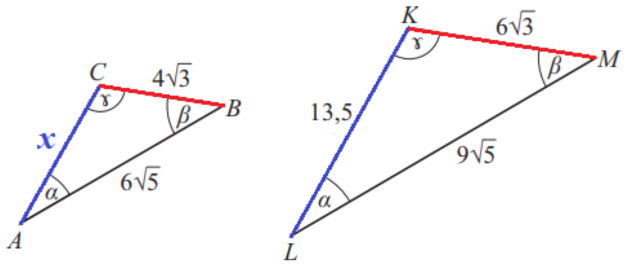
20.1.

Oba trójkąty widzimy w „jednakowej orientacji”.



Potem piszemy proporcję:

$$\frac{x}{13{,}5}=\frac{4\sqrt{3}}{6\sqrt{3}}$$ → skracamy pierwiastki

$$\frac{x}{13{,}5}=\frac{4}{6}$$ → mnożymy „na krzyż”

$6x = 13{,}5 \cdot 4$

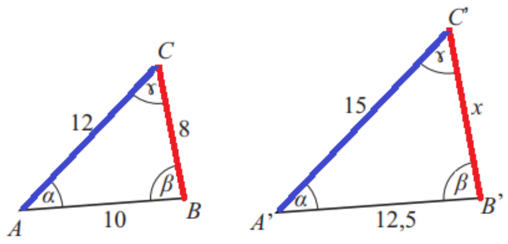
$6x = 54 \qquad |:6$

$x = \mathbf{9}$

Odp. **B**

20.2.

Oba trójkąty widzimy w „jednakowej orientacji”.



Potem piszemy proporcję:

$\frac{12}{15} = \frac{8}{x}$ → mnożymy „na krzyż”

$12x = 15 \cdot 8$

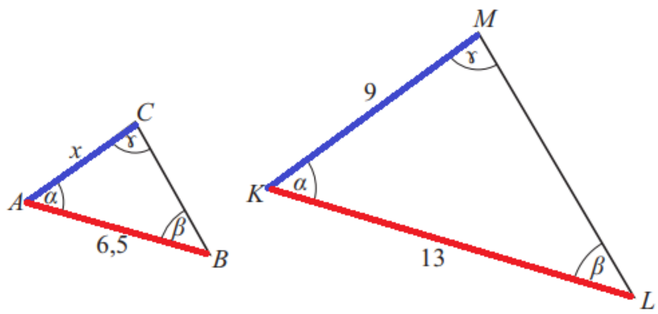
$12x = 120 \qquad |:12$

$x = \mathbf{10}$

Odp. **C**

20.3.

$\frac{x}{9} = \frac{6,5}{13}$ → mnożymy „na krzyż"



$13x = 9 \cdot 6,5$

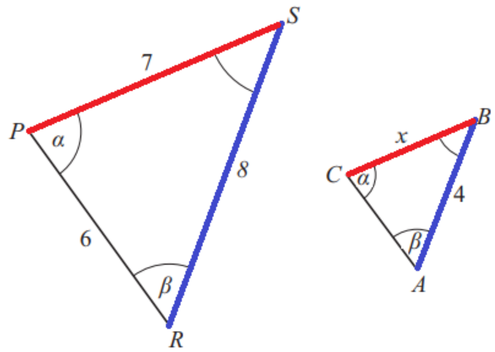
$13x = 58,5 \qquad |:13$

$x = 4,5 = 4\frac{1}{2} = \mathbf{\frac{9}{2}}$

Odp. **B**

20.4.

Oba trójkąty widzimy w „jednakowej orientacji”.



Potem piszemy proporcję:

$\frac{8}{4} = \frac{7}{x}$ → mnożymy „na krzyż”

$8x = 4 \cdot 7$

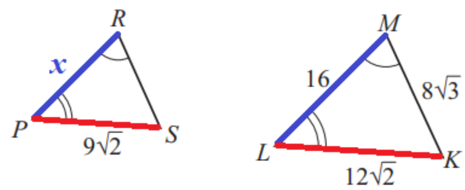
$8x = 28 \quad |:8$

$x = 3{,}5 = \mathbf{3\frac{1}{2}}$

Odp. **A**

20.5.

Oba trójkąty widzimy w „jednakowej orientacji”.



Potem piszemy proporcję:

$\frac{x}{16}=\frac{9\sqrt{2}}{12\sqrt{2}}$ → skracamy pierwiastki

$\frac{x}{16}=\frac{9}{12}$ → mnożymy „na krzyż”

$12x=16\cdot 9$

$12x=144 \qquad |:12$

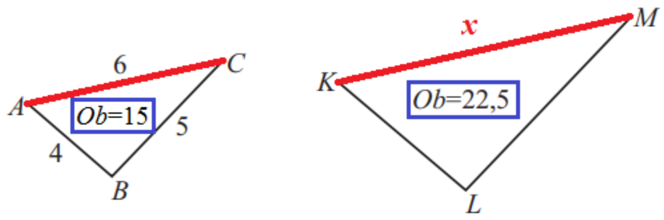
$x=\mathbf{12}$

Odp. **D**

20.6.
Oznaczmy długość szukanego boku $|KM| = \boldsymbol{x}$. Liczymy obwód ΔKLM, więc $4 + 5 + 6 = \mathbf{15}$.

Potem piszemy proporcję:

$$\frac{15}{22{,}5} = \frac{6}{x}$$ → mnożymy „na krzyż”



$15x = 22{,}5 \cdot 6$

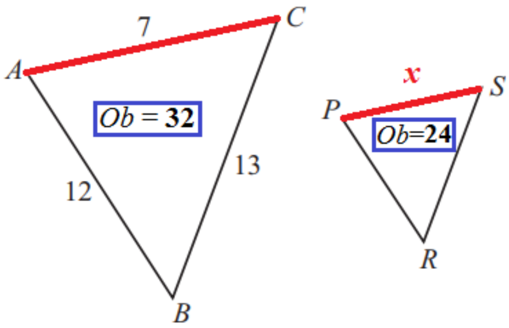
$15x = 135 \qquad |:15$

$x = \mathbf{9}$

Odp. **C**

20.7.

Oznaczmy długość szukanego boku $|PS| = \boldsymbol{x}$.
Liczymy obwód ΔABC, więc $7 + 12 + 13 = \mathbf{32}$.



Potem piszemy proporcję:

$\frac{32}{24} = \frac{7}{x}$ → mnożymy „na krzyż"

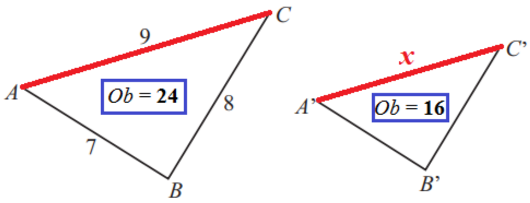
$32x = 24 \cdot 7$

$32x = 168 \qquad |:32$

$x = 5{,}25 = \mathbf{5\frac{1}{4}}$

Odp. **B**

20.8.
Oznaczamy długość najdłuższego boku
w $\Delta A'B'C'$ jako $\boldsymbol{x}$.



Liczymy obwód ΔABC, więc $7 + 8 + 9 =$ **24**.

Z treści zadania, obwód $\Delta A'B'C'$ jest równy **16**.

Piszemy proporcję:

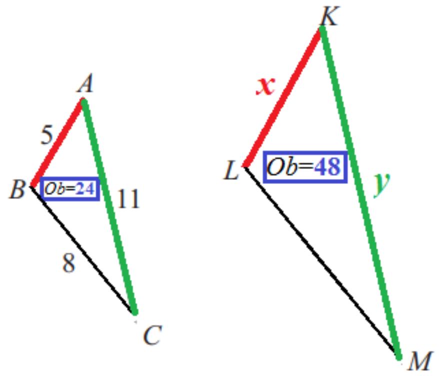
$$\frac{24}{16} = \frac{9}{x}$$ → mnożymy „na krzyż"

$$24x = 16 \cdot 9$$
$$24x = 144 \qquad |:24$$
$$x = \mathbf{6}$$

Odp. **B**

20.9.

Oznaczamy długości najkrótszego oraz najdłuższego boku w ΔKLM odpowiednio jako $\boldsymbol{x}$ i $\boldsymbol{y}$.



Liczymy obwód ΔABC, więc $5 + 8 + 11 =$ **24**.

Z treści zadania, obwód ΔKLM jest równy **48**.

Piszemy proporcję, wyliczając $\boldsymbol{x}$:

$$\frac{24}{48} = \frac{5}{x}$$ → mnożymy „na krzyż”

$$24x = 48 \cdot 5$$

$$24x = 240 \qquad |:24$$

$$\boldsymbol{x = 10}$$

Piszemy proporcję, wyliczając $\boldsymbol{y}$:

$$\frac{24}{48} = \frac{11}{y}$$ → mnożymy „na krzyż”

$$24y = 48 \cdot 11$$

$$24y = 528 \qquad |:24$$

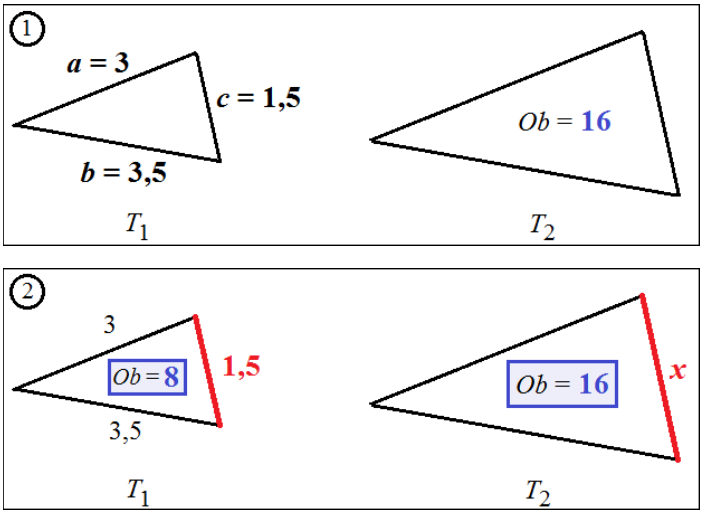
$$\boldsymbol{y = 22}$$

Wówczas $x + y = 10 + 22 =$ **32**.

Odp. **C**

20.10.

Rysujemy oba trójkąty, wypisujemy wszystko co podano w treści zadania (rys. 1).



Obliczamy obwód trójkąta T_1, więc 3 + 3,5 + 1,5 = **8**.

Literą ***x*** oznaczamy długość najkrótszego boku w trójkącie T_2 (rys. 2).

Potem piszemy proporcję:

$$\frac{8}{16} = \frac{1,5}{x}$$

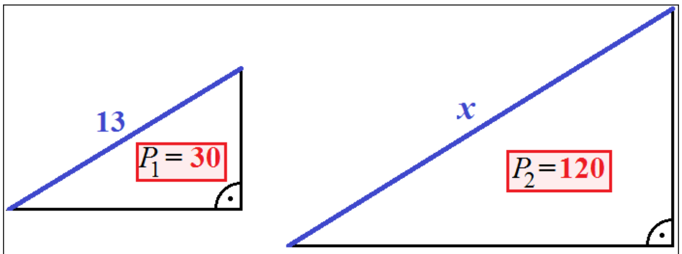
$$8x = 16 \cdot 1,5$$

$$8x = 24 \qquad |:8$$

$$\boldsymbol{x = 3}$$

Odp. **A**

20.11.



Piszemy proporcję:

$$\underbrace{\frac{13}{x}}_{k} = \underbrace{\frac{30}{120}}_{k^2}$$

W ten sposób mamy $k = k^2$ (równość fałszywa).

Należy lewą stronę **podnieść do kwadratu**, aby mieć równość prawdziwą $k^2 = k^2$.

Zatem $\underbrace{\left(\frac{13}{x}\right)^2}_{k^2} = \underbrace{\frac{30}{120}}_{k^2}$. Dopiero teraz rozwiązujemy równanie:

$$\left(\frac{13}{x}\right)^2 = \frac{30}{120}$$

$$\frac{169}{x^2} = \frac{30}{120}$$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$$30x^2 = 169 \cdot 120$$

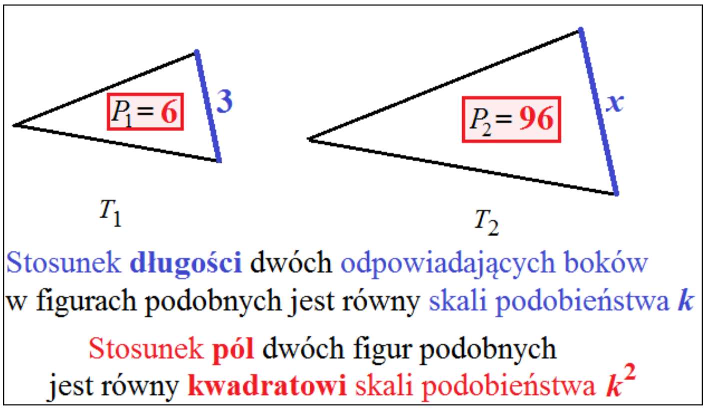
$$30x^2 = 20280 \qquad |:30$$

$$x^2 = 676$$

$$\boldsymbol{x = 26}$$

Odp. **C**

20.12.



Piszemy proporcję:

$$\underbrace{\frac{3}{x}}_{k} = \underbrace{\frac{6}{96}}_{k^2}$$

W ten sposób mamy $k = k^2$ (równość fałszywa).

Należy lewą stronę **podnieść do kwadratu**, aby mieć równość prawdziwą $k^2 = k^2$.

Zatem $\underbrace{\left(\frac{3}{x}\right)^2}_{k^2} = \underbrace{\frac{6}{96}}_{k^2}$. Dopiero teraz rozwiązujemy równanie:

$$\left(\frac{3}{x}\right)^2 = \frac{6}{96}$$

$$\frac{9}{x^2} = \frac{6}{96}$$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$$6x^2 = 9 \cdot 96$$

$$6x^2 = 864 \qquad |:6$$

$$x^2 = 144$$

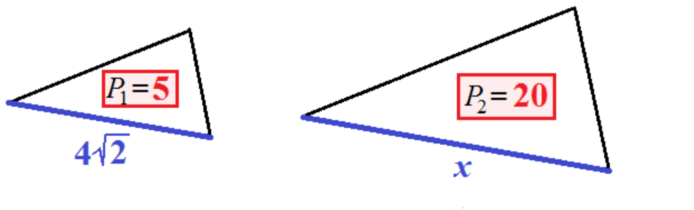
$$\boldsymbol{x = 12}$$

Odp. **C**

20.13.

Piszemy proporcję:

$$\underbrace{\frac{4\sqrt{2}}{x}}_{k} = \underbrace{\frac{5}{20}}_{k^2}$$



Stosunek **długości** dwóch odpowiadających boków w figurach podobnych jest równy skali podobieństwa k

Stosunek **pól** dwóch figur podobnych jest równy **kwadratowi** skali podobieństwa k^2

W ten sposób mamy $k = k^2$ (równość fałszywa).

Należy lewą stronę **podnieść do kwadratu**, aby mieć równość prawdziwą $k^2 = k^2$.

Zatem $\underbrace{\left(\frac{4\sqrt{2}}{x}\right)^2}_{k^2} = \underbrace{\frac{5}{20}}_{k^2}$. Dopiero teraz rozwiązujemy równanie:

$$\left(\frac{4\sqrt{2}}{x}\right)^2 = \frac{5}{20}$$

$$\frac{16\cdot 2}{x^2} = \frac{5}{20}$$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$$5x^2 = 16\cdot 2\cdot 20$$

$$5x^2 = 640 \qquad |:5$$

$$x^2 = 128 \qquad |\sqrt{\ }$$

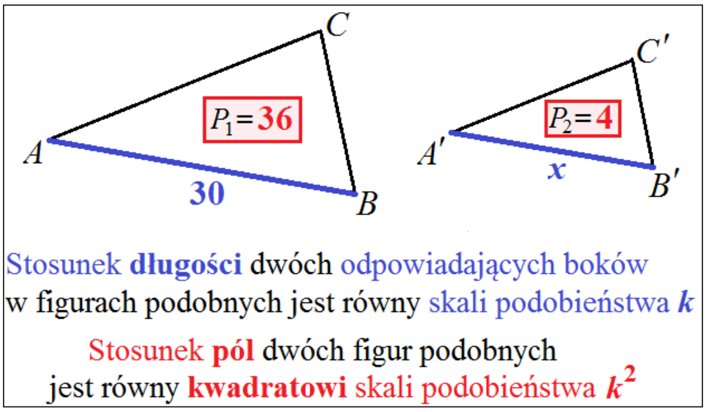
$$x = \sqrt{128} = \sqrt{64\cdot 2} = \mathbf{8\sqrt{2}}$$

Odp. **C**

20.14.

Piszemy proporcję:

$$\underbrace{\frac{30}{x}}_{k} = \underbrace{\frac{36}{4}}_{k^2}$$



W ten sposób mamy $k = k^2$ (równość fałszywa).

Należy lewą stronę **podnieść do kwadratu**, aby mieć równość prawdziwą $k^2 = k^2$.

Zatem $\underbrace{\left(\frac{30}{x}\right)^2}_{k^2} = \underbrace{\frac{36}{4}}_{k^2}$. Dopiero teraz rozwiązujemy równanie:

$$\left(\frac{30}{x}\right)^2 = \frac{36}{4}$$

$$\frac{900}{x^2} = \frac{36}{4} \quad \rightarrow \quad \text{mnożymy równanie „na krzyż”}$$

$$36x^2 = 900 \cdot 4$$

$$36x^2 = 3600 \qquad |:36$$

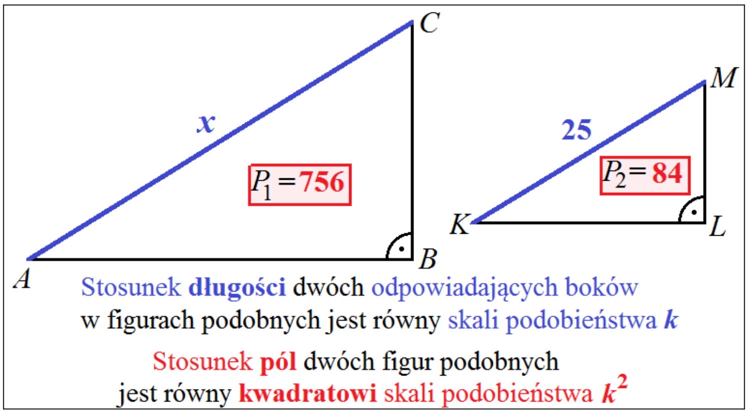
$$x^2 = 100 \qquad |\sqrt{}$$

$$\mathbf{x = 10}$$

Odp. **B**

20.15.

Odrzucamy od razu odp. D.



Piszemy proporcję:

$$\underbrace{\frac{x}{25}}_{k} = \underbrace{\frac{756}{84}}_{k^2}$$

W ten sposób mamy $k = k^2$ (równość fałszywa).

Należy lewą stronę **podnieść do kwadratu**, aby mieć równość prawdziwą $k^2 = k^2$.

Zatem $\underbrace{\left(\frac{x}{25}\right)^2}_{k^2} = \underbrace{\frac{756}{84}}_{k^2}$. Dopiero teraz rozwiązujemy równanie:

$$\left(\frac{x}{25}\right)^2 = \frac{756}{84}$$

$$\frac{x^2}{625} = \frac{756}{84}$$ → mnożymy równanie „na krzyż"

$$84x^2 = 625 \cdot 756$$

$$84x^2 = 472500 \qquad |:84$$

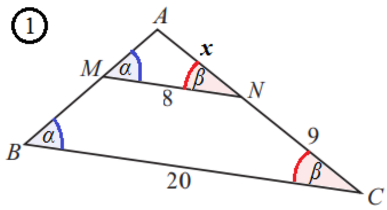
$$x^2 = 5625$$

$$\boldsymbol{x = 75}$$

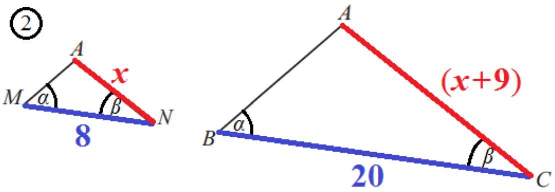
Odp. **A**

20.16.

Równoległość odcinków BC i MN sprawia, że można oznaczyć $|\angle AMN| = |\angle ABC| = \boldsymbol{\alpha}$ oraz $|\angle ANM| = |\angle ACB| = \boldsymbol{\beta}$ (rys. 1).



W każdym z dwóch trójkątów: ΔABC oraz ΔAMN występują kąty $\boldsymbol{\alpha}$ oraz $\boldsymbol{\beta}$, więc $\Delta ABC \sim \Delta AMN$ (trójkąty są podobne).



Piszemy i rozwiązujemy proporcję, wynikającą z rys. 2.

Zatem:

$\frac{8}{20} = \frac{x}{(x+9)}$ → mnożymy „na krzyż"

$8 \cdot (x+9) = 20 \cdot x$

$8x + 72 = 20x$

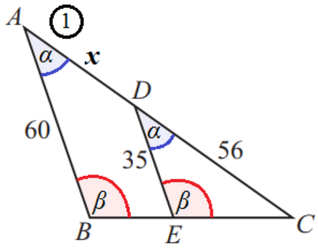
$8x - 20x = -72$

$-12x = -72 \qquad |:(-12)$

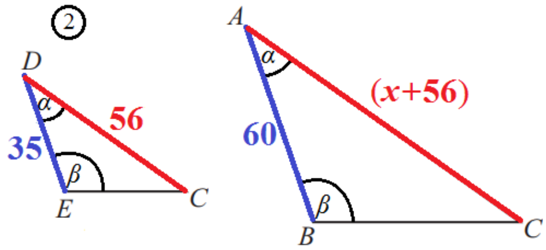
$\boldsymbol{x = 6}$

Odp. **B**

20.17.
Równoległość odcinków AB i DE sprawia, że można oznaczyć
$|\angle BAD| = |\angle EDC| = \boldsymbol{\alpha}$ oraz
$|\angle ABC| = |\angle DEC| = \boldsymbol{\beta}$ (rys. 1).



W każdym z dwóch trójkątów: ΔDEC oraz ΔABC występują kąty $\boldsymbol{\alpha}$ oraz $\boldsymbol{\beta}$, więc $\Delta DEC \sim \Delta ABC$ (trójkąty są podobne).



Piszemy i rozwiązujemy proporcję, która wynika z rys. 2. Zatem:

$$\frac{35}{60} = \frac{56}{(x+56)} \quad \rightarrow \quad \text{mnożymy „na krzyż”}$$

$$35 \cdot (x+56) = 60 \cdot 56$$

$$35x + 1960 = 3360$$

$$35x = 3360 - 1960$$

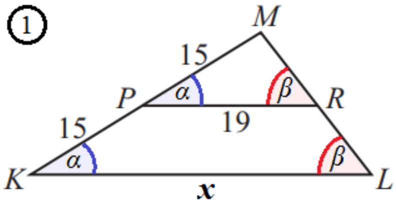
$$35x = 1400 \qquad |:35$$

$$x = \mathbf{40}$$

Odp. **B**

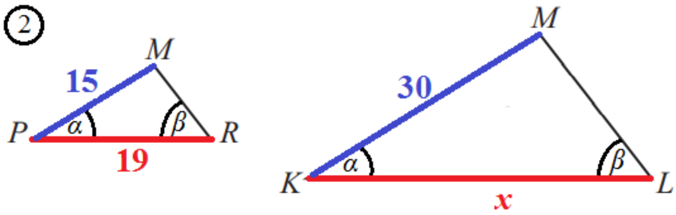
20.18.

Równoległość odcinków PR i KL sprawia, że można oznaczyć $|\angle MPR| = |\angle PKL| = \alpha$ oraz $|\angle PRM| = |\angle KLR| = \beta$ (rys. 1).



W każdym z dwóch trójkątów: ΔPRM oraz ΔKLM występują kąty α oraz β, więc $\Delta PRM \sim \Delta KLM$ (trójkąty są podobne).

Piszemy i rozwiązujemy proporcję, która wynika z rys. 2. Zatem:



$\frac{15}{30} = \frac{19}{x}$ → mnożymy „na krzyż”

$15x = 30 \cdot 19$

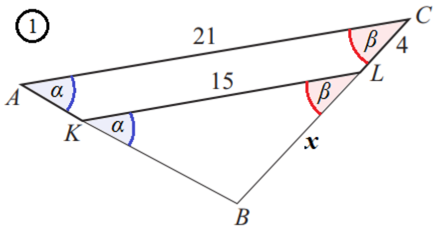
$15x = 570 \qquad |:15$

$x = 38$

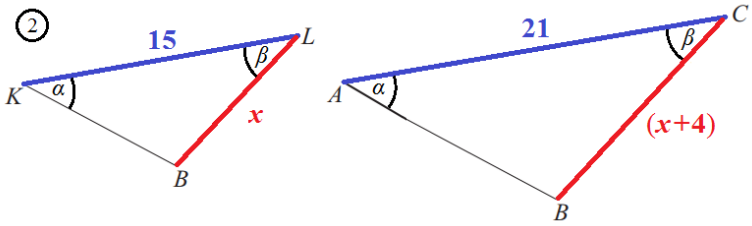
Odp. **D**

20.19.

Równoległość odcinków AC i KL sprawia, że można oznaczyć $|\angle KAC| = |\angle BKL| = \boldsymbol{\alpha}$ oraz $|\angle ACL| = |\angle KLB| = \boldsymbol{\beta}$ (rys. 1).



W każdym z dwóch trójkątów: ΔKBL oraz ΔABC występują kąty $\boldsymbol{\alpha}$ oraz $\boldsymbol{\beta}$, więc $\Delta KBL \sim \Delta ABC$ (trójkąty są podobne).



Piszemy i rozwiązujemy proporcję, która wynika z rys. 2. Zatem:

$\frac{15}{21} = \frac{x}{(x+4)}$ → mnożymy „na krzyż”

$15 \cdot (x+4) = 21 \cdot x$

$15x + 60 = 21x$

$15x - 21x = -60$

$-6x = -60 \qquad |:(-6)$

$x = 10$

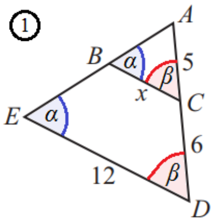
Szukana długość odcinka $|BC| = x + 4 = 10 + 4 = \mathbf{14}$.

Odp. **A**

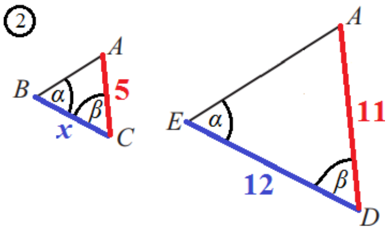
20.20.

Odcinki BC i AD, jako podstawy trapezu, są równoległe.

Ich równoległość sprawia, że można oznaczyć $|\angle ABC| = |\angle BED| = \boldsymbol{\alpha}$ oraz $|\angle ACB| = |\angle ADE| = \boldsymbol{\beta}$ (rys. 1).



W każdym z dwóch trójkątów: ΔABC oraz ΔAED występują kąty $\boldsymbol{\alpha}$ oraz $\boldsymbol{\beta}$, więc $\Delta ABC \sim \Delta AED$ (trójkąty są podobne).



Piszemy i rozwiązujemy proporcję, która wynika z rys. 2. Zatem:

$\frac{x}{12} = \frac{5}{11}$ → mnożymy „na krzyż”

$11x = 12 \cdot 5$

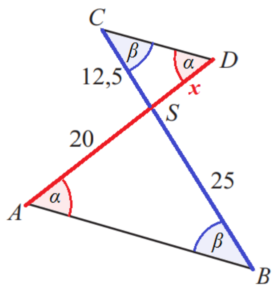
$11x = 60 \qquad |:11$

$x = \mathbf{\frac{60}{11}}$

Odp. **A**

20.21.

$\frac{20}{x}=\frac{25}{12{,}5}$ → mnożymy równanie „na krzyż”



$25x=20\cdot 12{,}5$

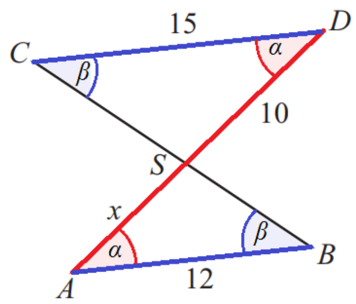
$25x=250 \qquad |:25$

$\boldsymbol{x=10}$

Odp. **C**

20.22.

$\frac{15}{12} = \frac{10}{x}$ → mnożymy równanie „na krzyż”



$15x = 12 \cdot 10$

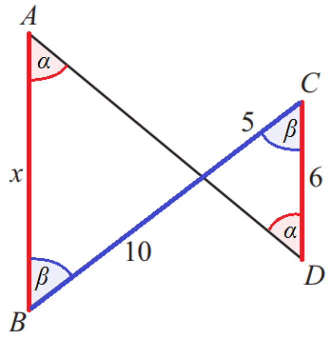
$15x = 120 \qquad |:15$

$x = 8$

Odp. **C**

20.23.

$\frac{x}{6} = \frac{10}{5}$ → mnożymy równanie „na krzyż”



$5x = 6 \cdot 10$

$5x = 60 \qquad |:5$

$\boldsymbol{x = 12}$

Odp. **B**

20.24.

Równość kątów $|\angle KPN| = |\angle KNP|$ powoduje, że ΔKNP jest równoramienny, zatem jeśli $|KN| = 3$, to również $|KP| = 3$ (rys. 1).

Wykorzystujemy kąty naprzemianległe $|\angle KNP| = |\angle PML| = \alpha$ oraz kąty wierzchołkowe $|\angle KPN| = |\angle MPL| = \alpha$ (rys. 2).

W ΔMPL są dwa równe kąty, więc ΔMPL jest równoramienny, zatem jeśli $|ML| = 12$, to również $|PL| = 12$ (rys. 2).

Oznaczając $|MP| = x$ (rys. 3), mamy proporcję wynikającą z podobieństwa $\Delta KNP \sim \Delta MLP$:

$$\frac{x}{2} = \frac{12}{3} \quad \rightarrow \quad \text{mnożymy „na krzyż”}$$

$$3x = 2 \cdot 12$$

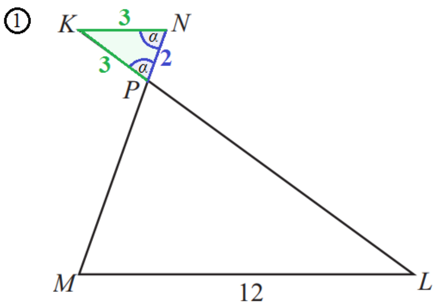
$$3x = 24 \qquad |:3$$

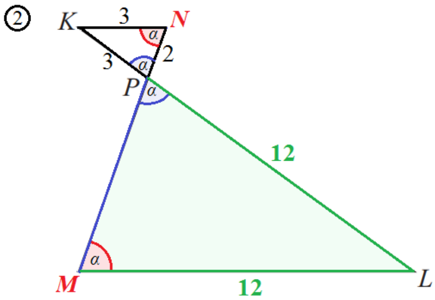
$$x = 8$$

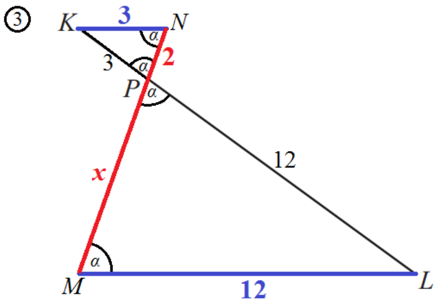
Obliczamy obwód ΔMLP:

8 + 12 + 12 = **32**.

Odp. **A**

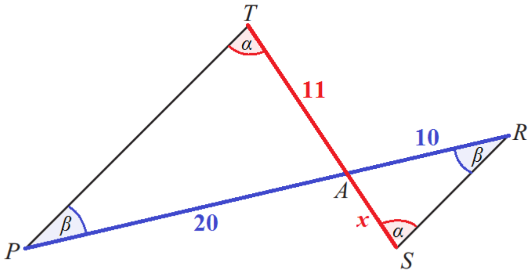






20.25.

Oznaczamy $|AS| = x$. Wówczas:



$$\frac{20}{10} = \frac{11}{x}$$ → mnożymy równanie „na krzyż"

$$20x = 10 \cdot 11$$

$$20x = 110 \qquad |:20$$

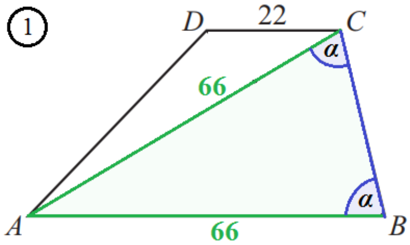
$x = 5{,}5$, więc $|AS| = 5{,}5$ → odrzucamy odpowiedzi A i B.

Liczymy $|TS| = |AT| + |AS| = 11 + 5{,}5 = 16{,}5$.

Odp. **D**

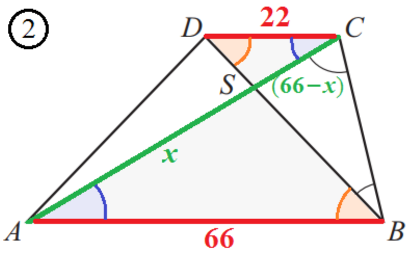
20.26.

Ze względu na równość miar kątów $|\angle ABC| = |\angle ACB|$ wiemy, że ΔABC jest równoramienny, więc jeśli **$|AB| = 66$**, to również **$|AC| = 66$** (rys. 1).



Oznaczmy szukaną długość **$|AS| = x$**.

Ponieważ $\underbrace{|AS|}_{x} + |SC| = \underbrace{|AC|}_{66}$, to $x + |SC| = 66$ czyli $|SC| = $ **$66 - x$** (rys. 2).

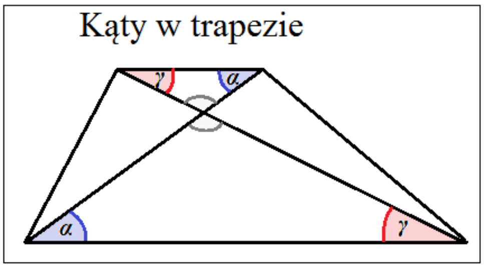


Z podobieństwa trójkątów $\Delta ABS \sim \Delta CDS$ wynika równanie $\frac{x}{(66-x)} = \frac{66}{22}$, które rozwiązujemy:

$\frac{x}{(66-x)} = \frac{66}{22}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

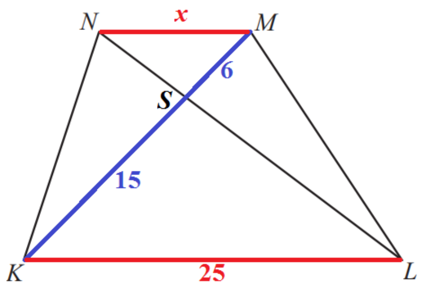
$$22x = 66 \cdot (66 - x)$$
$$22x = 4356 - 66x$$
$$22x + 66x = 4356$$
$$88x = 4356 \qquad |:88$$
$$\boldsymbol{x = 49{,}5}$$

Odp. **A**



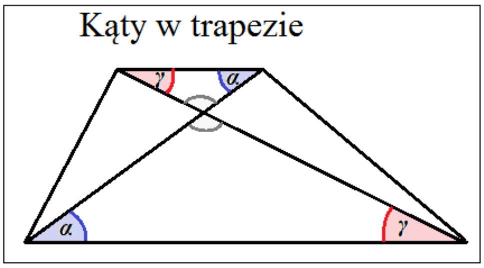
20.27.

Oznaczmy szukaną długość $|NM| = x$ oraz punkt przecięcia przekątnych trapezu jako S.



Z podobieństwa trójkątów $\Delta KLS \sim \Delta MNS$ wynika równanie $\frac{15}{6} = \frac{25}{x}$, które rozwiązujemy:

$\frac{15}{6} = \frac{25}{x}$ → mnożymy równanie „na krzyż”



$15x = 6 \cdot 25$

$15x = 150 \qquad |:15$

$\boldsymbol{x = 10}$

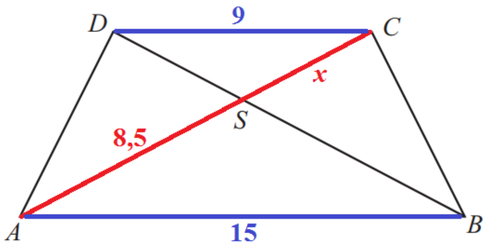
Odp. **B**

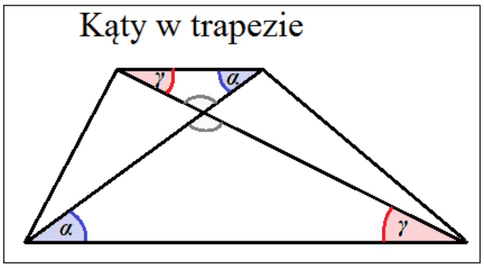
20.28.

Oznaczmy szukaną długość $|CS| = x$.

Z podobieństwa trójkątów $\Delta ABS \sim \Delta CDS$ wynika równanie $\frac{15}{9} = \frac{8,5}{x}$, które rozwiązujemy:

$\frac{15}{9} = \frac{8,5}{x}$ → mnożymy równanie „na krzyż”



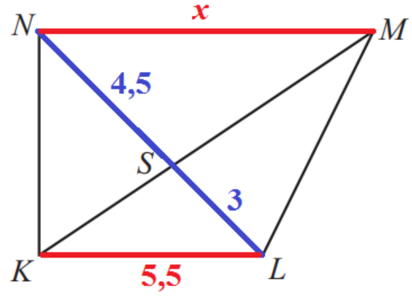


$15x = 9 \cdot 8,5$
$15x = 76,5 \qquad |:15$
$x = 5,1$

Odp. **A**

20.29.

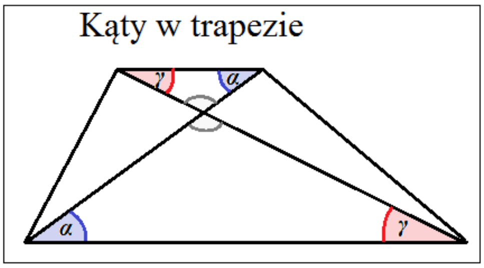
Oznaczmy szukaną długość $|NM| = x$.



Z podobieństwa trójkątów $\Delta KLS \sim \Delta MNS$ wynika równanie $\frac{x}{5{,}5} = \frac{4{,}5}{3}$, które rozwiązujemy:

$\frac{x}{5{,}5} = \frac{4{,}5}{3}$ → mnożymy równanie „na krzyż"

$$3x = 5{,}5 \cdot 4{,}5$$
$$3x = 24{,}75 \qquad |:3$$
$$x = 8{,}25 = \mathbf{8\frac{1}{4}}.$$



Odp. **D**

20.30.

Oznaczmy nieznaną długość podstawy $|DC| = x$.

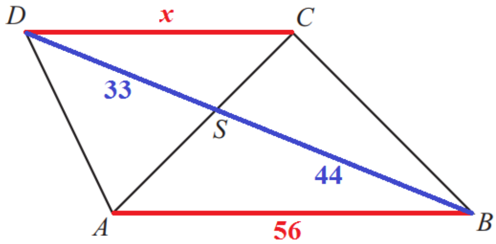
Z podobieństwa trójkątów $\Delta ABS \sim \Delta CDS$ wynika równanie $\frac{x}{56} = \frac{33}{44}$, które rozwiązujemy:

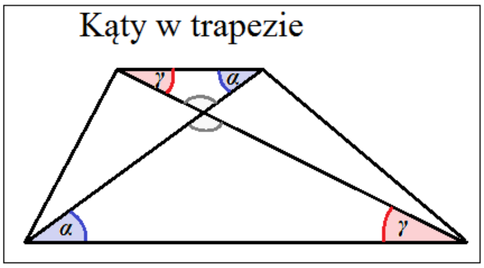
$\frac{x}{56} = \frac{33}{44}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$$44x = 56 \cdot 33$$
$$44x = 1848 \qquad |:44$$
$x = 42$, czyli $|DC| = 42$.

Wówczas suma $|AB| + |DC| = 56 + 42 = \mathbf{98}$.

Odp. **C**





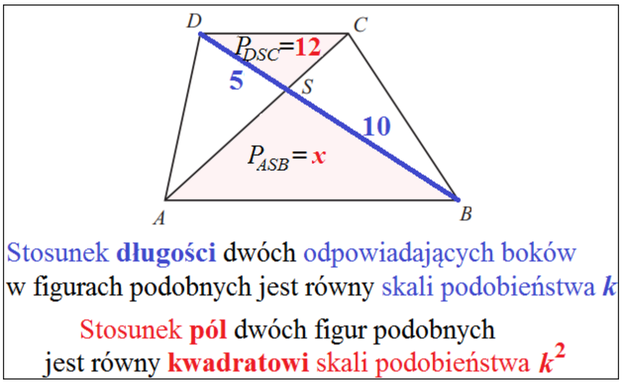
20.31.

Piszemy proporcję:

$$\underbrace{\frac{5}{10}}_{k}=\underbrace{\frac{12}{x}}_{k^2}$$

W ten sposób mamy $\boldsymbol{k} = \boldsymbol{k^2}$
(równość fałszywa).

Należy lewą stronę **podnieść do kwadratu**, aby mieć równość prawdziwą $\boldsymbol{k^2} = \boldsymbol{k^2}$.



Zatem $\underbrace{\left(\frac{5}{10}\right)^2}_{k^2}=\underbrace{\frac{12}{x}}_{k^2}$. Dopiero teraz rozwiązujemy równanie:

$$\left(\frac{5}{10}\right)^2=\frac{12}{x}$$

$\frac{25}{100}=\frac{12}{x}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$$25x=100\cdot 12$$

$25x=1200$ $\quad |:25$

$\boldsymbol{x = 48}$

Odp. **C**

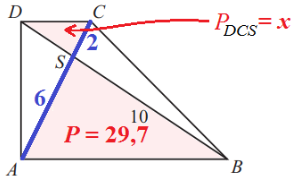
20.32.

Piszemy proporcję:

$$\underbrace{\frac{2}{6}}_{k} = \underbrace{\frac{x}{29{,}7}}_{k^2}$$

W ten sposób mamy $k = k^2$ (równość fałszywa).

Należy lewą stronę **podnieść do kwadratu**, aby mieć równość prawdziwą $k^2 = k^2$.



Stosunek **długości** dwóch odpowiadających boków w figurach podobnych jest równy skali podobieństwa k

Stosunek **pól** dwóch figur podobnych jest równy **kwadratowi** skali podobieństwa k^2

Zatem $\underbrace{\left(\frac{2}{6}\right)^2}_{k^2} = \underbrace{\frac{x}{29{,}7}}_{k^2}$. Dopiero teraz rozwiązujemy równanie:

$$\left(\frac{2}{6}\right)^2 = \frac{x}{29{,}7}$$

$$\frac{4}{36} = \frac{x}{29{,}7} \quad \rightarrow \quad \text{mnożymy równanie „na krzyż”}$$

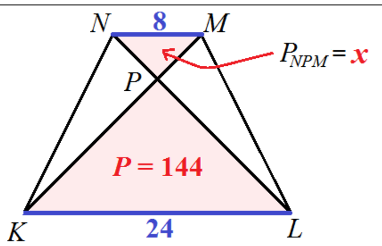
$$36x = 4 \cdot 29{,}7$$

$$36x = 118{,}8 \qquad |:36$$

$$x = 3{,}3$$

Odp. **C**

20.33.



Stosunek **długości** dwóch odpowiadających boków w figurach podobnych jest równy skali podobieństwa k

Stosunek **pól** dwóch figur podobnych jest równy **kwadratowi** skali podobieństwa k^2

Piszemy proporcję:

$$\underbrace{\frac{8}{24}}_{k} = \underbrace{\frac{x}{144}}_{k^2}$$

W ten sposób mamy $k = k^2$
(równość fałszywa).

Należy lewą stronę **podnieść do kwadratu**, aby mieć równość prawdziwą $k^2 = k^2$.

Zatem $\underbrace{\left(\frac{8}{24}\right)^2}_{k^2} = \underbrace{\frac{x}{144}}_{k^2}$. Dopiero teraz rozwiązujemy równanie:

$$\left(\frac{8}{24}\right)^2 = \frac{x}{144}$$

$$\frac{64}{576} = \frac{x}{144}$$ → mnożymy równanie „na krzyż”

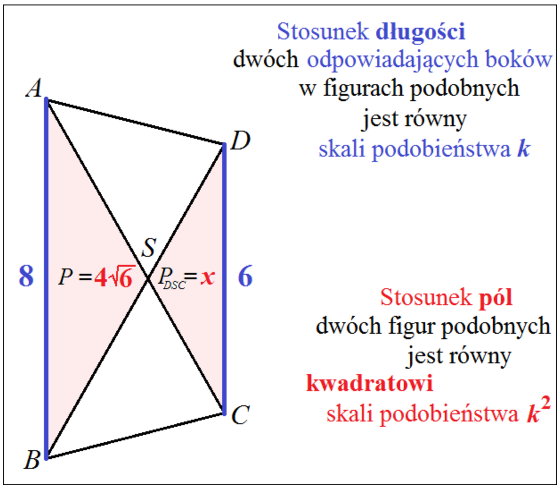
$$576x = 64 \cdot 144$$

$$576x = 9216 \qquad |:576$$

$$x = 16$$

Odp. **A**

20.34.



Piszemy proporcję:

$$\underbrace{\frac{8}{6}}_{k} = \underbrace{\frac{4\sqrt{6}}{x}}_{k^2}$$

W ten sposób mamy $k = k^2$
(równość fałszywa).

Należy lewą stronę **podnieść do kwadratu**, aby mieć równość prawdziwą $k^2 = k^2$.

Zatem $\underbrace{\left(\frac{8}{6}\right)^2}_{k^2} = \underbrace{\frac{4\sqrt{6}}{x}}_{k^2}$. Dopiero teraz rozwiązujemy równanie:

$$\left(\frac{8}{6}\right)^2 = \frac{4\sqrt{6}}{x}$$

$$\frac{64}{36} = \frac{4\sqrt{6}}{x}$$ → mnożymy równanie „na krzyż"

$$64x = 36 \cdot 4\sqrt{6}$$

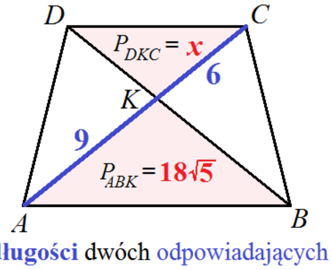
$$64x = 144\sqrt{6} \qquad |:64$$

$$x = \frac{144\sqrt{6}}{64} = \frac{72\sqrt{6}}{32} = \frac{36\sqrt{6}}{16} = \frac{18\sqrt{6}}{8} = \frac{9\sqrt{6}}{4} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}}\sqrt{\mathbf{6}}.$$

Odp. **B**

20.35.

Piszemy proporcję:



Stosunek **długości** dwóch odpowiadających boków w figurach podobnych jest równy skali podobieństwa ***k***

Stosunek **pól** dwóch figur podobnych jest równy **kwadratowi** skali podobieństwa k^2

$$\underbrace{\frac{9}{6}}_{k} = \underbrace{\frac{18\sqrt{5}}{x}}_{k^2}$$

W ten sposób mamy $\boldsymbol{k} = \boldsymbol{k^2}$
(równość fałszywa).

Należy lewą stronę **podnieść do kwadratu**, aby mieć równość prawdziwą $\boldsymbol{k^2} = \boldsymbol{k^2}$.

Zatem $\underbrace{\left(\frac{9}{6}\right)^2}_{k^2} = \underbrace{\frac{18\sqrt{5}}{x}}_{k^2}$. Dopiero teraz rozwiązujemy równanie:

$$\left(\frac{9}{6}\right)^2 = \frac{18\sqrt{5}}{x}$$

$$\frac{81}{36} = \frac{18\sqrt{5}}{x}$$ → mnożymy równanie „na krzyż”

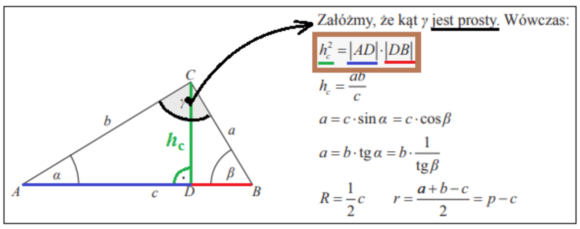
$$81x = 36 \cdot 18\sqrt{5}$$

$$81x = 648\sqrt{5} \qquad |:81$$

$$x = \mathbf{8\sqrt{5}}$$

Odp. **C**

20.36.
Do obliczenia $\boldsymbol{x}$ wykorzystujemy własność $\mathbf{4^2} = \boldsymbol{x} \cdot \mathbf{2}\boldsymbol{x}$ która wynika z **karty wzorów** (na końcu str. 8).



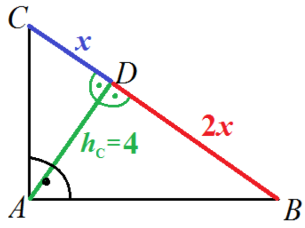
$4^2 = x \cdot 2x$

$16 = 2x^2 \qquad |:2$

$x^2 = 8 \qquad |\sqrt{8}$

$x = \sqrt{8}$

$x = \mathbf{2\sqrt{2}}$



Z tw. Pitagorasa w ΔADC i ΔADB liczymy szukane $|AB|$, $|AC|$.

$4^2 + (2\sqrt{2})^2 = |AC|^2$

$16 + 8 = |AC|^2$

$|AC|^2 = 24 \qquad |\sqrt{\ }$

$|AC| = \sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = \mathbf{2\sqrt{6}}$

$4^2 + (4\sqrt{2})^2 = |AB|^2$

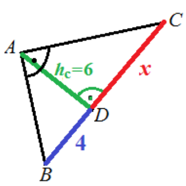
$16 + 32 = |AB|^2$

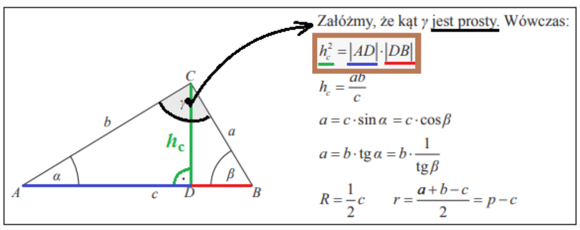
$|AB|^2 = 48 \qquad |\sqrt{\ }$

$|AB| = \sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \mathbf{4\sqrt{3}}$

Odp. **A**

20.37.
Do obliczenia ***x*** wykorzystujemy





własność $6^2 = 4 \cdot x$ która wynika
z **karty wzorów** (na końcu str. 8).

$6^2 = 4 \cdot x$

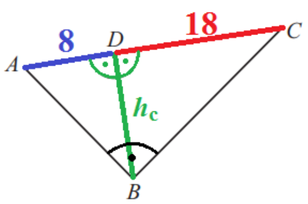
$36 = 4x \qquad |:4$

$x = 9$

Odp. **B**

20.38.

Wykorzystujemy własność
$h_c^2 = 8 \cdot 18$ która wynika
z **karty wzorów** (na końcu str. 8).

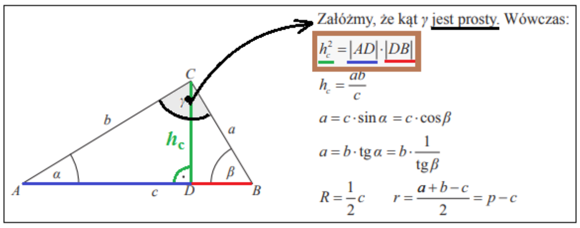


$h_c^2 = 8 \cdot 18$

$h_c^{\ 2} = 8 \cdot 18$

$h_c^{\ 2} = 144$

$h_c = 12$, więc $|BD| = 12$

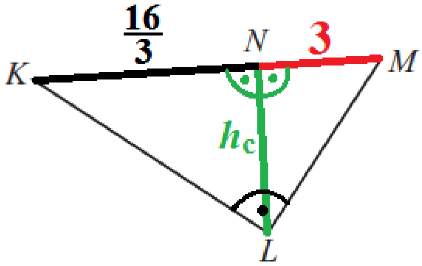


Odp. **A**

20.39.

Wykorzystujemy własność

$h_c^2 = \frac{16}{3} \cdot 3$ która wynika

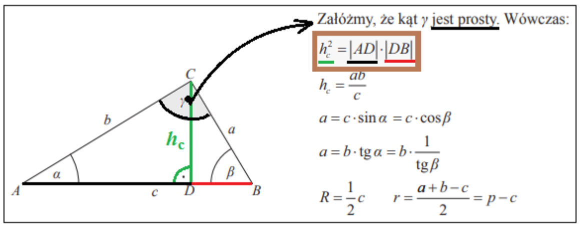


z **karty wzorów** (na końcu str. 8).

$\boldsymbol{h_c}^2 = \dfrac{\mathbf{16}}{\mathbf{3}} \cdot \mathbf{3}$

$h_c^{\ 2} = 16$

$\boldsymbol{h_c} = \mathbf{4}$, więc $|NL| = \mathbf{4}$



Z tw. Pitagorasa w ΔNML:

$\mathbf{4}^2 + \mathbf{3}^2 = |ML|^2$

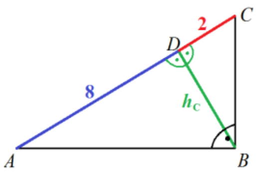
$16 + 9 = |ML|^2$

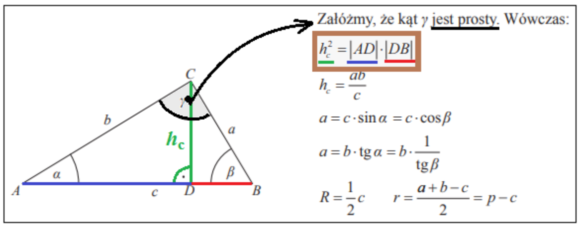
$|ML|^2 = 25 \qquad \to \qquad |ML| = \mathbf{5}$.

Odp. **D**

20.40.

Wykorzystujemy własność
$\boldsymbol{h_c}^2 = \mathbf{8} \cdot \mathbf{2}$ która wynika
z **karty wzorów**
(na końcu str. 8).





$h_c^2 = 8 \cdot 2$

$h_c^{\ 2} = 8 \cdot 2$

$h_c^{\ 2} = 16$

$h_c = 4$, więc $|BD| = 4$

Odp. **C**

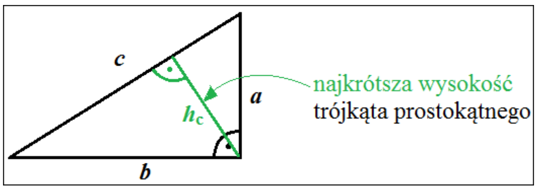
20.41.

Wykonujemy rysunek (rys. 1). Z tw. Pitagorasa obliczamy brakujący bok:

$a^2 + 20^2 = 25^2$

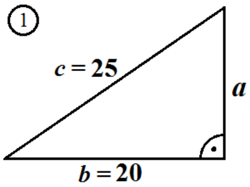
$a^2 + 400 = 625$

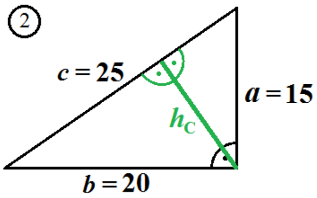
$a^2 = 225 \qquad | \sqrt{\ }$

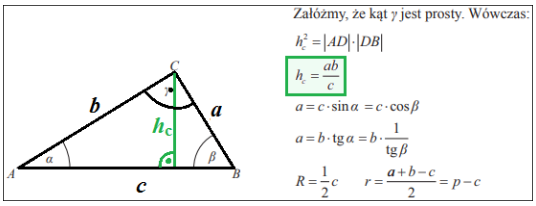


$a = \mathbf{15}$.

Zaznaczamy najkrótszą wysokość trójkąta (rys. 2)







Korzystamy z **karty wzorów** (str. 8).

$$h_c = \frac{a \cdot b}{c} = \frac{15 \cdot 20}{25} = \mathbf{12}.$$

Odp. **B**

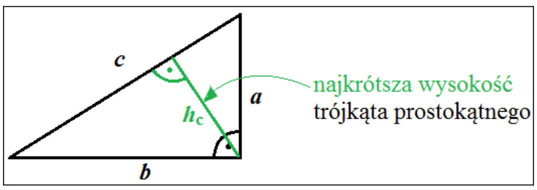
20.42.

Wykonujemy rysunek (rys. 1). Z tw. Pitagorasa obliczamy brakujący bok:

$$3^2 + 4^2 = c^2$$

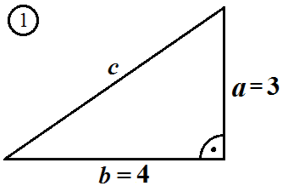
$$9 + 16 = c^2$$

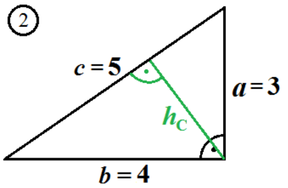
$$c^2 = 25 \qquad | \sqrt{\ }$$

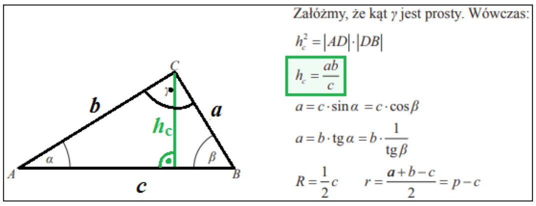


$c = \mathbf{5}$.

Zaznaczamy najkrótszą wysokość trójkąta (rys. 2)







Korzystamy z **karty wzorów** (str. 8).

$$h_c = \frac{a \cdot b}{c} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \mathbf{2{,}4}.$$

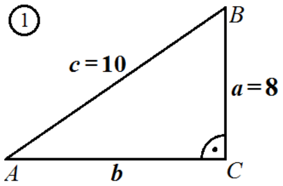
Odp. **D**

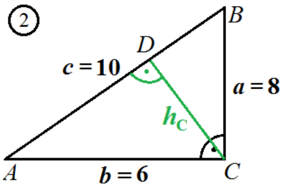
20.43.

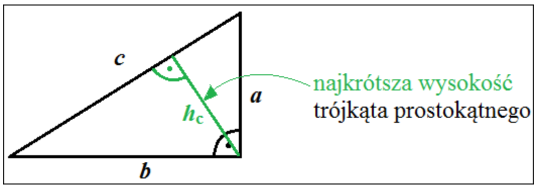
Wykonujemy rysunek (rys. 1). Z tw. Pitagorasa obliczamy brakujący bok:

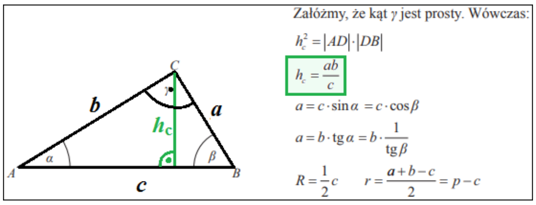
$$8^2 + b^2 = 10^2$$
$$64 + b^2 = 100$$
$$b^2 = 100 - 64$$
$$b^2 = 36 \qquad | \sqrt{}$$
$$b = \mathbf{6}.$$

Zaznaczamy wysokość *CD* trójkąta (rys. 2).









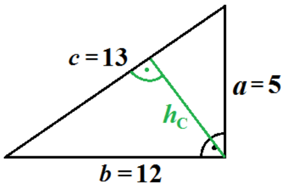
Korzystamy z **karty wzorów** (str. 8).

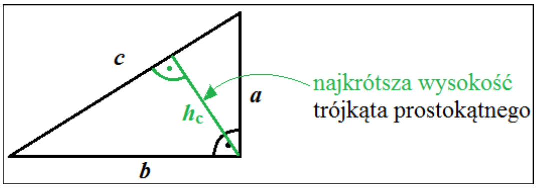
$$|CD| = h_c = \frac{a \cdot b}{c} = \frac{8 \cdot 6}{10} = \frac{48}{10} = \frac{\mathbf{24}}{\mathbf{5}}.$$

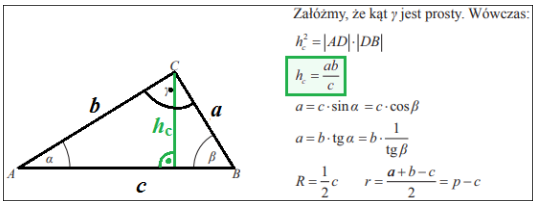
Odp. **A**

20.44.

Wykonujemy rysunek i zaznaczamy najkrótszą wysokość trójkąta.





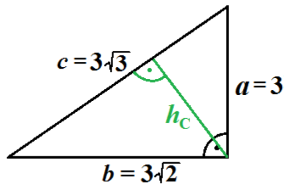


Korzystamy z **karty wzorów** (str. 8).

$$h_c = \frac{a \cdot b}{c} = \frac{5 \cdot 12}{13} = \mathbf{\frac{60}{13}}.$$

Odp. **D**

20.45.
Wykonujemy rysunek i zaznaczamy najkrótszą wysokość trójkąta.



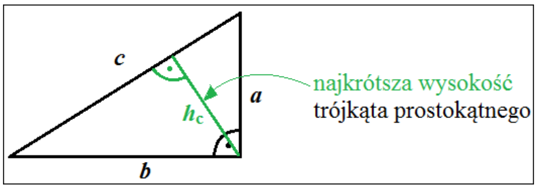
Korzystamy z **karty wzorów** (str. 8).

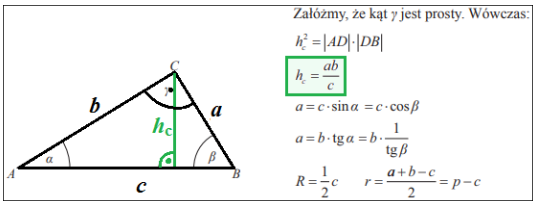
$$h_c = \frac{a \cdot b}{c} = \frac{3 \cdot 3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

Usuwamy niewymierność z mianownika:

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2 \cdot 3}}{3} = \frac{3\sqrt{6}}{3} = \mathbf{\sqrt{6}}.$$

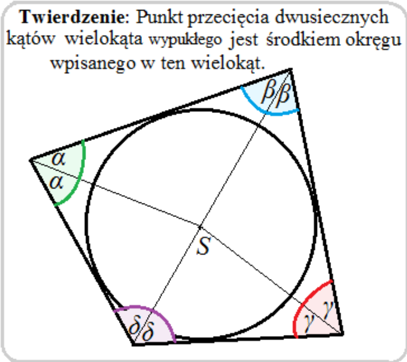
Odp. **C**

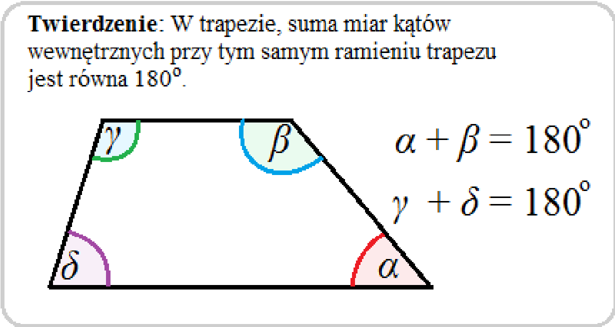


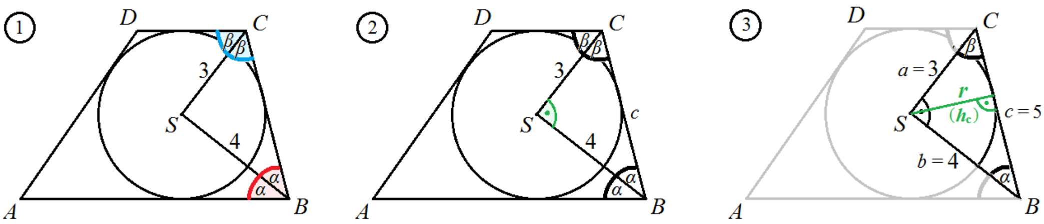


20.46.

Korzystamy z poniższych twierdzeń:







Z rys. 1 wynika, że $2\alpha+2\beta=180^\circ$. Dzieląc stronami przez 2, mamy $\alpha+\beta=90^\circ$.
Z sumy miar kątów w ΔCSB wynika, że $\underbrace{\alpha+\beta}_{90^\circ}+|\angle CSB|=180^\circ$, więc $|\angle CSB|=\mathbf{90^\circ}$ (rys. 2).

Z tw. Pitagorasa w ΔCSB:

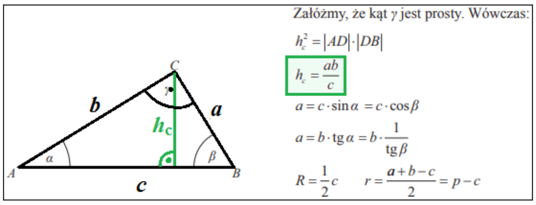
$3^2+4^2=c^2$

$9+16=c^2$

$c^2=25 \qquad |\sqrt{\ }$

$\boldsymbol{c=5}$.

Promień okręgu wpisanego w trapez $ABCD$ jest najkrótszą wysokością w ΔCSB.

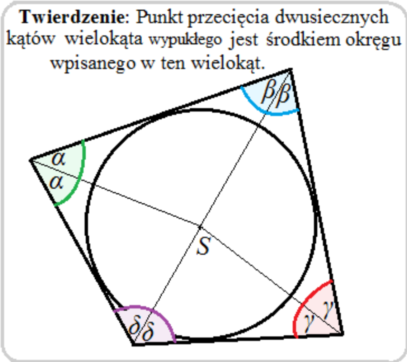


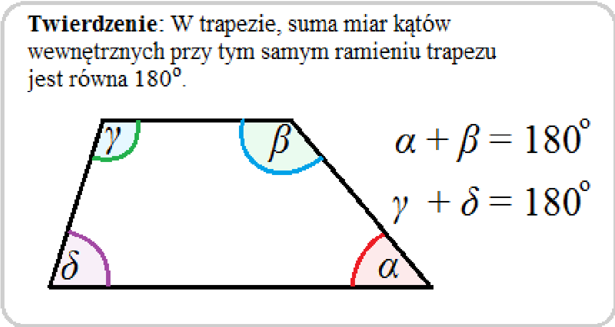
Korzystamy z **karty wzorów** (str. 8):

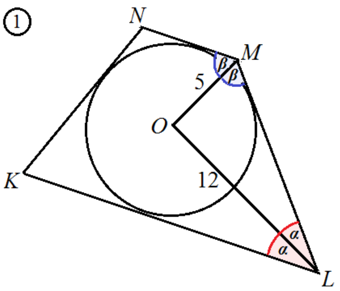
$h_c=\dfrac{a\cdot b}{c}=\dfrac{3\cdot 4}{5}=\mathbf{2{,}4}$, zatem $\boldsymbol{r}=\mathbf{2{,}4}$ (rys. 3).

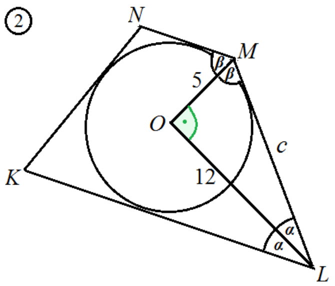
Odp. **A**

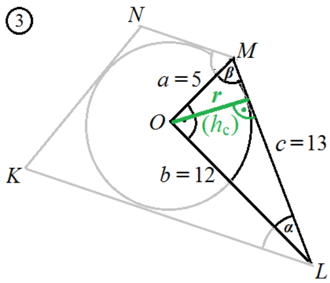
20.47.
Korzystamy z poniższych twierdzeń:











Z rys. 1 wynika, że $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$. Dzieląc stronami przez 2, mamy $\alpha + \beta = 90^\circ$.

Z sumy miar kątów w ΔMOL wynika, że $\underbrace{\alpha + \beta}_{90^\circ} + |\angle MOL| = 180^\circ$, więc $|\angle MOL| = \mathbf{90^\circ}$ (rys. 2).

Z tw. Pitagorasa w ΔMOL:

$5^2 + 12^2 = c^2$

$25 + 144 = c^2$

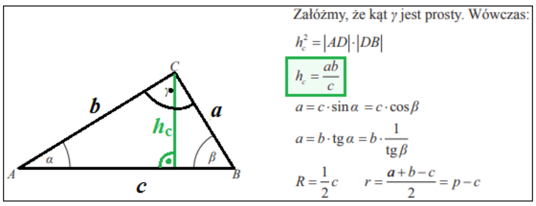
$c^2 = 169 \qquad |\sqrt{\ }$

$\boldsymbol{c = 13}$.

Promień okręgu wpisanego w trapez $KLMN$ jest najkrótszą wysokością w ΔMOL.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 8):

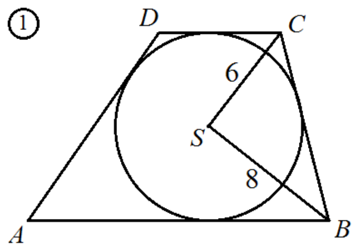
$h_c = \dfrac{a \cdot b}{c} = \dfrac{5 \cdot 12}{13} = \dfrac{\mathbf{60}}{\mathbf{13}}$, zatem $\boldsymbol{r} = \dfrac{\mathbf{60}}{\mathbf{13}}$ (rys. 3).



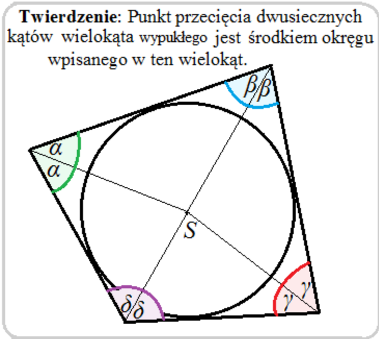
Odp. **B**

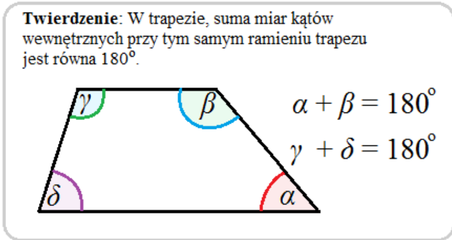
20.48.

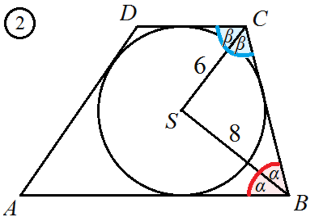
Rysujemy przykładowy trapez spełniający warunki zadania (rys. 1).

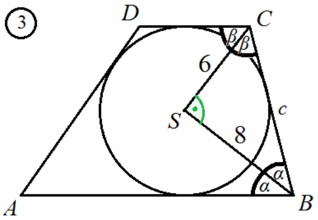


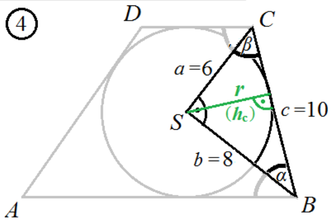
Korzystamy z poniższych twierdzeń:











Z rys. 2 wynika, że $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$. Dzieląc stronami przez 2, mamy $\alpha + \beta = 90^\circ$.

Z sumy miar kątów w ΔCSB wynika, że $\underbrace{\alpha + \beta}_{90^\circ} + |\angle CSB| = 180^\circ$, więc $|\angle CSB| = \mathbf{90^\circ}$ (rys. 3).

Z tw. Pitagorasa w ΔCSB:

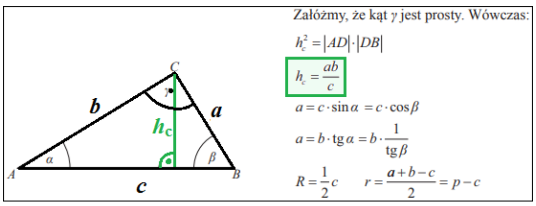
$6^2 + 8^2 = c^2$

$36 + 64 = c^2$

$c^2 = 100 \qquad | \sqrt{\ }$

$\boldsymbol{c = 10}$.

Promień okręgu wpisanego w trapez $ABCD$ jest najkrótszą wysokością w ΔCSB (rys. 4).



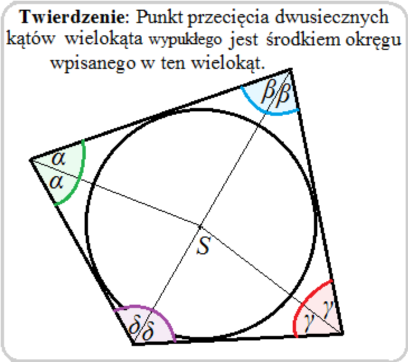
Korzystamy z **karty wzorów** (str. 8):

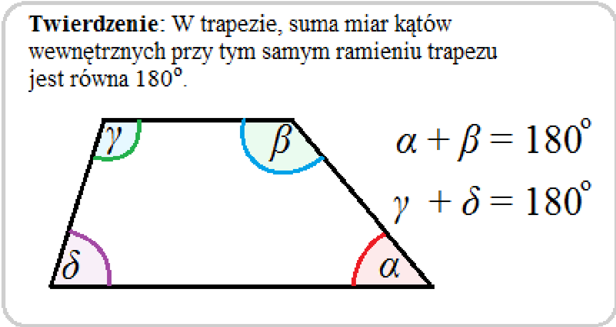
$h_c = \frac{a \cdot b}{c} = \frac{6 \cdot 8}{10} = \mathbf{4{,}8}$, zatem $\boldsymbol{r} = \mathbf{4{,}8}$.

Odp. **C**

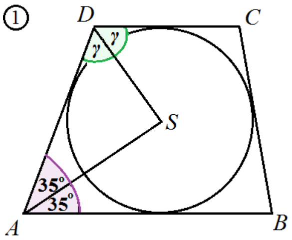
20.49.

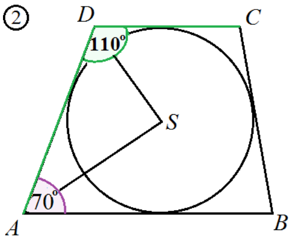
Korzystamy z poniższych twierdzeń:





Jeśli $|\angle SAB| = $ **35°**, to $|\angle DAS| = $ **35°**. Tak samo, miary kątów $|\angle ADS| = |\angle SDC|$ (rys. 1).





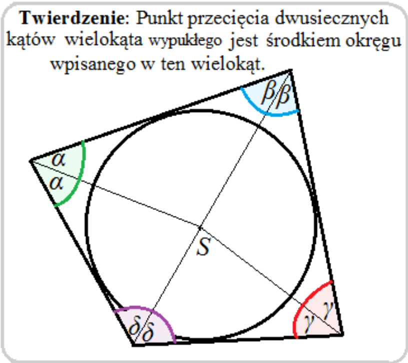
Z rysunku 1 wynika również równanie $35° + 35° + \gamma + \gamma = 180°$, z którego $\gamma = 55°$.

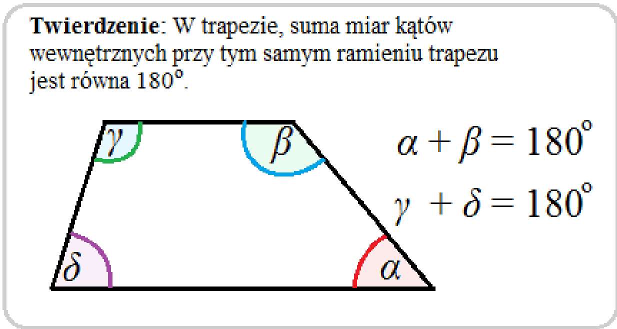
Zatem $|\angle ADC| = 2\gamma = 2 \cdot 55° = $ **110°** (rys. 2).

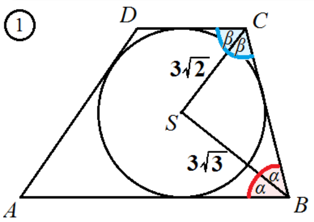
Odp. **A**

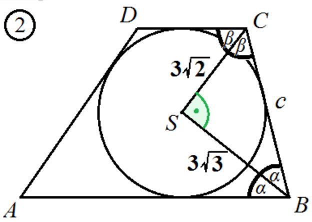
20.50.

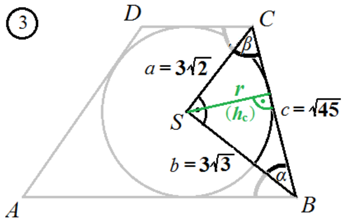
Korzystamy z poniższych twierdzeń:











Z rys. 1 wynika, że $2\alpha+2\beta=180^\circ$. Dzieląc stronami przez 2, mamy $\alpha+\beta=90^\circ$.

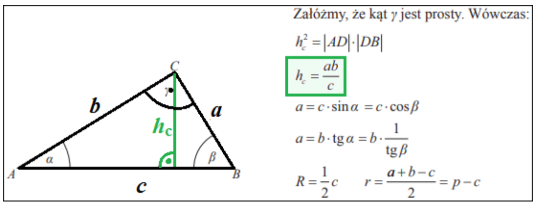
Z sumy miar kątów w ΔCSB wynika, że $\underbrace{\alpha+\beta}_{90^\circ}+|\angle CSB|=180^\circ$, więc $|\angle CSB|=\mathbf{90^o}$ (rys. 2).

Z tw. Pitagorasa w ΔCSB:

$(3\sqrt{2})^2+(3\sqrt{3})^2=c^2 \quad\to\quad 9\cdot 2+9\cdot 3=c^2 \quad\to\quad 18+27=c^2 \quad\to\quad c^2=45$, więc $c=\sqrt{\mathbf{45}}$.

Promień okręgu wpisanego w trapez $ABCD$ jest najkrótszą wysokością w ΔCSB (rys. 3).

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 8):



$$h_c=\frac{a\cdot b}{c}=\frac{3\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{3}}{\sqrt{45}}=\frac{3\cdot 3\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{15}},$$

pierwiastki $\sqrt{3}$ się skracają, zatem:

$$h_c=\frac{a\cdot b}{c}=\frac{3\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{3}}{\sqrt{45}}=\frac{3\cdot 3\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{15}}=\frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{15}},$$

usuwamy niewymierność z mianownika, więc $\frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{15}}\cdot\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}}=\frac{9\sqrt{30}}{15}=\mathbf{\frac{3\sqrt{30}}{5}}$.

Odp. **B**