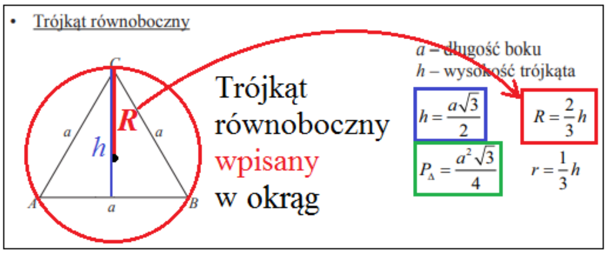
22.1.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).
Z treści zadania (warunek o średnicy) wynika, że $2R = 8$, więc promień $\boldsymbol{R = 4}$.



Dla $R = 4$ korzystamy ze wzoru $R = \frac{2}{3}h$, wyliczając $\boldsymbol{h}$. Zatem:

$$4 = \frac{2}{3}h \qquad |\cdot 3$$

$$\mathbf{3}\cdot 4 = \mathbf{3}\cdot \frac{2}{3}h$$

$$12 = 2h \qquad |:2$$

$$\mathbf{6} = \boldsymbol{h}$$

Dla $h = 6$ korzystamy ze wzoru $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, wyliczając $\boldsymbol{a}$. Zatem:

$$6 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad |\cdot 2$$

$$\mathbf{2}\cdot 6 = \mathbf{2}\cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$12 = a\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$\frac{\mathbf{12}}{\sqrt{\mathbf{3}}} = a$$

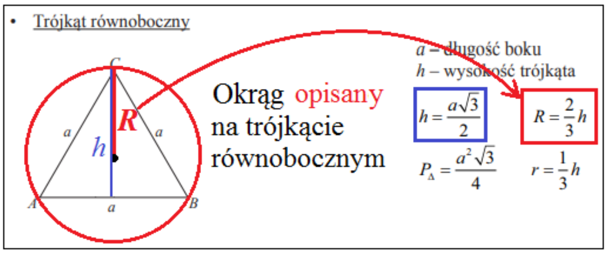
Obliczamy pole trójkąta, korzystając ze wzoru $P_\Delta = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Zatem:

$$P_\Delta = \frac{\left(\frac{12}{\sqrt{3}}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\frac{144}{3}\cdot\sqrt{3}}{4} = \frac{48\cdot\sqrt{3}}{4} = \frac{48\sqrt{3}}{4} = \mathbf{12\sqrt{3}}\,.$$

Odp. **B**

22.2.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).
Z treści zadania (warunek o promieniu) wynika, że $\boldsymbol{R = 6}$.



Dla $R = 6$ korzystamy ze wzoru $R = \frac{2}{3}h$, wyliczając $\boldsymbol{h}$. Zatem:

$$6 = \frac{2}{3}h \qquad |\cdot 3$$

$$\mathbf{3} \cdot 6 = \mathbf{3} \cdot \frac{2}{3}h$$

$$18 = 2h \qquad |:2$$

$$\mathbf{9} = \boldsymbol{h}$$

Dla $h = 9$ korzystamy ze wzoru $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, wyliczając $\boldsymbol{a}$. Zatem:

$$9 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad |\cdot 2$$

$$\mathbf{2} \cdot 9 = \mathbf{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$18 = a\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$\frac{\mathbf{18}}{\sqrt{\mathbf{3}}} = a$$

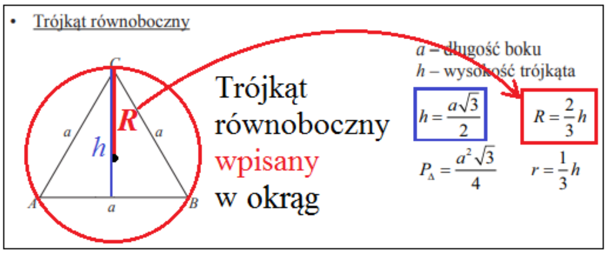
Obwód trójkąta równobocznego wynosi $\mathbf{3}\boldsymbol{a}$. Zatem:

$3a = 3 \cdot \frac{18}{\sqrt{3}} = \frac{3 \cdot 18}{\sqrt{3}} = \frac{54}{\sqrt{3}}$. Usuwamy niewymierność z mianownika:

$$\frac{54}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{54\sqrt{3}}{3} = \mathbf{18\sqrt{3}}.$$

Odp. **A**

22.3.
Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).
Z treści zadania (warunek o średnicy) wynika, że $2R = 6$, więc promień $\boldsymbol{R = 3}$.



Dla $R = 3$ korzystamy ze wzoru $R = \frac{2}{3}h$, wyliczając $\boldsymbol{h}$. Zatem:

$$3 = \frac{2}{3}h \qquad |\cdot 3$$

$$\mathbf{3} \cdot 3 = \mathbf{3} \cdot \frac{2}{3}h$$

$$9 = 2h \qquad |:2$$

$$\mathbf{4{,}5} = \boldsymbol{h}$$

Dla $h = 4{,}5$ korzystamy ze wzoru $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, wyliczając $\boldsymbol{a}$. Zatem:

$$4{,}5 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad |\cdot 2$$

$$\mathbf{2} \cdot 4{,}5 = \mathbf{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$9 = a\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

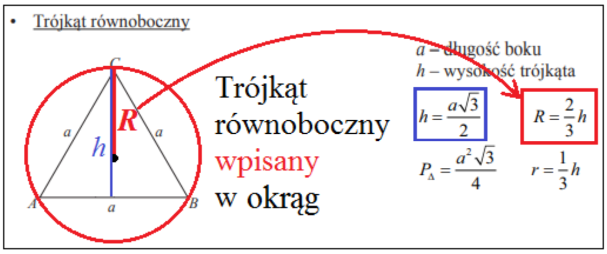
$$\frac{\mathbf{9}}{\sqrt{\mathbf{3}}} = a$$

Usuwamy niewymierność z mianownika, więc $a = \frac{9}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = \mathbf{3\sqrt{3}}$.

Odp. **A**

22.4.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).
Z treści zadania (warunek o promieniu) wynika, że $\boldsymbol{R} = 3\sqrt{2}$.



Dla $R = 3\sqrt{2}$ korzystamy ze wzoru $R = \frac{2}{3}h$, wyliczając $\boldsymbol{h}$. Zatem:

$$3\sqrt{2} = \frac{2}{3}h \qquad |\cdot 3$$

$$\mathbf{3}\cdot 3\sqrt{2} = \mathbf{3}\cdot\frac{2}{3}h$$

$$9\sqrt{2} = 2h \qquad |:2$$

$$\frac{\mathbf{9\sqrt{2}}}{\mathbf{2}} = \boldsymbol{h}$$

Dla $h = \frac{9\sqrt{2}}{2}$ korzystamy ze wzoru $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, wyliczając $\boldsymbol{a}$. Zatem:

$$\frac{9\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$$2\cdot a\sqrt{3} = 2\cdot 9\sqrt{2}$$

$$2a\sqrt{3} = 18\sqrt{2} \qquad |:2$$

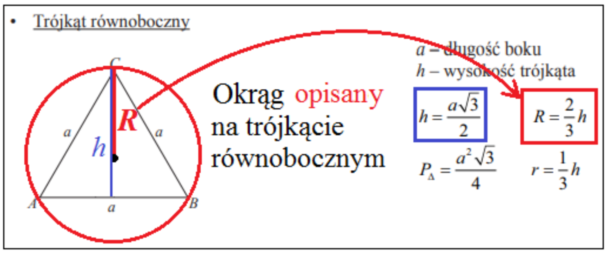
$$a\sqrt{3} = 9\sqrt{2} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$a = \frac{\mathbf{9\sqrt{2}}}{\mathbf{\sqrt{3}}}$$

Usuwamy niewymierność z mianownika, więc $a = \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{6}}{3} = \mathbf{3\sqrt{6}}$.

Odp. **D**

22.5.



Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).
Z treści zadania (warunek o średnicy)
wynika, że $\mathbf{2R =}\ 5\sqrt{6}$, więc $\boldsymbol{R} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$.

Dla $R = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ korzystamy ze wzoru $R = \frac{2}{3}h$,
wyliczając ***h***. Zatem:

$$\frac{5\sqrt{6}}{2} = \frac{2}{3}h$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{2} = \frac{2h}{3}$$

Mnożymy równanie „na krzyż”:

$$2 \cdot 2h = 5\sqrt{6} \cdot 3$$

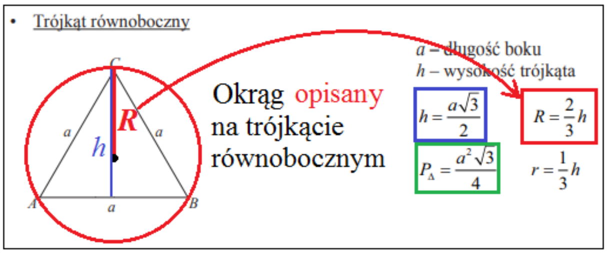
$$4h = 15\sqrt{6} \qquad |:4$$

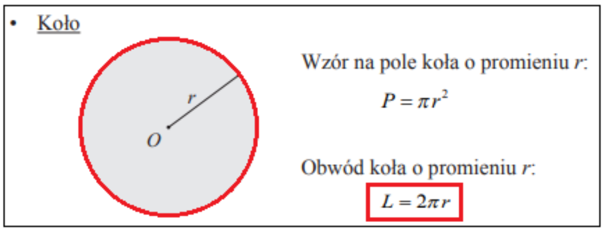
$$\boldsymbol{h} = \frac{\mathbf{15\sqrt{6}}}{\mathbf{4}}$$

Odp. **C**

22.6.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9 i 10).





Znając pole trójkąta $P_{\Delta}=6\sqrt{3}$, wzór $P_{\Delta}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ pozwoli obliczyć **bok trójkąta**, czyli $\boldsymbol{a}$. Zatem:

$$6\sqrt{3}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad |\cdot 4$$

$$\mathbf{4}\cdot 6\sqrt{3}=\mathbf{4}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$24\sqrt{3}=a^2\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$24=a^2 \qquad |\sqrt{\ }$$

$$\sqrt{24}=a$$

$$a=\sqrt{24}=\sqrt{4\cdot 6}=\mathbf{2\sqrt{6}}.$$

Dla $a=\mathbf{2\sqrt{6}}$ korzystamy ze wzoru $\boldsymbol{h}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, zatem:

$$h=\frac{\mathbf{2\sqrt{6}}\cdot\sqrt{3}}{2}=\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}=\mathbf{\sqrt{18}}$$

Obliczamy promień $\boldsymbol{R}$ ze wzoru $\boldsymbol{R}=\frac{2}{3}h$, zatem:

$$\boldsymbol{R}=\frac{2}{3}\sqrt{18}=\frac{2}{3}\cdot\sqrt{9\cdot 2}=\frac{2}{3}\cdot 3\sqrt{2}=\frac{2\cdot 3\sqrt{2}}{3}=\frac{6\sqrt{2}}{3}=\mathbf{2\sqrt{2}}.$$

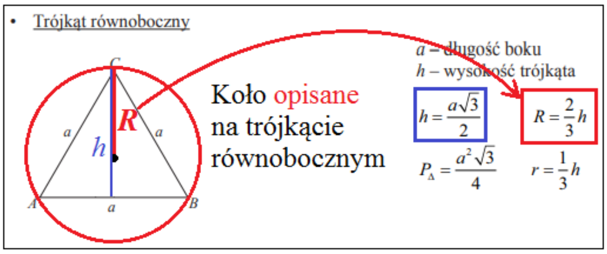
Dla $\boldsymbol{r}=2\sqrt{2}$ korzystamy ze wzoru na obwód okręgu $L=2\pi\cdot r$, zatem:

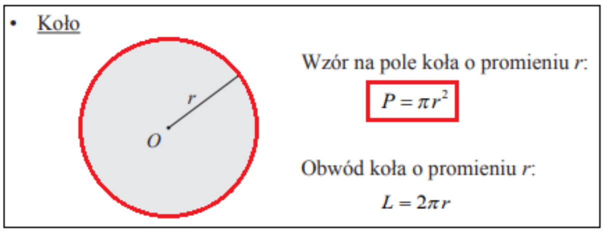
$$L=2\pi\cdot r=2\pi\cdot 2\sqrt{2}=\mathbf{4\sqrt{2}}\,\pi.$$

Odp. **B**

22.7.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9 i 10).
Z treści zadania wynika, że $\boldsymbol{a = 8}$.





Dla $a = 8$ korzystamy ze wzoru $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, wyliczając $\boldsymbol{h}$. Zatem:

$$h = \frac{8\sqrt{3}}{2} = \mathbf{4\sqrt{3}}$$

$\mathbf{4{,}5} = \boldsymbol{h}$

Dla $h = 4\sqrt{3}$ korzystamy ze wzoru $R = \frac{2}{3}h$, wyliczając $\boldsymbol{R}$. Zatem:

$$R = \frac{2}{3} \cdot 4\sqrt{3} = \frac{2 \cdot 4\sqrt{3}}{3} = \frac{\mathbf{8\sqrt{3}}}{\mathbf{3}}.$$

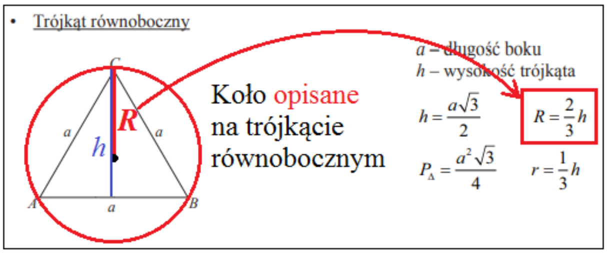
Dla $r = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ obliczamy pole koła, ze wzoru $P = \pi \cdot r^2$. Zatem:

$$P = \pi \cdot \left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \pi \cdot \frac{64 \cdot 3}{9} = \pi \cdot \frac{64}{3} = \frac{\mathbf{64}}{\mathbf{3}}\pi.$$

Odp. **A**

22.8.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).



Dla $\boldsymbol{h} = \mathbf{6}$ korzystamy ze wzoru $R = \frac{2}{3}h$, wyliczając R. Zatem:

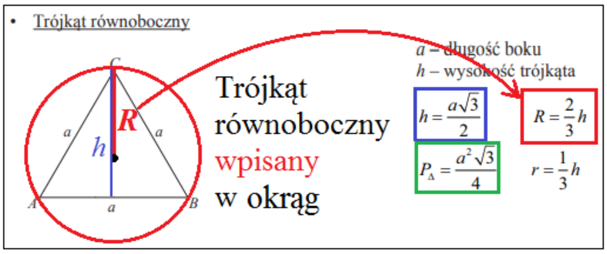
$$R = \frac{2}{3} \cdot 6 = \frac{2 \cdot 6}{3} = \frac{12}{3} = \mathbf{4}.$$

Jeśli promień koła wynosi $\boldsymbol{R} = \mathbf{4}$, to średnica tego koła jest równa $\mathbf{2}\boldsymbol{R} = \mathbf{8}$.

Odp. **D**

22.9.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).
Z treści zadania (warunek o polu trójkąta) wynika, że $P_{\Delta} = \sqrt{3}$.



Dla $P_{\Delta} = \sqrt{3}$ korzystamy ze wzoru $P_{\Delta} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, wyliczając ***a***. Zatem:

$$\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad |\cdot 4$$

$$\mathbf{4}\sqrt{3} = a^2\sqrt{3} \qquad |: \sqrt{3}$$

$$4 = a^2 \qquad |\sqrt{\ }$$

$$\boldsymbol{a} = \mathbf{2}$$

Dla ***a* = 2** korzystamy ze wzoru $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, wyliczając ***h***. Zatem:

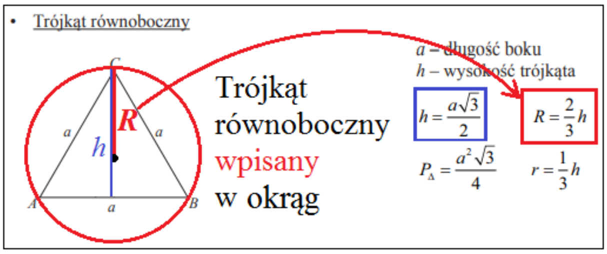
$$h = \frac{\mathbf{2}\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\mathbf{3}}.$$

Dla $h = \sqrt{3}$ wykorzystujemy wzór $R = \frac{2}{3}h$, zatem $R = \frac{2}{3}\sqrt{3} = \frac{\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{3}}$.

Odp. **C**

22.10.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9 i 10).



Dla $a=3\sqrt{3}$ korzystamy ze wzoru $\boldsymbol{h}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, zatem:

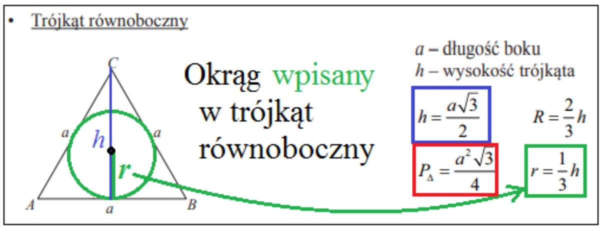
$$h=\frac{\mathbf{3\sqrt{3}}\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{3\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{3\cdot 3}{2}=\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{2}}$$

Obliczamy promień $\boldsymbol{R}$ ze wzoru $\boldsymbol{R}=\frac{2}{3}h$, zatem $\boldsymbol{R}=\frac{2}{3}\cdot\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{2}}=\frac{18}{6}=\mathbf{3}$.

Dla $\boldsymbol{r}=\mathbf{3}$ korzystamy ze wzoru na obwód okręgu $L=2\pi\cdot r$, zatem $L=2\pi\cdot r=2\pi\cdot 3=\mathbf{6}\pi$.

Odp. **B**

22.11.
Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).



Z treści zadania wiadomo, że $P_\Delta = 8\sqrt{3}$.

Korzystamy ze wzoru $P_\Delta = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$,

wyliczamy $\boldsymbol{a}$. Zatem:

$$8\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad |\cdot 4$$

$$\mathbf{4}\cdot 8\sqrt{3} = \mathbf{4}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$32\sqrt{3} = a^2\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$32 = a^2 \qquad |\sqrt{\ }$$

$$\sqrt{32} = a$$

$$a = \sqrt{32} = \sqrt{16\cdot 2} = \mathbf{4\sqrt{2}}$$

Dla $a = 4\sqrt{2}$ korzystamy ze wzoru $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, wyliczamy $\boldsymbol{h}$. Zatem:

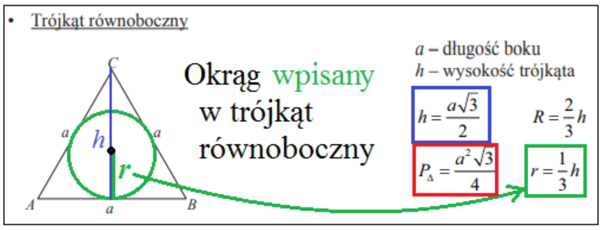
$$h = \frac{\mathbf{4\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3}}{2} = \frac{4\cdot\sqrt{2\cdot 3}}{2} = \frac{4\sqrt{6}}{2} = \mathbf{2\sqrt{6}}$$

Dla $h = 2\sqrt{6}$ obliczamy $\boldsymbol{r}$ (promień okręgu wpisanego), zatem $r = \frac{1}{3}h = \frac{1}{3}\cdot 2\sqrt{6} = \mathbf{\frac{2\sqrt{6}}{3}}$.

Średnica okręgu wpisanego ma długość $\mathbf{2r} = 2\cdot\frac{2\sqrt{6}}{3} = \mathbf{\frac{4\sqrt{6}}{3}}$.

Odp. **A**

22.12.
Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).



Z treści zadania wiadomo, że $P_\Delta = 9\sqrt{3}$.

Korzystamy ze wzoru $P_\Delta = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$,

wyliczamy ***a***. Zatem:

$9\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad |\cdot 4$

$\mathbf{4}\cdot 9\sqrt{3} = \mathbf{4}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$36\sqrt{3} = a^2\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$

$36 = a^2 \qquad |\sqrt{\ }$

$\boldsymbol{a = 6}$

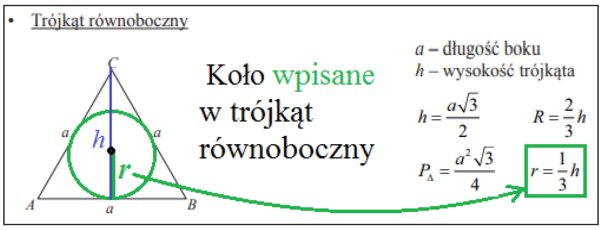
Dla $a = 6$ korzystamy ze wzoru $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, wyliczamy ***h***. Zatem $h = \frac{\mathbf{6}\sqrt{3}}{2} = \mathbf{3\sqrt{3}}$.

Dla $h = 3\sqrt{3}$ obliczamy ***r*** (promień okręgu wpisanego), zatem $r = \frac{1}{3}h = \frac{1}{3}\cdot 3\sqrt{3} = \sqrt{\mathbf{3}}$.

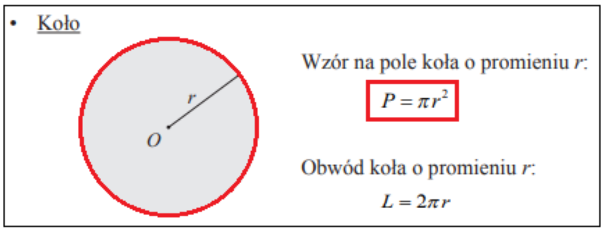
Odp. **A**

22.13.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9 i 10).



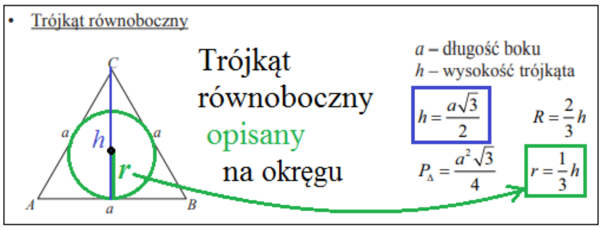
Z treści zadania wiadomo, że $\boldsymbol{h = 6}$.
Dla $h = 6$ obliczamy $\boldsymbol{r}$ (promień okręgu wpisanego), zatem $r=\frac{1}{3}h=\frac{1}{3}\cdot 6=\mathbf{2}$.



Dla $\boldsymbol{r = 2}$ obliczamy pole koła. Zatem:
$P=\pi\cdot r^2=\pi\cdot 2^2=\mathbf{4}\pi$.

Odp. **B**

22.14.



Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9).

Z warunku na obwód wynika, że $3a = 180$, zatem $\boldsymbol{a = 60}$.

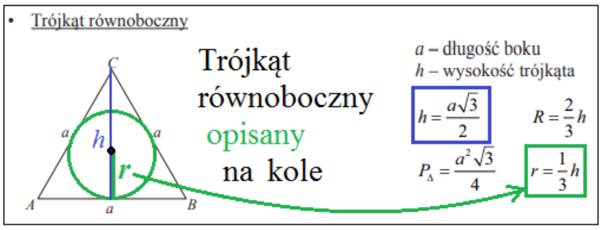
Dla $a = 60$ korzystamy ze wzoru $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, wyliczając $\boldsymbol{h}$. Zatem $h = \frac{60\sqrt{3}}{2} = \mathbf{30\sqrt{3}}$.

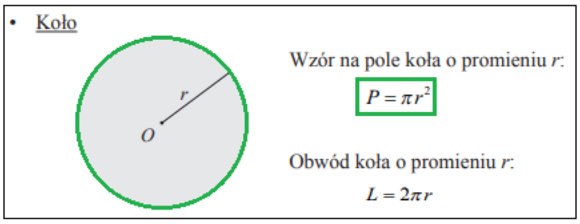
Dla $h = 30\sqrt{3}$ korzystamy ze wzoru $r = \frac{1}{3}h$, wyliczając $\boldsymbol{r}$. Zatem $r = \frac{1}{3} \cdot 30\sqrt{3} = \mathbf{10\sqrt{3}}$.

Odp. **B**

22.15.

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 9 i 10).





Z treści zadania wynika, że $\boldsymbol{a = 12}$.

Dla $a = 12$ korzystamy ze wzoru $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, wyliczając $\boldsymbol{h}$. Zatem:

$$h = \frac{12\sqrt{3}}{2} = \mathbf{6\sqrt{3}}.$$

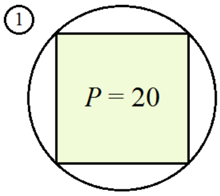
Dla $h = 6\sqrt{3}$ korzystamy ze wzoru $r = \frac{1}{3}h$, wyliczając $\boldsymbol{r}$. Zatem:

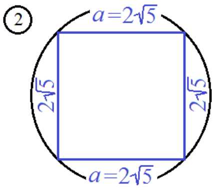
$$r = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{3} = \mathbf{2\sqrt{3}}.$$

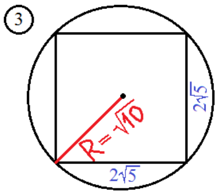
Dla $r = 2\sqrt{3}$ obliczamy pole koła ze wzoru $P = \pi \cdot r^2$. Zatem $P = \pi \cdot \left(2\sqrt{3}\right)^2 = \pi \cdot 4 \cdot 3 = \mathbf{12}\pi$.

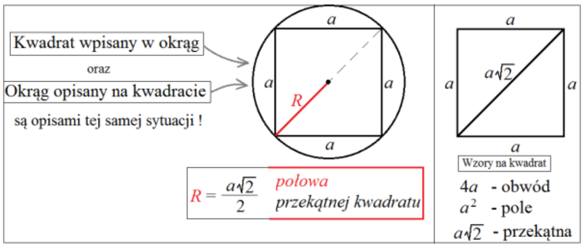
Odp. **C**

22.16.









Na kwadracie opisano koło – oznacza to, że **koło** jest **na zewnątrz kwadratu** (rys. 1).

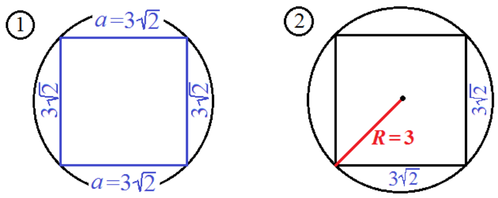
Z warunku na pole kwadratu mamy równanie $a^2 = 20$, które rozwiązujemy. Zatem: $a^2 = 20 \quad \rightarrow \quad a = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \mathbf{2\sqrt{5}}$ (rys. 2).

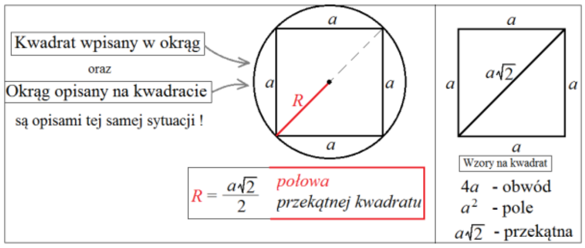
Obliczamy promień okręgu opisanego na kwadracie ze wzoru $R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, więc

$R = \dfrac{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{2} = \dfrac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$ (rys. 3). Obliczamy pole koła opisanego ze wzoru $\pi \cdot R^2$, zatem $\pi \cdot \left(\sqrt{10}\right)^2 = \mathbf{10}\pi$.

Odp. **C**

22.17.



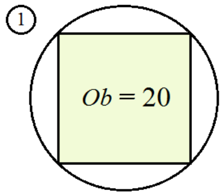


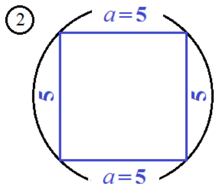
Koło opisane na kwadracie – oznacza to, że **koło** jest **na zewnątrz kwadratu** (rys. 1).

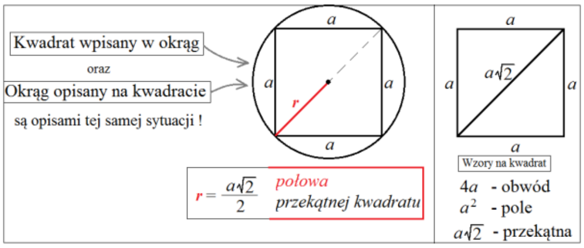
Dla $a=3\sqrt{2}$ (rys. 1) obliczamy promień okręgu opisanego na kwadracie ze wzoru $R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$, więc $\boldsymbol{R}=\frac{\mathbf{3\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2}}{2}=\frac{3\cdot 2}{2}=\frac{6}{2}=\mathbf{3}$ (rys. 3). Obliczamy pole koła opisanego ze wzoru $\pi\cdot R^2$, zatem $\pi\cdot 3^2=\mathbf{9}\pi$.

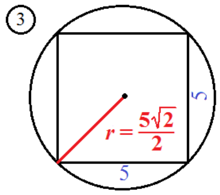
Odp. **A**

22.18.









Okrąg opisany na kwadracie – oznacza to, że **okrąg** jest **na zewnątrz kwadratu** (rys. 1).

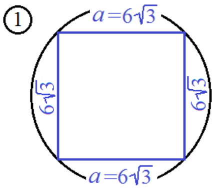
Z warunku na obwód kwadratu mamy równanie $4a = 20$, z którego wynika, że $\boldsymbol{a = 5}$ (rys. 2).

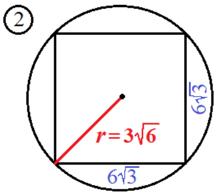
Dla $\boldsymbol{a = 5}$ obliczamy promień okręgu opisanego na kwadracie ze wzoru $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, więc

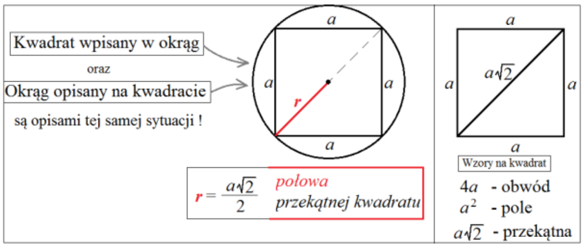
$$r = \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{5}{2}\sqrt{2} = \mathbf{2{,}5\sqrt{2}} \text{ (rys. 3).}$$

Odp. **C**

22.19.







Kwadrat jest wpisany w okrąg – oznacza to, że **kwadrat** jest **w środku okręgu** (rys. 1).

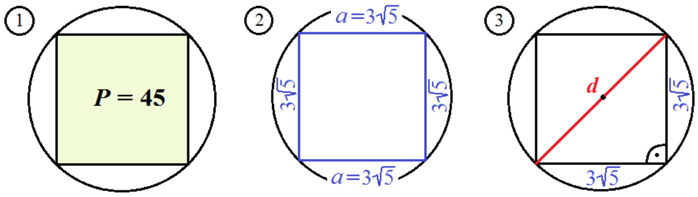
Dla $a = 6\sqrt{3}$ obliczamy promień okręgu opisanego na kwadracie ze wzoru $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, więc

$$r = \frac{\mathbf{6\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{3 \cdot 2}}{2} = \frac{6\sqrt{6}}{2} = \mathbf{3\sqrt{6}} \text{ (rys. 2).}$$

Odp. **D**

22.20.

W okrąg wpisano kwadrat – oznacza to, że **kwadrat** jest **w środku okręgu** (rys. 1).



Z warunku na pole kwadratu mamy równanie $a^2 = 45$, z którego wynika, że $a = \sqrt{45}$, czyli $a = \sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \mathbf{3\sqrt{5}}$ (rys. 2).

Dla $a = 3\sqrt{5}$ korzystamy ze wzoru $d = a\sqrt{2}$ na przekątną kwadratu o boku ***a***.

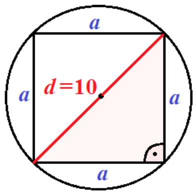
Zatem $d = \mathbf{3\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{5 \cdot 2} = \mathbf{3\sqrt{10}}$.

Przekątna kwadratu: $d = \mathbf{3\sqrt{10}}$, jest jednocześnie średnicą okręgu opisanego na tym kwadracie.

Odp. **B**

22.21.

Na kwadracie opisano koło – oznacza to, że **koło** jest **na zewnątrz kwadratu**.



Średnica koła $\boldsymbol{d = 10}$ jest jednocześnie przekątną kwadratu.

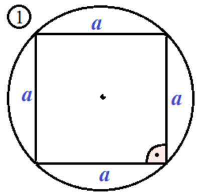
Z tw. Pitagorasa:
$a^2 + a^2 = 10^2$
$2a^2 = 100 \quad | : 2$
$a^2 = 50$

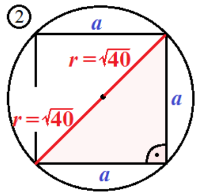
Równanie $a^2 = 50$ pokazuje, że **pole kwadratu** jest równe **50**.

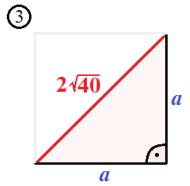
Odp. **C**

22.22.

W koło wpisano kwadrat – oznacza to, że **kwadrat** jest **w środku koła** (rys. 1).
Z warunku na pole koła mamy równanie $\pi \cdot r^2 = 40\pi$, które rozwiązujemy. Zatem:







$\pi \cdot r^2 = 40\pi \qquad |:\pi$

$r^2 = 40 \qquad |\sqrt{\ }$

$r = \sqrt{40}$ (rys. 2), więc średnica okręgu wynosi $\mathbf{2r} = 2\sqrt{40}$.

Średnica okręgu jest jednocześnie przekątną kwadratu (rys. 3).

Z tw. Pitagorasa:

$a^2 + a^2 = \left(2\sqrt{40}\right)^2$

$2a^2 = 4 \cdot 40$

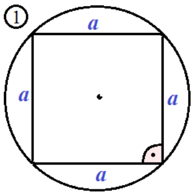
$2a^2 = 160 \qquad |:2$

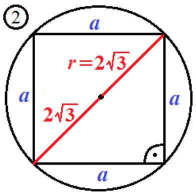
$a^2 = 80 \qquad |\sqrt{\ }$

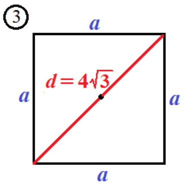
$a = \sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = \mathbf{4\sqrt{5}}$

Odp. **C**

22.23.



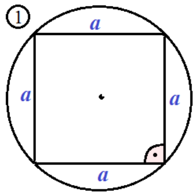


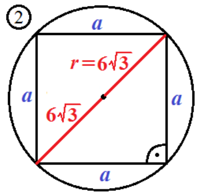


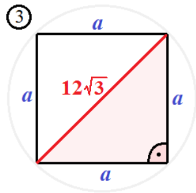
Okrąg opisany na kwadracie – oznacza to, że **okrąg** jest **na zewnątrz kwadratu** (rys. 1).
Zaznaczamy na rysunku promień okręgu opisanego (rys. 2).
Widać, że średnica okręgu opisanego, czyli $\boldsymbol{2r} = 4\sqrt{3}$,
jest jednocześnie przekątną kwadratu, czyli $\boldsymbol{d} = 4\sqrt{3}$ (rys. 3).

Odp. **B**

22.24.







Kwadrat wpisany w okrąg – oznacza to, że **kwadrat** jest **wewnątrz okręgu** (rys. 1).
Zaznaczamy na rysunku promień okręgu opisanego (rys. 2).
Widać, że średnica okręgu opisanego, czyli $\mathbf{2r} = 12\sqrt{3}$,
jest jednocześnie przekątną kwadratu, czyli $\boldsymbol{d} = 12\sqrt{3}$ (rys. 3).
Z tw. Pitagorasa obliczamy bok kwadratu, czyli $\boldsymbol{a}$. Zatem:

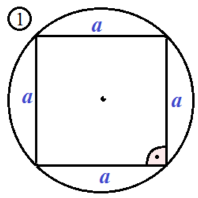
$$a^2 + a^2 = \left(12\sqrt{3}\right)^2$$
$$2a^2 = 144 \cdot 3$$
$$2a^2 = 432 \qquad |:2$$
$$a^2 = 216 \qquad |\sqrt{\ }$$
$$a = \sqrt{216}$$
$$a = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = \mathbf{6\sqrt{6}}$$

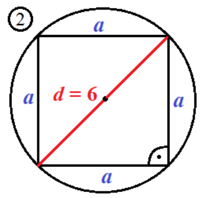
$$\begin{array}{r|l}
216 & 2 \\
108 & 2 \\
54 & 2 \\
27 & 3 \\
9 & 3 \\
3 & 3 \\
1 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
2,2 \to \mathbf{2} \\
3,3 \to \mathbf{3}
\end{array}$$

Odp. **A**

22.25.

Okrąg opisany na kwadracie – oznacza to, że **okrąg** jest **na zewnątrz kwadratu** (rys. 1).
Średnica okręgu opisanego na kwadracie, mająca długość $\boldsymbol{d = 6}$ jest jednocześnie przekątną tego kwadratu (rys. 2).





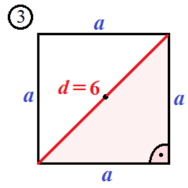
Korzystamy z tw. Pitagorasa (rys. 3):

$\boldsymbol{a^2} + \boldsymbol{a^2} = \boldsymbol{6^2}$

$\boldsymbol{2a^2} = \boldsymbol{36} \qquad | : 2$

$\boldsymbol{a^2} = \boldsymbol{18}$

$a = \sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \boldsymbol{3\sqrt{2}}$, zatem obwód kwadratu $\boldsymbol{4a} = 4 \cdot 3\sqrt{2} = \boldsymbol{12\sqrt{2}}$.



Odp. **D**

22.26.

Treść zadania wskazuje, że odcinek BC jest przeciwprostokątną tego trójkąta (rys. 1).
Z tw. Pitagorasa obliczamy długość $|BC|$.
Zatem:

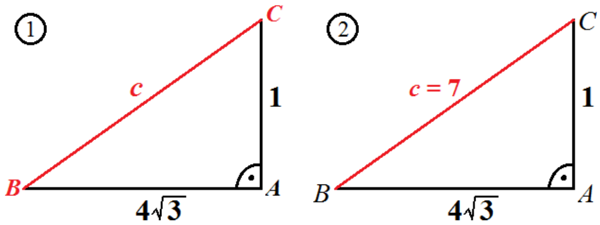
$$\left(4\sqrt{3}\right)^2+1^2=c^2$$

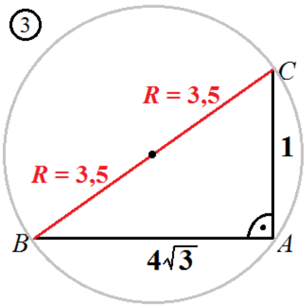
$$16\cdot 3+1=c^2$$

$$48+1=c^2$$

$$49=c^2 \qquad |\sqrt{\ }$$

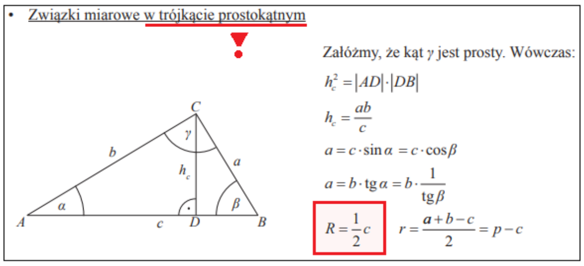
$$\mathbf{7=c}$$





Korzystamy z **karty wzorów** (str. 8) – ze wzoru przedstawiającego fakt, że promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym jest **połową przeciwprostokątnej**.

Zatem $R=\frac{1}{2}c=\frac{1}{2}\cdot 7=\mathbf{3{,}5}$.



Obliczamy pole koła o promieniu **3,5**, zatem:

$$P=\pi\cdot r^2=\pi\cdot\mathbf{3{,}5}^2=\pi\cdot 12{,}25=\mathbf{12{,}25}\pi\ .$$

Odp. **B**

22.27.

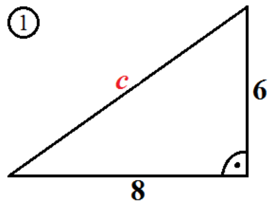
Wykonujemy rysunek (rys. 1).
Z tw. Pitagorasa obliczamy długość c.
Zatem:

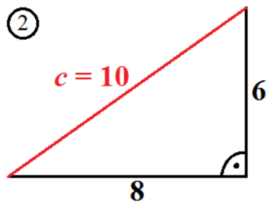
$6^2 + 8^2 = c^2$

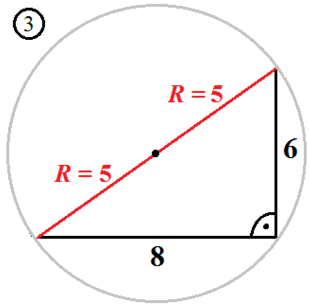
$36 + 64 = c^2$

$100 = c^2 \qquad | \sqrt{\ }$

$c = 10$ (rys. 2)



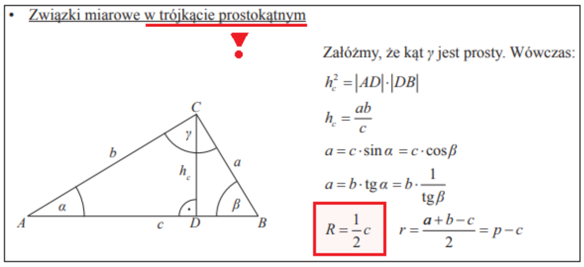




Korzystamy z **karty wzorów** (str. 8) – wzór $R = \frac{1}{2}c$.

Uwaga! Wzór $R = \frac{1}{2}c$ jest słuszny tylko dla okręgów i kół opisanych na trójkątach **prostokątnych!**

Zatem $R = \frac{1}{2}c = \frac{1}{2} \cdot 10 = \mathbf{5}$ (rys. 3).



• Związki miarowe w trójkącie prostokątnym

Załóżmy, że kąt γ jest prosty. Wówczas:

$h_c^2 = |AD| \cdot |DB|$

$h_c = \frac{ab}{c}$

$a = c \cdot \sin\alpha = c \cdot \cos\beta$

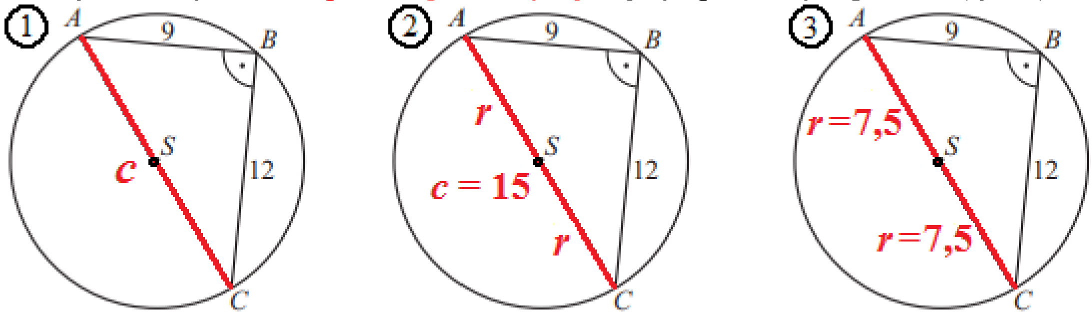
$a = b \cdot \operatorname{tg}\alpha = b \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}\beta}$

$\boxed{R = \frac{1}{2}c} \qquad r = \frac{a+b-c}{2} = p - c$

Odp. **C**

22.28.

Punkty A i C są końcami przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego ABC (rys. 1).



Z tw. Pitagorasa dla trójkąta ABC:

$9^2 + 12^2 = c^2$

$81 + 144 = c^2$

$225 = c^2 \qquad |\sqrt{\ }$

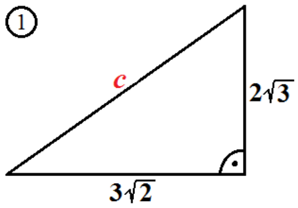
$\boldsymbol{c} = \mathbf{15}$ (rys. 2), więc okrąg ma promień $\boldsymbol{r} = 15 : 2 = \mathbf{7{,}5}$ (rys. 3).

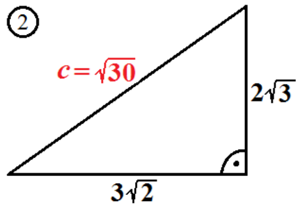
Liczba $\boldsymbol{r} = \mathbf{7{,}5}$ spełnia warunek $\boldsymbol{r} < \mathbf{8}$, bo 7,5 jest mniejsze od 8.

Odp. **A**

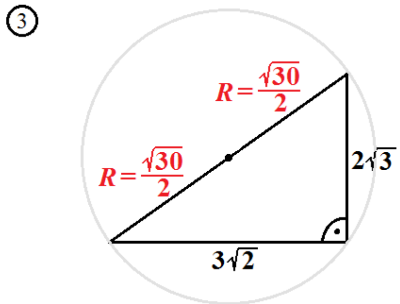
22.29.

Wykonujemy rysunek (rys. 1).
Z tw. Pitagorasa obliczamy długość c.
Zatem:





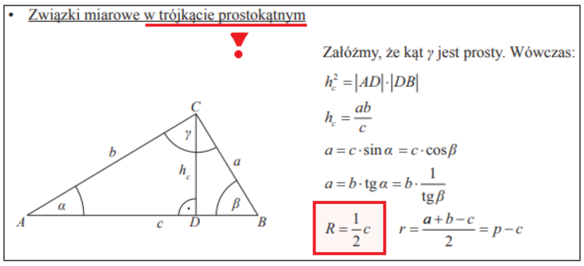
$$\left(2\sqrt{3}\right)^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2=c^2$$
$$4\cdot 3+9\cdot 2=c^2$$
$$12+18=c^2$$
$$30=c^2 \qquad |\sqrt{\ }$$
$$c=\sqrt{30}$$



Korzystamy z **karty wzorów** (str. 8) – wzór $R=\frac{1}{2}c$.

Uwaga! Wzór $R=\frac{1}{2}c$ jest słuszny tylko dla okręgów i kół opisanych na trójkątach **prostokątnych!**

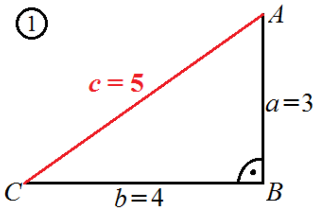
Zatem $R=\frac{1}{2}c=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{30}=\frac{\sqrt{30}}{2}$ (rys. 3).

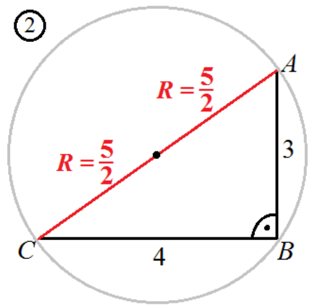


Odp. **B**

22.30.

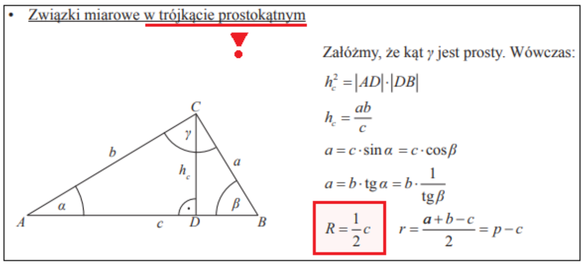
Ponieważ $\mathbf{5^2} = \mathbf{3^2} + \mathbf{4^2}$, to na mocy tw. odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa wynika, że ΔABC jest prostokątny (rys. 1).





Korzystamy z **karty wzorów** (str. 8) – ze wzoru przedstawiającego fakt, że promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym jest **połową przeciwprostokątnej**.

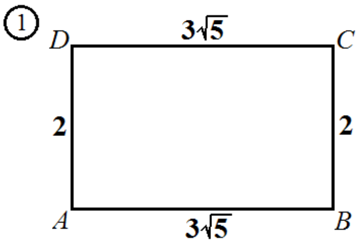
Zatem jeśli $c = 5$, to $R = \frac{1}{2}c = \frac{1}{2} \cdot 5 = \mathbf{\frac{5}{2}}$ (rys. 2).

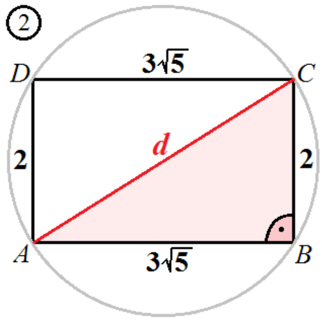


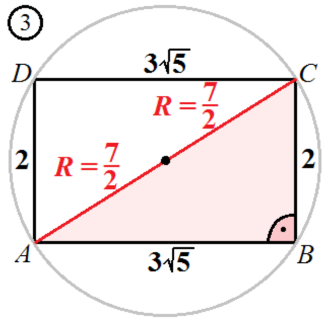
Odp. **D**

22.31.

Wykonujemy rysunek (rys. 1). Przekątna prostokąta jest jednocześnie średnicą koła opisanego na tym prostokącie (rys. 2).







Z tw. Pitagorasa:

$$\left(3\sqrt{5}\right)^2 + 2^2 = d^2$$

$$9 \cdot 5 + 4 = d^2$$

$$45 + 4 = d^2$$

$$49 = d^2 \qquad \mid \sqrt{}$$

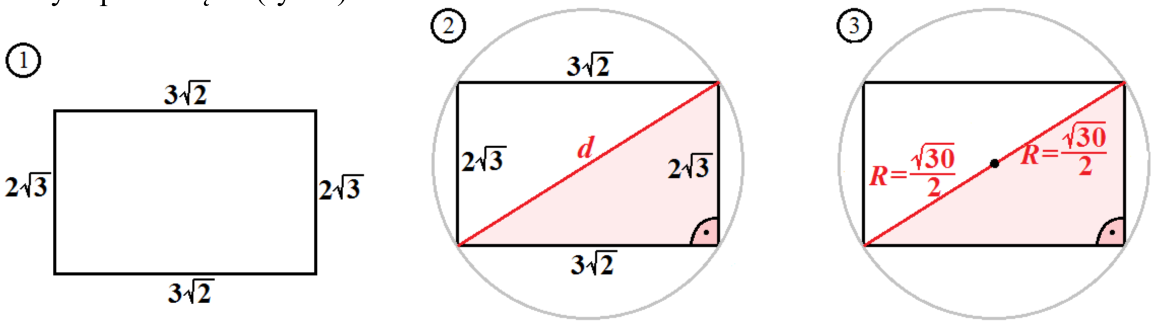
$\boldsymbol{d} = \mathbf{7}$, więc promień $\boldsymbol{R} = 7 : 2 = \dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}$ (rys. 3).

Obliczamy pole koła o promieniu $\dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}$, zatem $P = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot \left(\dfrac{7}{2}\right)^2 = \dfrac{\mathbf{49}}{\mathbf{4}}\pi$.

Odp. **A**

22.32.

Wykonujemy rysunek (rys. 1). Przekątna prostokąta jest jednocześnie średnicą koła opisanego na tym prostokącie (rys. 2).



Z tw. Pitagorasa:

$$\left(2\sqrt{3}\right)^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2=d^2$$

$$4\cdot 3+9\cdot 2=d^2$$

$$12+18=d^2$$

$$30=d^2 \qquad |\sqrt{\ }$$

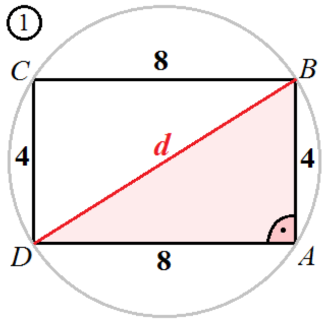
$$d=\sqrt{\mathbf{30}}$$

Promień okręgu jest połową średnicy, zatem $R=\frac{\sqrt{\mathbf{30}}}{\mathbf{2}}$ (rys. 3).

Odp. **C**

22.33.

W okrąg wpisano prostokąt – oznacza to, że **prostokąt** znajduje się **wewnątrz okręgu** (rys. 1).
Przekątna prostokąta jest jednocześnie średnicą okręgu opisanego na tym prostokącie.



Z tw. Pitagorasa:

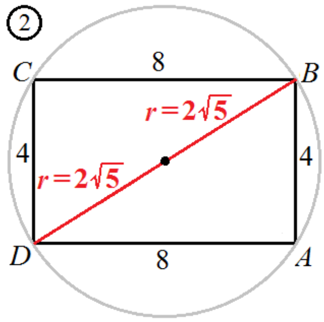
$8^2 + 4^2 = d^2$

$64 + 16 = d^2$

$80 = d^2 \qquad | \sqrt{}$

$\sqrt{80} = d$

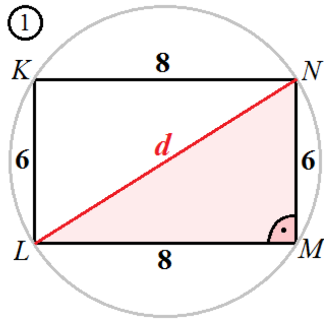
$d = \sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = \mathbf{4\sqrt{5}}$ → promień $\boldsymbol{r} = \dfrac{4\sqrt{5}}{2} = \mathbf{2\sqrt{5}}$ (rys. 2).

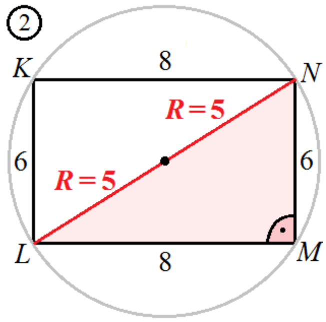


Odp. **D**

22.34.

Wykonujemy rysunek.
Przekątna prostokąta jest jednocześnie średnicą koła opisanego na tym prostokącie (rys. 1).





Z tw. Pitagorasa w ΔLMN:

$\mathbf{8^2 + 6^2 = d^2}$

$\mathbf{64 + 36 = d^2}$

$\mathbf{100 = d^2} \quad | \sqrt{\ }$

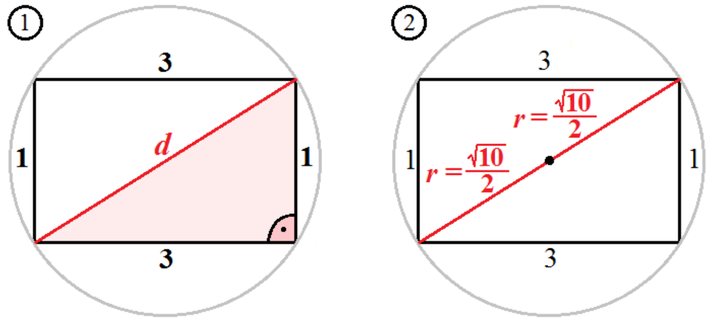
$\mathbf{d = 10}$, więc promień $\mathbf{R} = 10 : 2 = \mathbf{5}$ (rys. 2).

Obliczamy pole koła o promieniu **5**, zatem $P = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 5^2 = \mathbf{25}\pi$.

Odp. **C**

22.35.

Wykonujemy rysunek.
Przekątna prostokąta jest jednocześnie średnicą koła opisanego na tym prostokącie (rys. 1).



Z tw. Pitagorasa:

$\mathbf{3^2 + 1^2} = d^2$

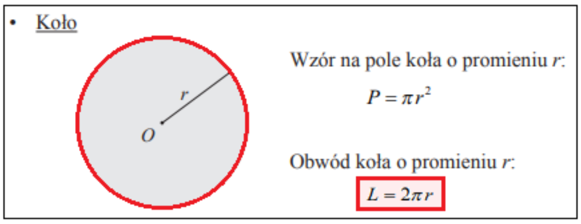
$\mathbf{9 + 1} = d^2$

$\mathbf{10} = d^2 \qquad | \sqrt{\ }$

$d = \sqrt{\mathbf{10}}$, więc promień $r = \frac{\sqrt{\mathbf{10}}}{\mathbf{2}}$ (rys. 2).

Obliczamy obwód koła o promieniu $r = \frac{\sqrt{10}}{2}$ (**karta wzorów**, str. 10). Zatem:

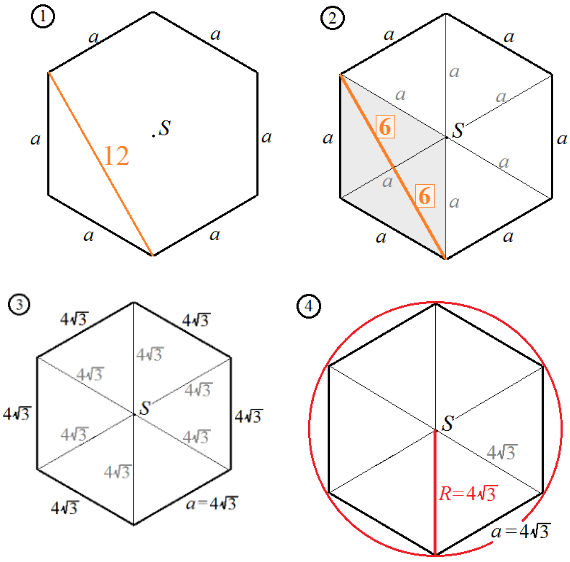
$L = 2\pi \cdot r = 2\pi \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\mathbf{10}}\,\pi$.



Odp. **A**

22.36.

Oznaczamy przez a bok sześciokąta oraz rysujemy krótszą przekątną sześciokąta (rys. 1). Dzieląc sześciokąt foremny na 6 trójkątów równobocznych, zauważamy że krótsza przekątna to inaczej dwie wysokości trójkąta równobocznego → $2h = 12$, więc $\boldsymbol{h = 6}$ (rys. 2).



Obliczamy a, korzystając ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (**karta wzorów**, str. 9) zatem:

$$6 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad |\cdot 2$$

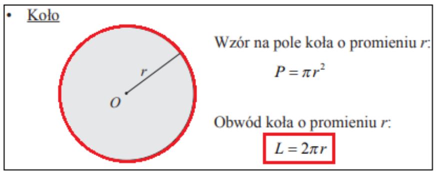
$$\mathbf{2} \cdot 6 = \mathbf{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$12 = a\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$\frac{12}{\sqrt{3}} = a$$

Usuwając niewymierność z mianownika, mamy

$$a = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = \mathbf{4\sqrt{3}} \text{ (rys. 3).}$$


• Koło

Wzór na pole koła o promieniu r:

$P = \pi r^2$

Obwód koła o promieniu r:

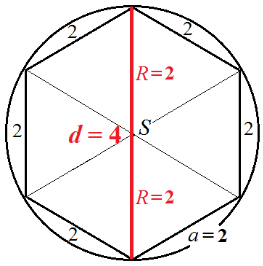
$\boxed{L = 2\pi r}$

Opisujemy okrąg na sześciokącie.
Liczymy obwód tego okręgu ze wzoru $L = 2\pi \cdot R$ (**karta wzorów**, str. 10).
Promień okręgu opisanego, czyli $\boldsymbol{R}$, jest równy bokowi sześciokąta (rys. 4), czyli $R = 4\sqrt{3}$.
Obliczamy: $L = 2\pi \cdot R = 2\pi \cdot 4\sqrt{3} = \mathbf{8\sqrt{3}}\,\pi$.
Odp. **D**

22.37.

Okrąg, w który wpisano sześciokąt – oznacza to, że **sześciokąt** jest **wewnątrz okręgu**.

Promień okręgu, w który wpisano sześciokąt foremny jest równy **długości boku** tego sześciokąta, stąd $\boldsymbol{R = 2}$.

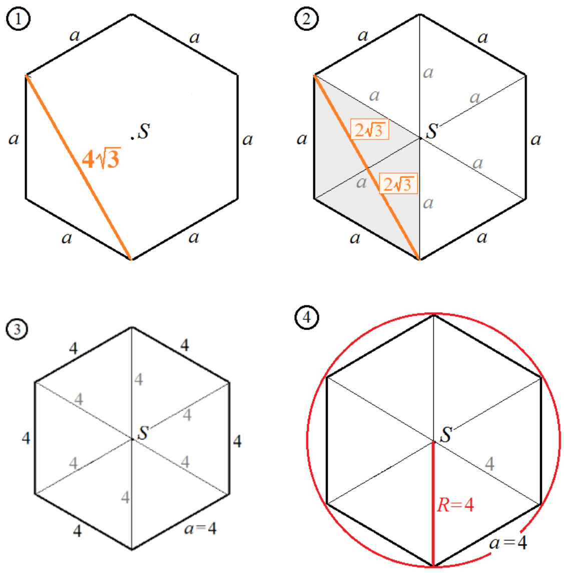


Jeśli promień $R = 2$, to **średnica** okręgu ma długość $\mathbf{2}\boldsymbol{R} \mathbf{= 4}$.

Odp. **A**

22.38.

Oznaczamy przez a bok sześciokąta oraz rysujemy krótszą przekątną sześciokąta (rys. 1). Dzieląc sześciokąt foremny na 6 trójkątów równobocznych zauważamy, że krótsza przekątna to inaczej dwie wysokości trójkąta równobocznego → $2h = 4\sqrt{3}$, więc $h = 2\sqrt{3}$ (rys. 2).



Dla $h = 2\sqrt{3}$ obliczamy $\boldsymbol{a}$, korzystając ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego

$h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (**karta wzorów**, str. 9) zatem:

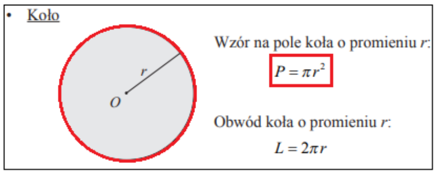
$$2\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad |\cdot 2$$

$$\mathbf{2} \cdot 2\sqrt{3} = \mathbf{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$4\sqrt{3} = a\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$\mathbf{4} = a$$

Zatem **bok sześciokąta** ma długość $\boldsymbol{a} = \mathbf{4}$ (rys. 3).


• Koło

Wzór na pole koła o promieniu r:

$\boxed{P = \pi r^2}$

Obwód koła o promieniu r:

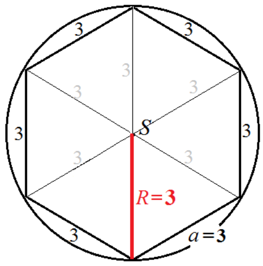
$L = 2\pi r$

Opisujemy koło na sześciokącie.
Promień okręgu opisanego, czyli $\boldsymbol{R}$, jest równy bokowi sześciokąta, czyli $\boldsymbol{R} = \mathbf{4}$ (rys. 4).
Dla $\boldsymbol{r} = \mathbf{4}$ liczymy pole koła ze wzoru $P = \pi \cdot r^2$ (**karta wzorów**, str. 10).
Zatem $P = \pi \cdot 4^2 = \mathbf{16\pi}$.

Odp. **B**

22.39.

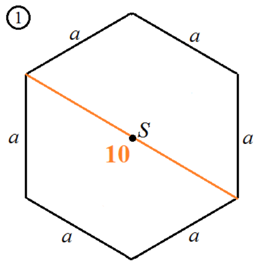
Koło, w które wpisano sześciokąt – oznacza to, że **sześciokąt** jest **wewnątrz** tego **koła**.
Promień okręgu, w który wpisano sześciokąt foremny jest równy **długości boku** tego sześciokąta, stąd $\boldsymbol{R = 3}$.

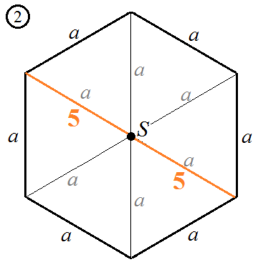


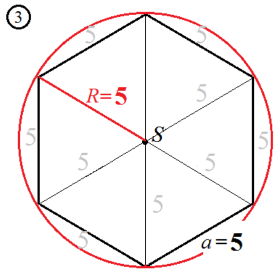
Odp. **C**

22.40.

Oznaczamy przez *a* bok sześciokąta oraz rysujemy dłuższą przekątną sześciokąta (rys. 1). Dzieląc sześciokąt foremny na 6 trójkątów równobocznych zauważamy, że dłuższa przekątna ma długość równą **podwojonej** długości **boku sześciokąta**, zatem bok sześciokąta trójkąta ma długość $\boldsymbol{a = 5}$ (rys. 2).

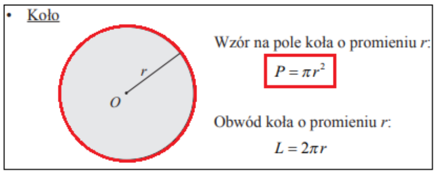






Opisujemy koło na sześciokącie.
Promień koła opisanego jest równy bokowi sześciokąta (rys. 3), więc $\boldsymbol{R = 5}$.

Dla $\boldsymbol{r = 5}$ liczymy pole tego koła ze wzoru $P = \pi \cdot r^2$ (**karta wzorów**, str. 10).

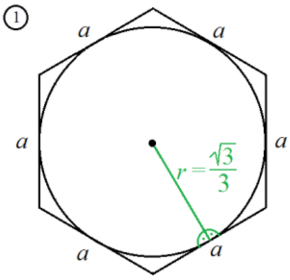


Zatem $P = \pi \cdot 5^2 = \mathbf{25}\pi$.

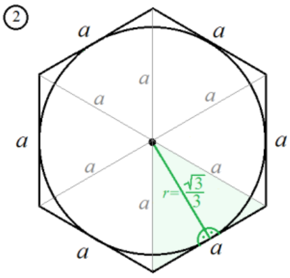
Odp. **D**

22.41.

W sześciokąt wpisano koło – oznacza to, że **koło** jest **wewnątrz sześciokąta**. Zaznaczamy promień tego koła (rys. 1).

1


Po podzieleniu sześciokąta na 6 trójkątów równobocznych okazuje się, że promień koła jest jednocześnie wysokością trójkąta równobocznego o boku ***a*** (rys. 2).

2


Dla $h = \frac{\sqrt{3}}{3}$ korzystamy ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (**karta wzorów**, str. 9), wyliczając ***a***.

Zatem:

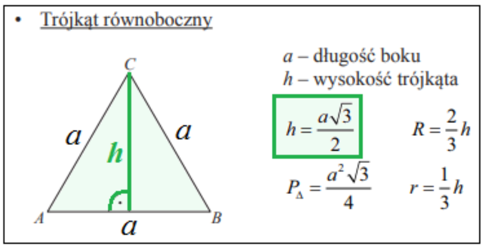
$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \text{ mnożymy równanie „na krzyż”}$$

$$3 \cdot a\sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3}$$

$$3a\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$3a = 2 \qquad |:3$$

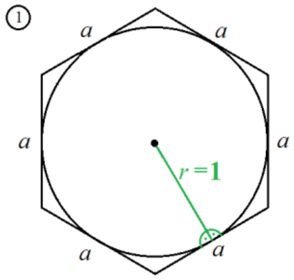
$$a = \mathbf{\frac{2}{3}}$$

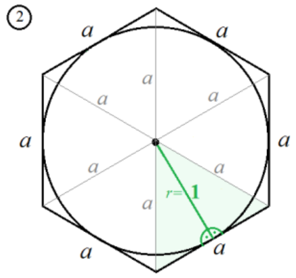


Odp. **B**

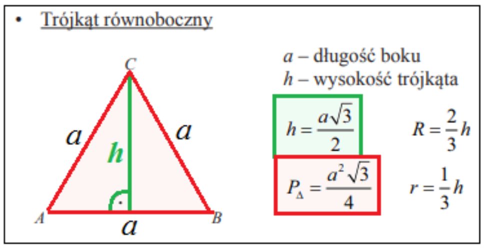
22.42.

Na okręgu opisano sześciokąt – oznacza to, że **sześciokąt** jest **na zewnątrz okręgu**. Jeśli średnica tego okręgu wynosi $\mathbf{2r = 2}$, to promień okręgu ma długość $\boldsymbol{r} = \mathbf{1}$ (rys. 1).





Po podzieleniu sześciokąta na 6 trójkątów równobocznych okazuje się, że promień okręgu jest jednocześnie wysokością trójkąta równobocznego o boku $\boldsymbol{a}$ (rys. 2).
Dla $\boldsymbol{h} = \mathbf{1}$ korzystamy ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (**karta wzorów**, str. 9), wyliczając $\boldsymbol{a}$. Zatem:



$$1 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad |\cdot 2$$

$$\mathbf{2} \cdot 1 = \mathbf{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$2 = a\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

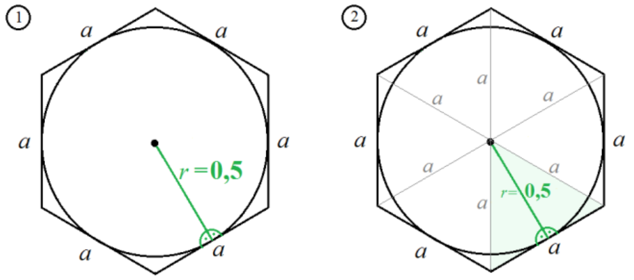
$$\frac{2}{\sqrt{3}} = a$$

Obliczamy pole jednego z sześciu trójkątów równobocznych o boku $a = \frac{2}{\sqrt{3}}$, wykorzystując wzór $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Zatem $P = \frac{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\frac{4}{3}\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{3}:4 = \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{3}}$.
Pole sześciokąta foremnego to inaczej pole **6** trójkątów równobocznych, więc:

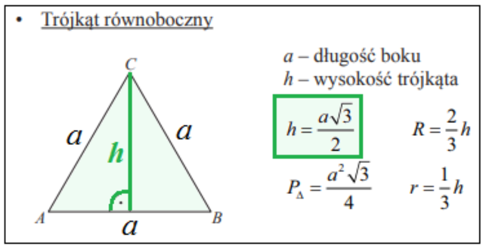
$$P_6 = \mathbf{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = \mathbf{2\sqrt{3}}.$$

Odp. **D**

22.43.
Rozwiązanie:
W sześciokąt wpisano okrąg – oznacza to, że **okrąg** jest **wewnątrz sześciokąta**. Zaznaczamy na rysunku promień tego okręgu (rys. 1).



Po podzieleniu sześciokąta na 6 trójkątów równobocznych okazuje się, że promień koła jest jednocześnie wysokością trójkąta równobocznego o boku ***a*** (rys. 2).



Dla $\boldsymbol{h = 0{,}5}$ korzystamy ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (**karta wzorów**, str. 9), wyliczając ***a***.
Zatem:

$$0{,}5 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad |\cdot 2$$

$$\mathbf{2} \cdot 0{,}5 = \mathbf{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$1 = a\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

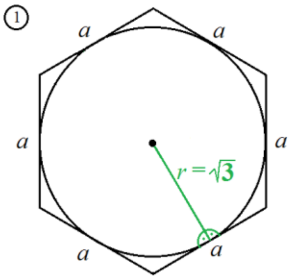
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = a$$

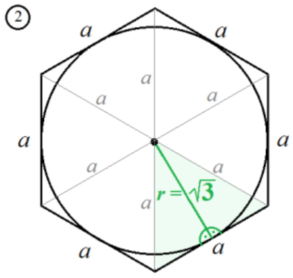
Usuwając niewymierność z mianownika, otrzymujemy $a = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\boldsymbol{\sqrt{3}}}{\mathbf{3}}$.

Odp. **C**

22.44.

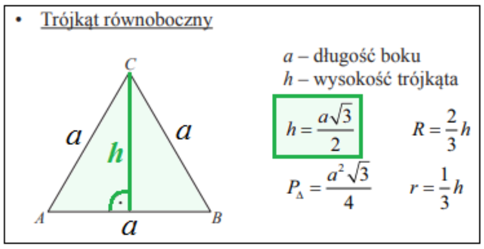
Zaznaczamy promień okręgu wpisanego w sześciokąt (rys. 1).





Po podzieleniu sześciokąta na 6 trójkątów równobocznych okazuje się, że promień okręgu jest jednocześnie wysokością trójkąta równobocznego o boku ***a*** (rys. 2).

Dla $h=\sqrt{3}$ korzystamy ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ (**karta wzorów**, str. 9), wyliczając ***a***. Zatem:



$$\sqrt{3}=\frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad |\cdot 2$$

$$\mathbf{2}\cdot\sqrt{3}=\mathbf{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$2\sqrt{3}=a\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

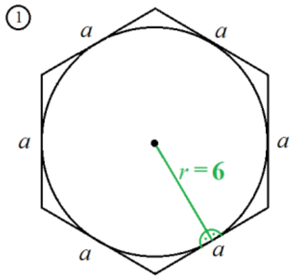
$$\mathbf{2}=a$$

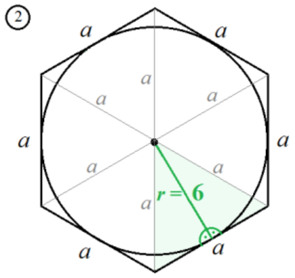
Oznacza to, że **bok sześciokąta** ma długość ***a*** = **2**.

Odp. **B**

22.45.

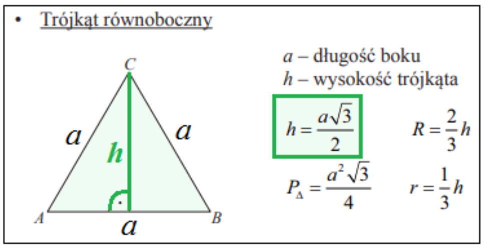
Na okręgu opisano sześciokąt – oznacza to, że **sześciokąt** jest **na zewnątrz okręgu**. Zaznaczamy na rysunku promień okręgu (rys. 1).





Po podzieleniu sześciokąta na 6 trójkątów równobocznych okazuje się, że promień okręgu jest jednocześnie wysokością trójkąta równobocznego o boku ***a*** (rys. 2).

Dla $\boldsymbol{h} = \mathbf{6}$ korzystamy ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (**karta wzorów**, str. 9), wyliczając ***a***. Zatem:


• Trójkąt równoboczny

a – długość boku
h – wysokość trójkąta

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $\quad R = \frac{2}{3}h$

$P_{\Delta} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ $\quad r = \frac{1}{3}h$

$$6 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad |\cdot 2$$

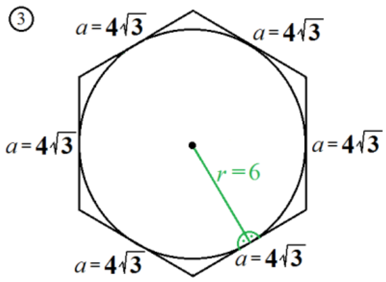
$$\mathbf{2} \cdot 6 = \mathbf{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$12 = a\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$\frac{12}{\sqrt{3}} = a$$

Usuwając niewymierność z mianownika, otrzymujemy

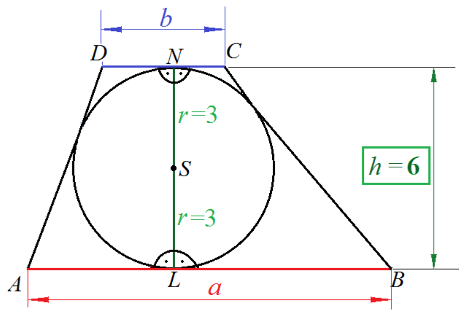
$$a = \frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = \mathbf{4\sqrt{3}}$$ (rys. 3).



Obwód sześciokąta jest równy $6a = 6 \cdot 4\sqrt{3} = \mathbf{24\sqrt{3}}$.

Odp. **D**

22.46.



Trapez jest **opisany** na **okręgu**, więc **trapez** musi być **na zewnątrz** okręgu.
Dany promień okręgu ***r*** = 3 powoduje, że wysokość trapezu ***h*** **= 6**.
Szukamy wartości ***a*** + ***b***, czyli sumy długości podstaw trapezu.
Dane pole ***P*** **= 40** oraz obliczone ***h*** **= 6** wstawiamy do wzoru na pole trapezu $P=\frac{a+b}{2}\cdot h$, zatem mamy

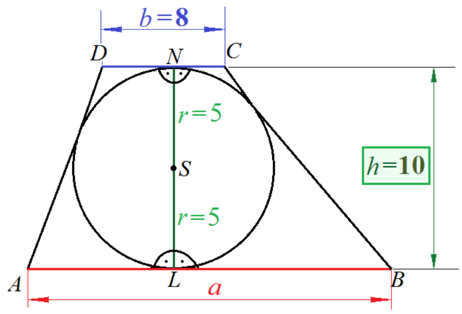
$$40=\frac{a+b}{2}\cdot 6.$$

Skracamy 6 z 2, otrzymując $40=(a+b)\cdot 3$.

Dzieląc równanie stronami przez 3, otrzymujemy $\mathbf{\frac{40}{3}}=a+b$.

Odp. **C**

22.47.



Okrąg jest **wpisany** w **trapez**, więc **okrąg** musi być **w środku** okręgu.
Dany promień okręgu $\boldsymbol{r} = 5$ powoduje, że wysokość trapezu $\boldsymbol{h} = \mathbf{10}$.
Mając daną jedną z podstaw $\boldsymbol{b} = \mathbf{8}$, szukamy wartości $\boldsymbol{a}$, czyli długości drugiej z podstaw trapezu.
Dane pole $\boldsymbol{P} = \mathbf{105}$ oraz $\boldsymbol{h} = \mathbf{10}$, a także $\boldsymbol{b} = \mathbf{8}$,

wstawiamy do wzoru na pole trapezu $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$,

zatem:

$105 = \frac{a+8}{2} \cdot 10$ → skracamy 10 z 2

$105 = (a+8) \cdot 5$

$105 = 5a + 40$

$-5a = 40 - 105$

$-5a = -65 \qquad |:(-5)$

$\boldsymbol{a} = \mathbf{13}$

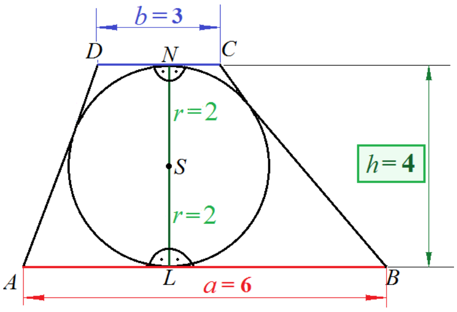
Odp. **A**

22.48.

Trapez jest **opisany na okręgu**, więc **trapez** musi być **na zewnątrz** okręgu.

Dany promień okręgu $\boldsymbol{r = 2}$ powoduje, że wysokość trapezu $\boldsymbol{h = 4}$.

Mając dane podstawy $\boldsymbol{a = 6}$, $\boldsymbol{b = 3}$ oraz $\boldsymbol{h = 4}$, obliczamy **pole trapezu** ze wzoru $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$.



Zatem:

$$P = \frac{6+3}{2} \cdot 4 = \frac{9}{2} \cdot 4 = 4{,}5 \cdot 4 = \mathbf{18}$$

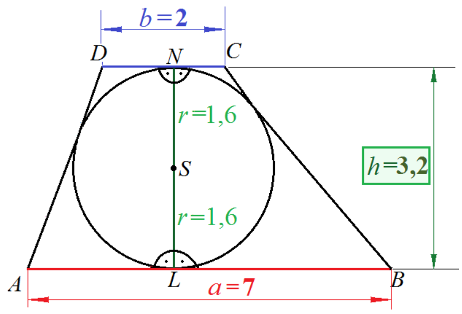
Odp. **C**

22.49.

Trapez jest **opisany na okręgu**, więc **trapez** musi być **na zewnątrz** okręgu.

Dany promień okręgu $\boldsymbol{r = 1{,}6}$ powoduje, że wysokość trapezu $\boldsymbol{h} = 1{,}6 + 1{,}6 = \mathbf{3{,}2}$.

Mając dane podstawy $\boldsymbol{a = 7}$, $\boldsymbol{b} = \mathbf{2}$ oraz $\boldsymbol{h = 3{,}2}$, obliczamy **pole trapezu** ze wzoru $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$.



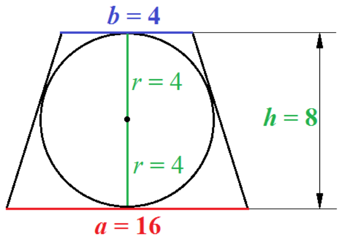
Zatem:

$$P = \frac{7+2}{2} \cdot 3{,}2 = \frac{9}{2} \cdot 3{,}2 = 4{,}5 \cdot 3{,}2 = \mathbf{14{,}4}.$$

Odp. **D**

22.50.

Z warunku na pole koła mamy równanie $\pi \cdot r^2 = 16\pi$,
z którego wynika, że promień koła ma długość ***r* = 4**.



Na kole opisano trapez, więc **trapez** musi być **na zewnątrz** okręgu.
Promień koła ***r* = 4** powoduje, że wysokość trapezu ***h* = 8**.
Mając dane podstawy ***a* = 16**, ***b* = 4** oraz ***h* = 8**, obliczamy **pole trapezu** ze wzoru $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$. Zatem:

$$P = \frac{16+4}{2} \cdot 8 = \frac{20}{2} \cdot 8 = \mathbf{80}.$$

Odp. **B**