38^o}$ (rys. 2).

Z informacji o dwusiecznej $KN$ wiadomo, że dzieli ona kąt $|\angle LKM| = \mathbf{38^o}$ na pół, stąd $|\angle LKN| = |\angle NKM| = 38^o : 2 = \mathbf{19^o}$ (rys. 3).

Z sumy miar kątów w $\Delta KNM$ (rys. 3) obliczamy szukaną miarę kąta $\boldsymbol{\alpha}$.

$\alpha = 180^o - 19^o - 38^o = \mathbf{123^o}$.

Odp. **C**

**19.21.**

Niewiadoma $\boldsymbol{m}$ odpowiada za pierwszą współrzędną punktu $B = (\mathbf{8–3}\boldsymbol{m}, \mathbf{2})$.

Dla każdej z proponowanych w odpowiedziach wartości $\boldsymbol{m}$ obliczamy wartość $\mathbf{8–3}\boldsymbol{m}$.

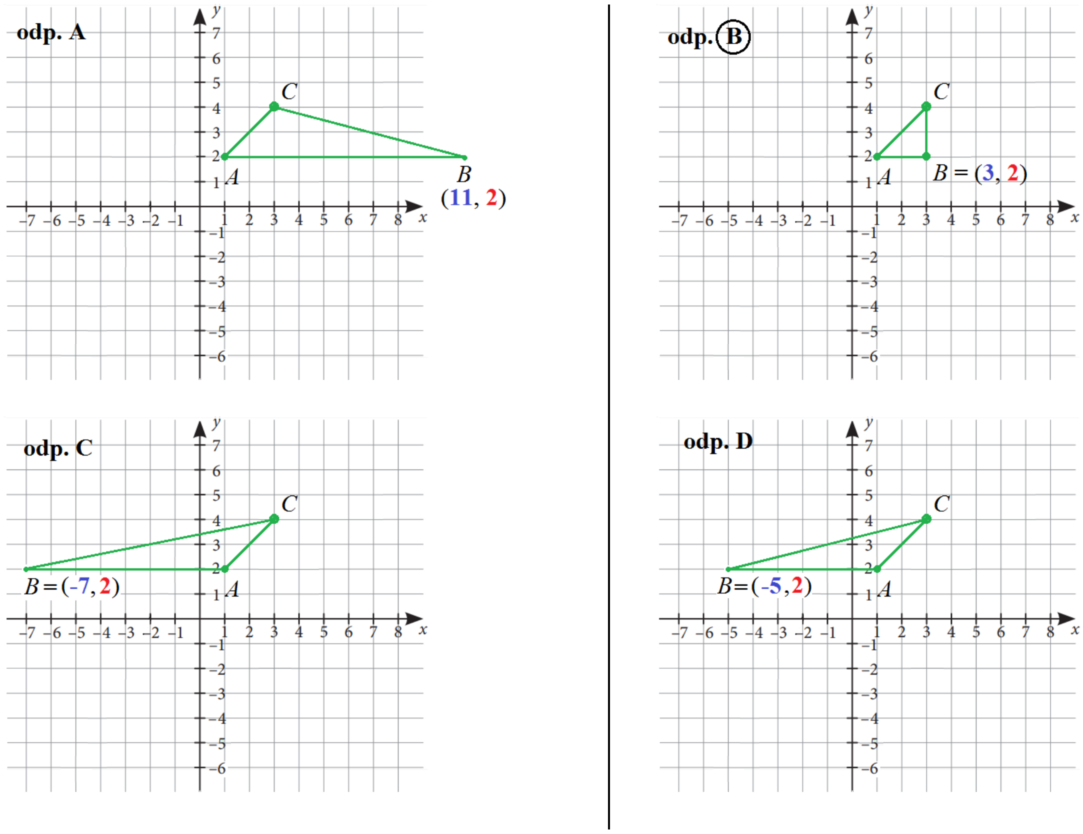
A. $m = -1$, wówczas $8 - 3m = 8 - 3 \cdot (-1) = 8 + 3 = \mathbf{11}$, zatem $B = (\mathbf{11}, \mathbf{2})$.

B. $m = \dfrac{5}{3}$, wówczas $8 - 3m = 8 - 3 \cdot \dfrac{5}{3} = 8 - 5 = \mathbf{3}$, zatem $B = (\mathbf{3}, \mathbf{2})$.

C. $m = 5$, wówczas $8 - 3m = 8 - 3 \cdot 5 = 8 - 15 = \mathbf{-7}$, zatem $B = (\mathbf{-7}, \mathbf{2})$.

D. $m = \dfrac{13}{3}$, wówczas $8 - 3m = 8 - 3 \cdot \dfrac{13}{3} = 8 - 13 = \mathbf{-5}$, zatem $B = (\mathbf{-5}, \mathbf{2})$.

Zaznaczamy punkty $A$, $B$ i $C$, ze względu na każdą z propozycji w odpowiedziach:




W przypadku odp. **B** widać, że długości $|AB| = |BC| = 2$ a to **wystarczy**, żeby trójkąt $ABC$ był równoramienny.

Odp. **B**

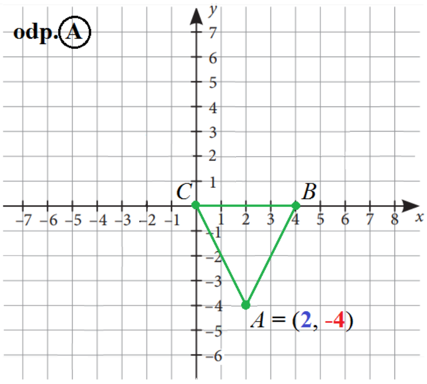
**19.22.**

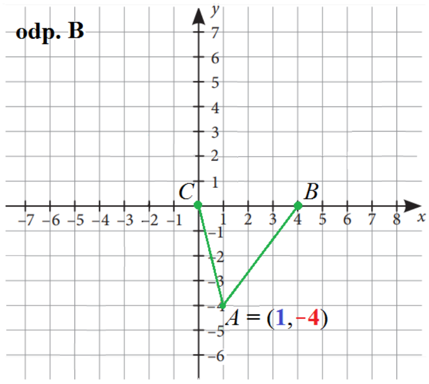
Punkt $\boldsymbol{C} = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$, zaś $\boldsymbol{m}$ odpowiada za pierwszą współrzędną punktu $A = (\boldsymbol{m}\mathbf{+3}, \mathbf{-4})$.

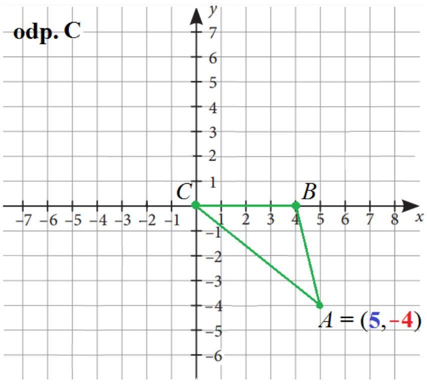
Dla każdej z proponowanych w odpowiedziach wartości $\boldsymbol{m}$ obliczamy wartość $\boldsymbol{m}\mathbf{+3}$.

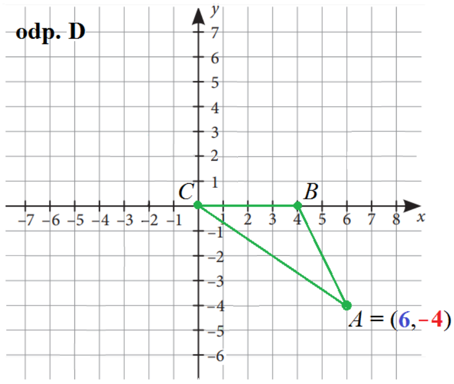
A. $m = -1$, wówczas $m + 3 = -1 + 3 = \mathbf{2}$, zatem $A = (\mathbf{2}, \mathbf{-4})$.
B. $m = -2$, wówczas $m + 3 = -2 + 3 = \mathbf{1}$, zatem $A = (\mathbf{1}, \mathbf{-4})$.
C. $m = 2$, wówczas $m + 3 = 2 + 3 = \mathbf{5}$, zatem $A = (\mathbf{5}, \mathbf{-4})$.
D. $m = 3$, wówczas $m + 3 = 3 + 3 = \mathbf{6}$, zatem $A = (\mathbf{6}, \mathbf{-4})$.

Zaznaczamy punkty $A$, $B$ i $C$, ze względu na każdą z propozycji w odpowiedziach:




W przypadku odp. **A** widać, że długości odcinków $|AB| = |AC|$ a to **wystarczy**, żeby trójkąt $ABC$ był równoramienny.

Odp. **A**

**19.23.**

Niewiadoma $\boldsymbol{k}$ odpowiada za drugą współrzędną punktu $C = (\mathbf{6}, \boldsymbol{k}\mathbf{+5})$.

Dla każdej z proponowanych w odpowiedziach wartości $\boldsymbol{k}$ obliczamy wartość $\boldsymbol{k}\mathbf{+5}$.

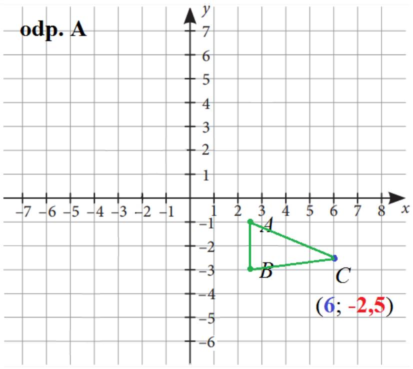
A. $k = -\frac{15}{2} = -7{,}5$, wówczas $k + 5 = -7{,}5 + 5 = \mathbf{-2{,}5}$, zatem $C = (\mathbf{6}; \mathbf{-2{,}5})$.

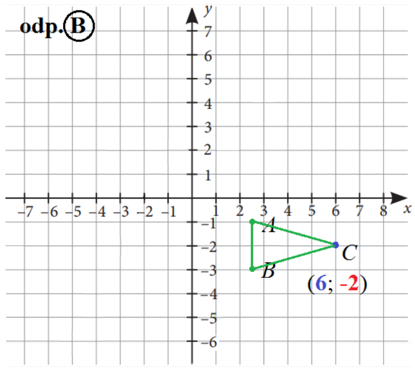
B. $k = -7$, wówczas $k + 5 = -7 + 5 = \mathbf{-2}$, zatem $C = (\mathbf{6}; \mathbf{-2})$.

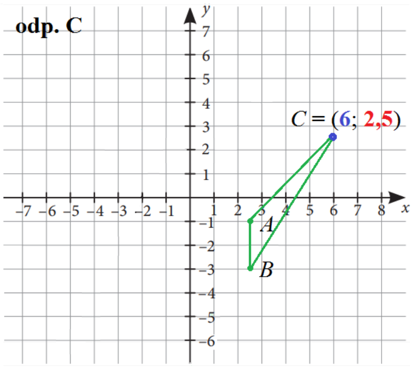
C. $k = -\frac{5}{2} = -2{,}5$, wówczas $k + 5 = -2{,}5 + 5 = \mathbf{2{,}5}$, zatem $C = (\mathbf{6}; \mathbf{2{,}5})$.

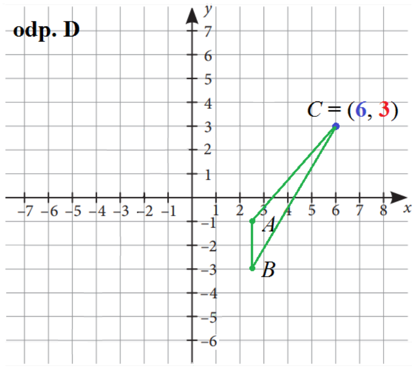
D. $k = -2$, wówczas $k + 5 = -2 + 5 = \mathbf{3}$, zatem $C = (\mathbf{6}; \mathbf{3})$.

Zaznaczamy punkty $A$, $B$ i $C$, ze względu na każdą z propozycji w odpowiedziach:




W przypadku odp. **B** widać, że długości odcinków $|AC| = |BC|$ a to **wystarczy**, żeby trójkąt $ABC$ był równoramienny.

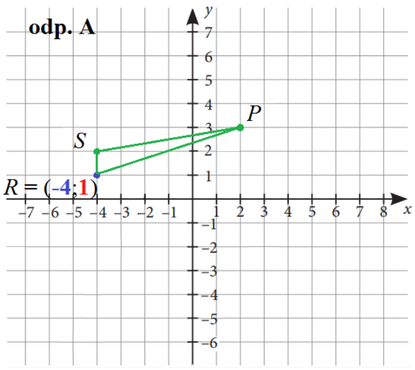
Odp. **B**

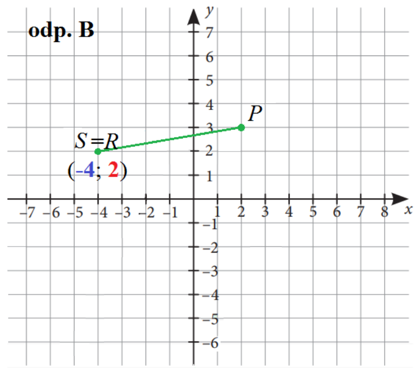
**19.24.**
Niewiadoma ***m*** odpowiada za drugą współrzędną punktu $R = (-4, m-1)$.

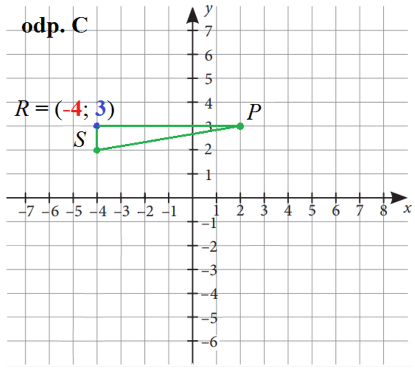
Dla każdej z proponowanych w odpowiedziach wartości ***m*** obliczamy wartość ***m*–1**.

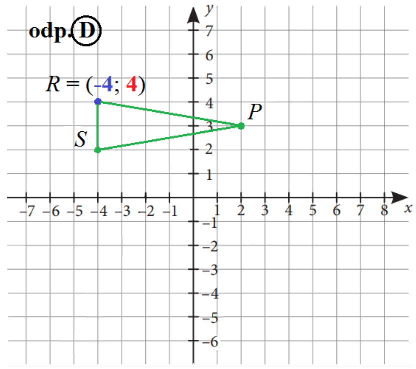
A. $m = 2$, wówczas $m-1 = 2-1 =$ **1**, zatem $R = (-4; 1)$.
B. $m = 3$, wówczas $m-1 = 3-1 =$ **2**, zatem $R = (-4; 2)$.
C. $m = 4$, wówczas $m-1 = 4-1 =$ **3**, zatem $R = (-4; 3)$.
D. $m = 5$, wówczas $m-1 = 5-1 =$ **4**, zatem $R = (-4; 4)$.

Zaznaczamy punkty *P*, *R* i *S*, ze względu na każdą z propozycji w odpowiedziach:




W przypadku odp. **D** widać, że długości odcinków ***|RP| = |SP|*** a to **wystarczy**, żeby trójkąt *PRS* był równoramienny.

Odp. **D**

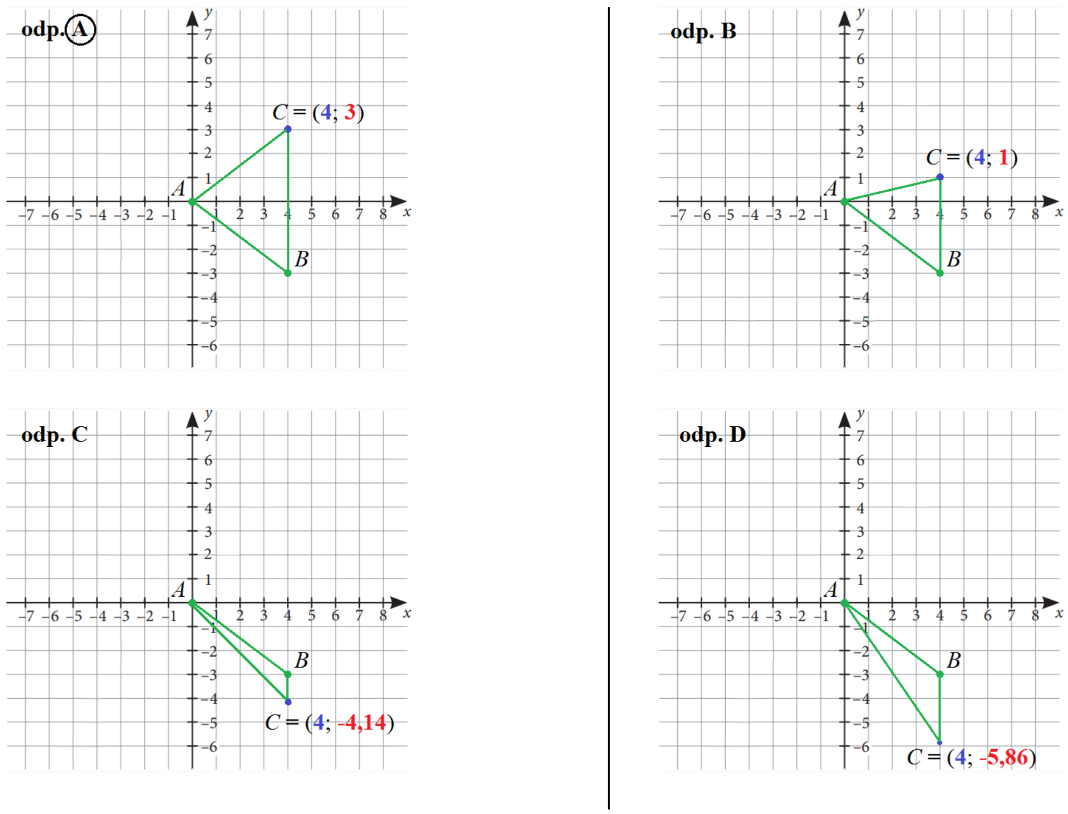
**19.25.**
Współrzędne wierzchołków trójkąta to: $A = (0, 0)$, $B = (4, -3)$, $C = (4, -5-2m)$.

Wówczas niewiadoma ***m*** odpowiada za drugą współrzędną punktu $C$.

Dla każdej z proponowanych w odpowiedziach wartości ***m*** obliczamy wartość $-5-2m$.

A. $m = -4$, wówczas $-5-2m = -5-2\cdot(-4) = -5+8 = \mathbf{3}$, zatem $C = (4; 3)$.
B. $m = -3$, wówczas $-5-2m = -5-2\cdot(-3) = -5+6 = \mathbf{1}$, zatem $C = (4; 1)$.
C. $m = -\frac{3}{7} \approx -0{,}43$, więc $-5-2m \approx -5-2\cdot(-0{,}43) = -5+0{,}86 = \mathbf{-4{,}14}$, $C = (4; -4{,}14)$.
D. $m = \frac{3}{7} \approx 0{,}43$, wówczas $-5-2m = -5-2\cdot 0{,}43 = -5-0{,}86 = \mathbf{-5{,}86}$, więc $C = (4; -5{,}86)$.

Zaznaczamy punkty $A$, $B$ i $C$, ze względu na każdą z propozycji w odpowiedziach:




W przypadku odp. **A** widać, że długości odcinków $|AC| = |AB|$ a to **wystarczy**, żeby trójkąt $ABC$ był równoramienny.

Odp. **A**