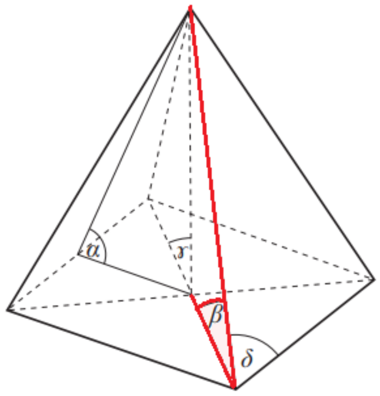
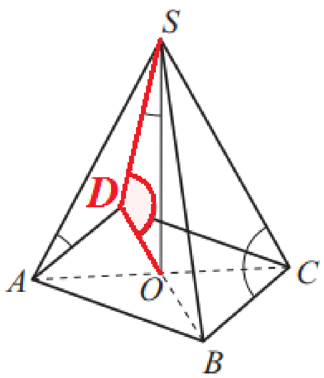
25.1.



Chodzi o kąt β.

Odp. **B**

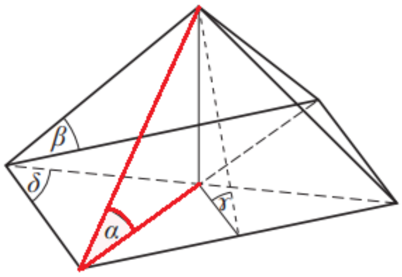
25.2.



Chodzi o kąt $\angle SDO$.

Odp. **C**

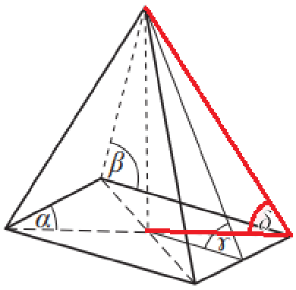
25.3.



Chodzi o kąt α .

Odp. **A**

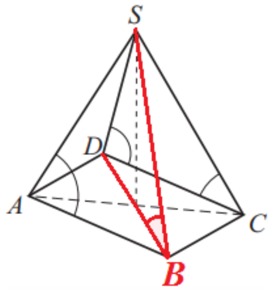
25.4.



Chodzi o kąt δ .

Odp. **D**

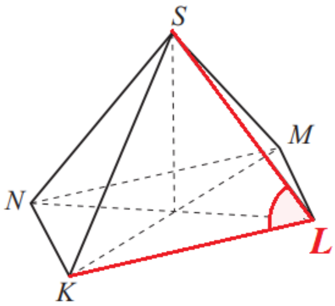
25.5.



Chodzi o kąt $\angle DBS$.

Odp. **D**

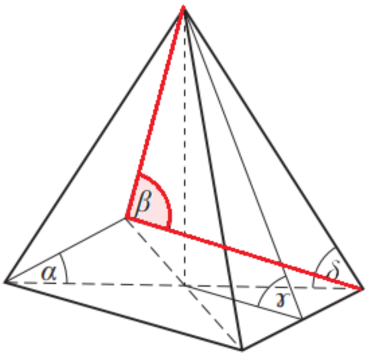
25.6.



Chodzi o kąt $\angle KLS$.

Odp. **C**

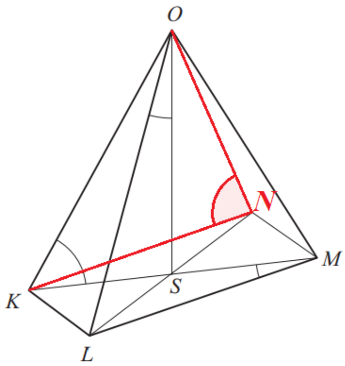
25.7.



Chodzi o kąt β.

Odp. **B**

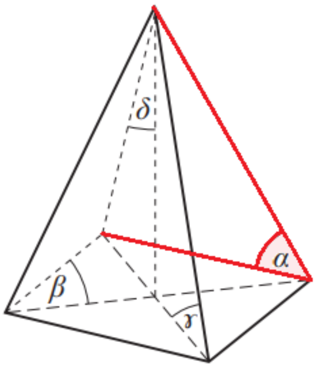
25.8.



Chodzi o kąt $\angle KNO$.

Odp. **D**

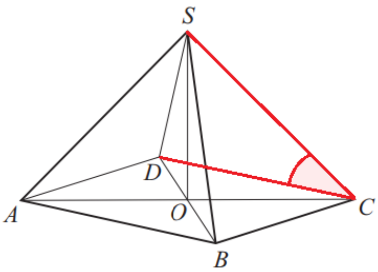
25.9.



Chodzi o kąt α .

Odp. **A**

25.10.

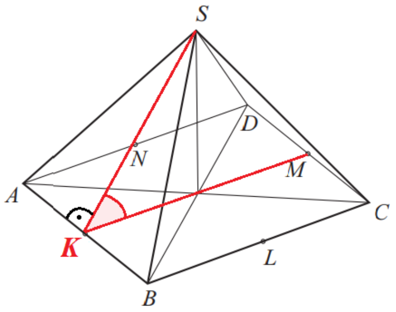


Odcinek SC jest krawędzią boczną, zaś odcinek DC jest krawędzią podstawy.

Zatem chodzi o odcinek ***DC***.

Odp. **A**

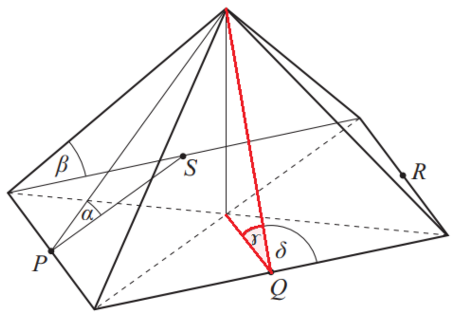
25.11.



Chodzi o kąt $\angle SKM$.

Odp. **D**

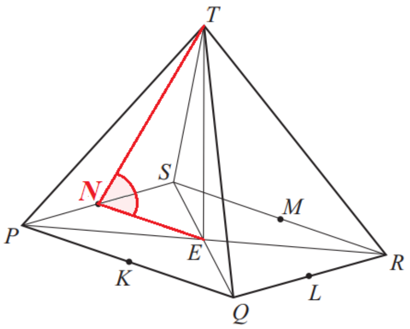
25.12.



Chodzi o kąt γ.

Odp. **C**

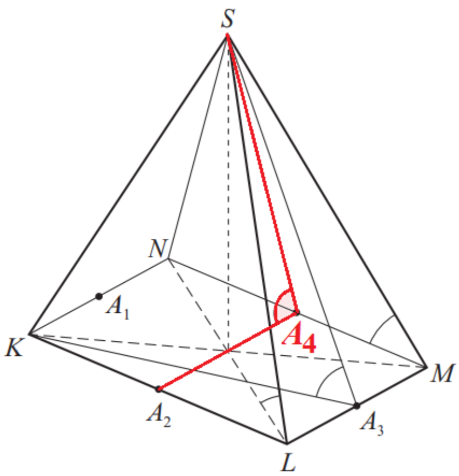
25.13.



Chodzi o kąt $\angle TNE$.

Odp. **A**

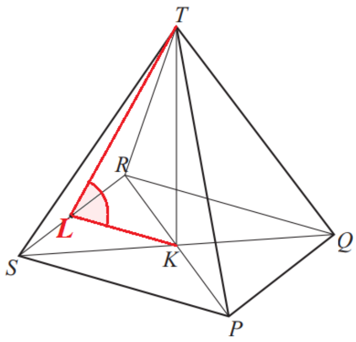
25.14.



Chodzi o kąt $\angle SA_4A_2$.

Odp. **B**

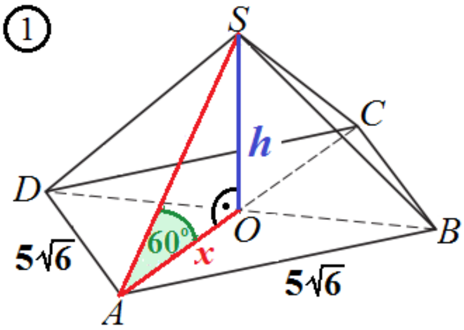
25.15.

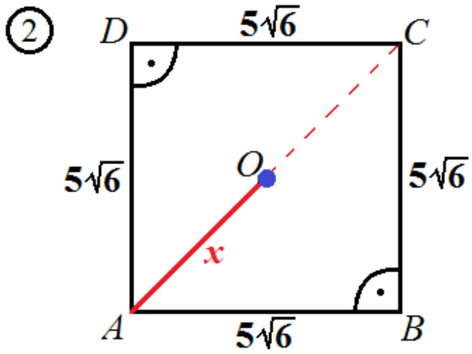


Chodzi o kąt $\angle TLK$.

Odp. **D**

25.16.
Ostrosłup ma w podstawie kwadrat, bo jest prawidłowy czworokątny.
Wykonujemy rysunek i zaznaczamy wszystkie niezbędne dane.
Do wyliczenia jest wysokość $\boldsymbol{h}$ ostrosłupa (rys. 1).





Wyliczamy długość odcinka $\boldsymbol{x}$ będącego połową przekątnej AC kwadratu $ABCD$ (rys. 2).

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$|AC|^2 = \left(5\sqrt{6}\right)^2 + \left(5\sqrt{6}\right)^2$$

$$|AC|^2 = 25 \cdot 6 + 25 \cdot 6$$

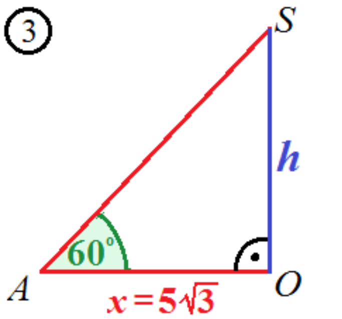
$$|AC|^2 = 150 + 150$$

$$|AC|^2 = 300 \qquad |\sqrt{}$$

$$|AC| = \sqrt{300}$$

$$|AC| = \sqrt{100 \cdot 3} = \mathbf{10\sqrt{3}}$$

$$\boldsymbol{x} = \frac{|AC|}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{2} = \mathbf{5\sqrt{3}}$$



W ΔASO (rys. 3), zgodnie z **kartą wzorów** (str. 14 i str. 15) mamy:

$$tg\,60° = \frac{h}{5\sqrt{3}}$$

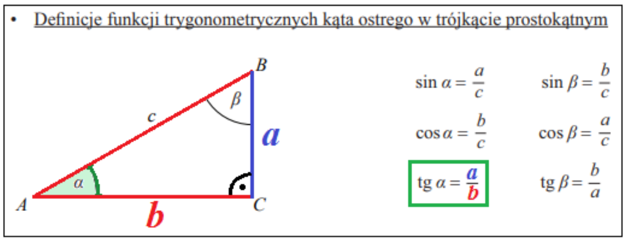
$$\sqrt{3} = \frac{h}{5\sqrt{3}} \qquad |\cdot 5\sqrt{3}$$

$$\mathbf{5\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} = h$$

$$5 \cdot 3 = h$$

$$\boldsymbol{h} = \mathbf{15}$$

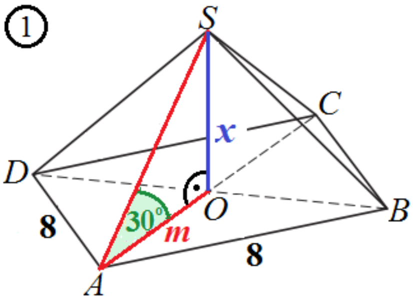
Odp. **A**

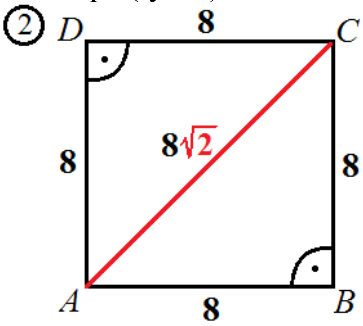


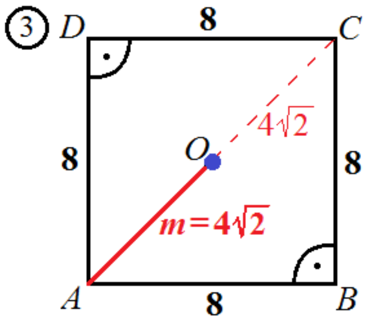
α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

25.17.

Ostrosłup ma w podstawie kwadrat, bo jest prawidłowy czworokątny.
Wykonujemy rysunek i zaznaczamy wszystkie niezbędne dane.
Do wyliczenia jest wysokość $\boldsymbol{x}$ ostrosłupa (rys. 1).



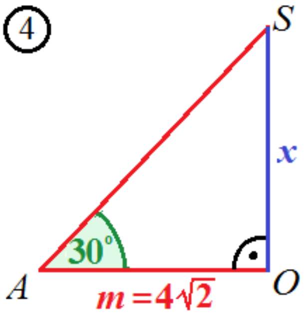




Wyliczamy długość odcinka $\boldsymbol{m}$ będącego połową przekątnej AC kwadratu $ABCD$.
Zatem jeśli bok kwadratu ma długość **8**, to przekątna $|AC| = \mathbf{8\sqrt{2}}$ (rys. 2), wówczas $\boldsymbol{m} = 8\sqrt{2} : 2 = \mathbf{4\sqrt{2}}$ (rys. 3).

Przekątna kwadratu o boku $\boldsymbol{a}$ ma długość $\boldsymbol{a\sqrt{2}}$

W ΔASO (rys. 4), zgodnie z **kartą wzorów** (str. 14 i str. 15) mamy:



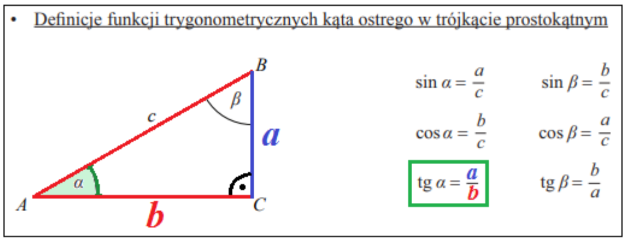
$$tg\,30° = \frac{x}{4\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{4\sqrt{2}}$$ → mnożymy równanie „na krzyż"

$$3x = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$3x = 4\sqrt{6} \qquad |:3$$

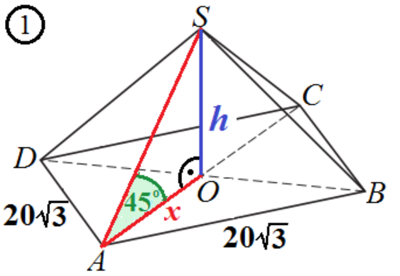
$$x = \frac{\mathbf{4\sqrt{6}}}{\mathbf{3}}$$

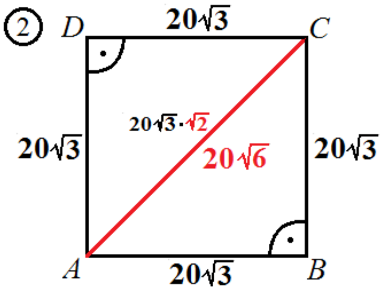


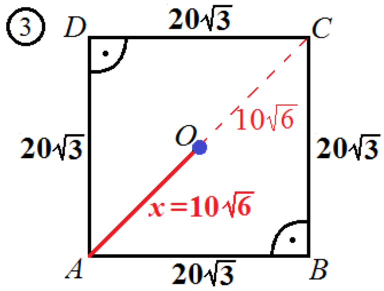
Odp. **C**

α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tg\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

25.18.
Ostrosłup ma w podstawie kwadrat, bo jest prawidłowy czworokątny.
Wykonujemy rysunek i zaznaczamy wszystkie niezbędne dane.
Do wyliczenia jest wysokość ***h*** ostrosłupa (rys. 1).





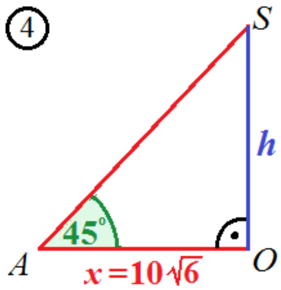


Wyliczamy długość odcinka ***x*** będącego połową przekątnej *AC* kwadratu *ABCD*.

Przekątna kwadratu o boku ***a*** ma długość $\boldsymbol{a\sqrt{2}}$

Zatem jeśli bok kwadratu ma długość $20\sqrt{3}$, to przekątna $|AC| = 20\sqrt{3}\cdot\sqrt{2} = \mathbf{20\sqrt{6}}$ (rys. 2), wówczas $\boldsymbol{x} = 20\sqrt{6} : 2 = \mathbf{10\sqrt{6}}$ (rys. 3).

W ΔASO (rys. 4), zgodnie z **kartą wzorów** (str. 14 i str. 15) mamy:



$$tg\,45^\circ = \frac{h}{10\sqrt{6}}$$

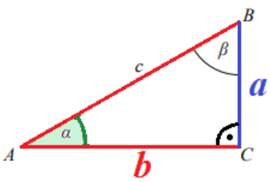
$$1 = \frac{h}{10\sqrt{6}} \qquad |\cdot 10\sqrt{6}$$

$$1\cdot 10\sqrt{6} = h$$

$$x = \mathbf{10\sqrt{6}}$$

Odp. **A**

- Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\quad \sin\beta = \frac{b}{c}$

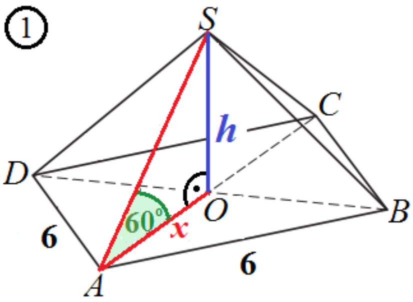
$\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\quad \cos\beta = \frac{a}{c}$

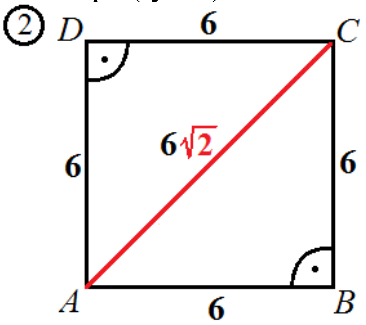
$\boxed{\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}}$ $\quad \mathrm{tg}\,\beta = \frac{b}{a}$

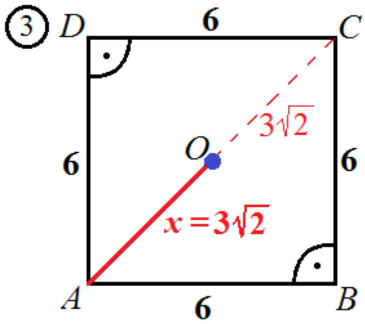
α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

25.19.

Ostrosłup ma w podstawie kwadrat, bo jest prawidłowy czworokątny.
Wykonujemy rysunek i zaznaczamy wszystkie niezbędne dane.
Do wyliczenia jest wysokość $\boldsymbol{h}$ ostrosłupa (rys. 1).



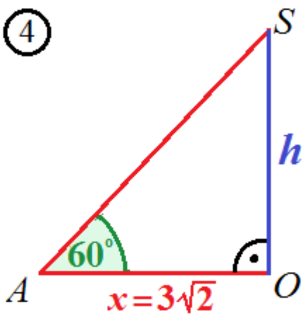




Wyliczamy długość odcinka $\boldsymbol{x}$ będącego połową przekątnej AC kwadratu $ABCD$.
Zatem jeśli bok kwadratu ma długość **6**, to przekątna $|AC| = \mathbf{6\sqrt{2}}$ (rys. 2), wówczas $\boldsymbol{x} = 6\sqrt{2} : 2 = \mathbf{3\sqrt{2}}$ (rys. 3).

Przekątna kwadratu o boku $\boldsymbol{a}$ ma długość $\boldsymbol{a\sqrt{2}}$

W ΔASO (rys. 4), zgodnie z **kartą wzorów** (str. 14 i str. 15) mamy:



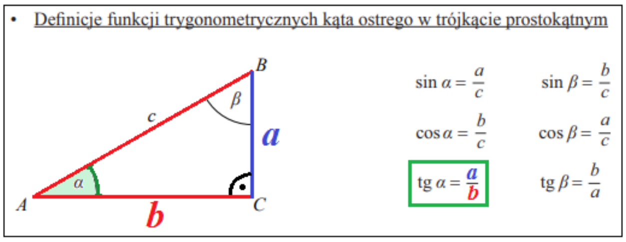
$$tg\,60° = \frac{h}{3\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{3\sqrt{2}} \qquad |\cdot 3\sqrt{2}$$

$$3\sqrt{2}\cdot\sqrt{3} = h$$

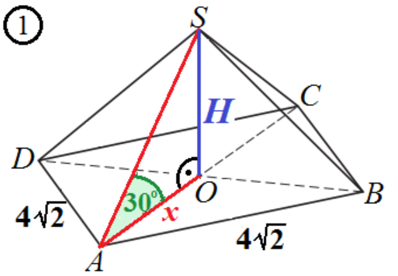
$$\mathbf{3\sqrt{6}} = h$$

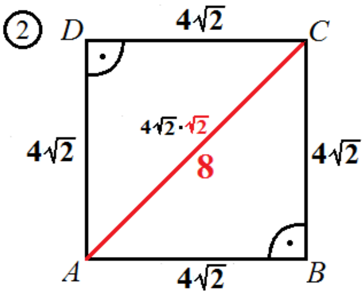
Odp. **C**

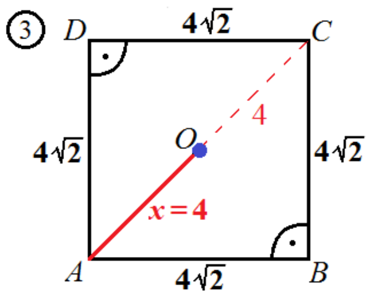


α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

25.20.
Ostrosłup ma w podstawie kwadrat, bo jest prawidłowy czworokątny.
Wykonujemy rysunek i zaznaczamy wszystkie niezbędne dane.
Do wyliczenia jest wysokość $\boldsymbol{H}$ ostrosłupa (rys. 1).





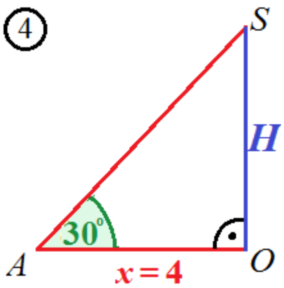


Wyliczamy długość odcinka $\boldsymbol{x}$ będącego połową przekątnej AC kwadratu $ABCD$.

Przekątna kwadratu o boku $\boldsymbol{a}$ ma długość $\boldsymbol{a}\sqrt{2}$

Zatem jeśli bok kwadratu ma długość $4\sqrt{2}$, to przekątna $|AC| = 4\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 4\cdot 2 = \mathbf{8}$ (rys. 2), wówczas $\boldsymbol{x} = 8 : 2 = \mathbf{4}$ (rys. 3).

W ΔASO (rys. 4), zgodnie z **kartą wzorów** (str. 14 i str. 15) mamy:



$$tg\,30° = \frac{H}{4}$$

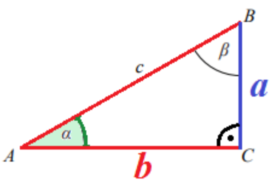
$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{H}{4} \quad \rightarrow \quad \text{mnożymy równanie „na krzyż”}$$

$$3H = 4\sqrt{3} \qquad |:3$$

$$H = \frac{\mathbf{4\sqrt{3}}}{\mathbf{3}}$$

Odp. **B**

- Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\quad \sin\beta = \frac{b}{c}$

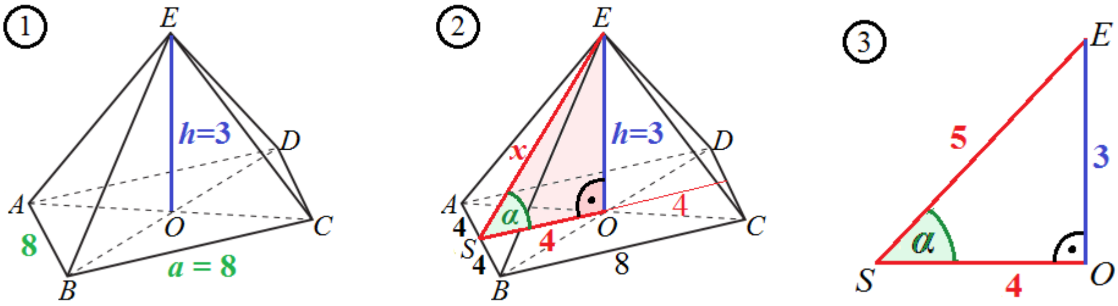
$\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\quad \cos\beta = \frac{a}{c}$

$\boxed{\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}}$ $\quad \operatorname{tg}\beta = \frac{b}{a}$

α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

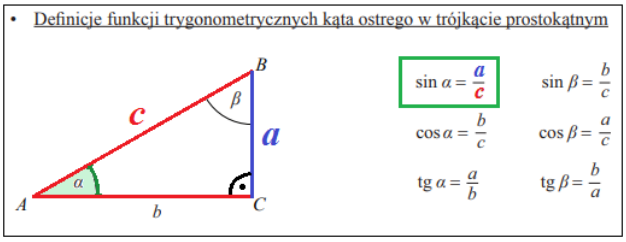
25.21.
Zaznaczamy na rysunku dane długości krawędzi podstawy oraz wysokości ostrosłupa (rys. 1).
Rysujemy odcinek $|ES| = \boldsymbol{x}$, czyli wysokość ściany bocznej oraz zaznaczamy kąt α (rys. 2), gdzie S jest środkiem AB.
Z tw. Pitagorasa w ΔEOS wyliczamy długość $\boldsymbol{x}$:

$\boldsymbol{x^2 = 4^2 + 3^2}$
$\boldsymbol{x^2 = 16 + 9}$
$\boldsymbol{x^2 = 25}$
$\boldsymbol{x = 5}$ (rys. 3).



Odpowiedzi sugerują, żeby obliczyć $\sin\alpha$.

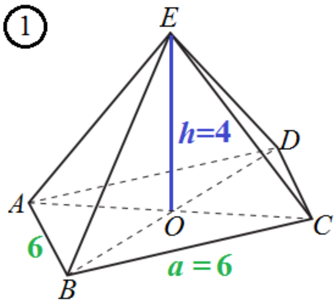
Możemy to zrobić z pomocą **karty wzorów** (str. 14), stosując podany tam wzór do $\boldsymbol{\Delta EOS}$ z zadania.

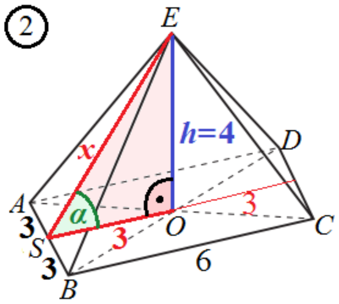


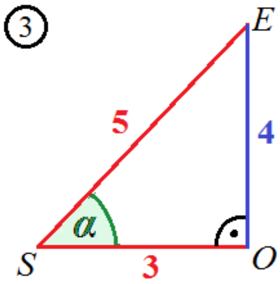
Zatem w ΔEOS mamy $\sin\alpha = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}$.

Odp. **A**

25.22.
Zaznaczamy na rysunku dane długości krawędzi podstawy oraz wysokości ostrosłupa (rys. 1).
Rysujemy odcinek $|ES| = \boldsymbol{x}$, czyli wysokość ściany bocznej (rys. 2), gdzie S jest środkiem AB.
Kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy oznaczamy jako $\boldsymbol{\alpha}$ (rys. 2).
Z tw. Pitagorasa w ΔEOS wyliczamy długość $\boldsymbol{x}$:
$x^2 = 3^2 + 4^2$
$x^2 = 9 + 16$
$x^2 = 25$
$x = 5$ (rys. 3).



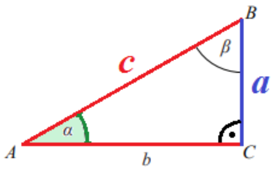




Obliczamy $\sin\alpha$.

Możemy to zrobić z pomocą **karty wzorów** (str. 14), stosując podany tam wzór do $\boldsymbol{\Delta EOS}$ z zadania.

- Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym



$\boxed{\sin\alpha = \frac{a}{c}}$ $\sin\beta = \frac{b}{c}$

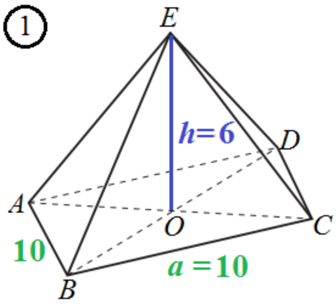
$\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\cos\beta = \frac{a}{c}$

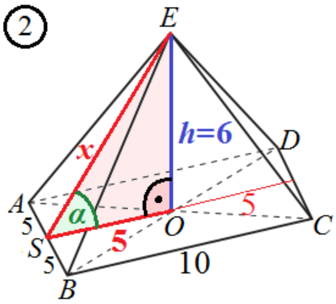
$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{tg}\beta = \frac{b}{a}$

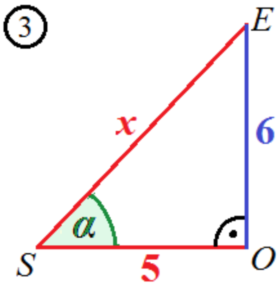
Zatem w ΔEOS mamy $\sin\alpha = \frac{4}{5}$.

Odp. **D**

25.23.
Zaznaczamy na rysunku dane długości krawędzi podstawy oraz wysokości ostrosłupa (rys. 1). Rysujemy odcinek $|ES| = \boldsymbol{x}$, czyli wysokość ściany bocznej, gdzie S jest środkiem AB. Zaznaczamy też kąt $\boldsymbol{\alpha}$ (rys. 2).

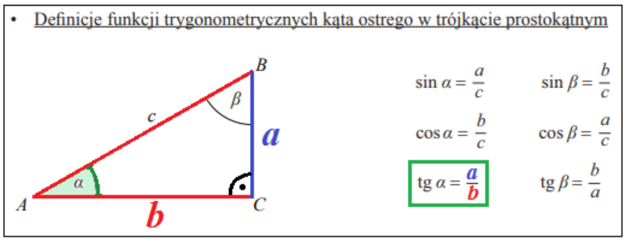
1


2


3


Obliczamy $tg\alpha$.

Możemy to zrobić z pomocą **karty wzorów** (str. 14), stosując podany tam wzór do $\boldsymbol{\Delta EOS}$ z zadania.



Zatem w ΔEOS mamy $tg\alpha = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{5}}$.

Odp. **A**

25.24.

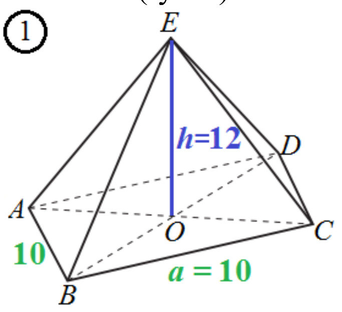
Zaznaczamy na rysunku dane długości krawędzi podstawy oraz wysokości ostrosłupa (rys. 1).
Rysujemy odcinek $|ES| = x$, czyli wysokość ściany bocznej, gdzie S jest środkiem AB.
Kąt nachylenia ściany bocznej do podstawy oznaczamy jako α (rys. 2).
Z tw. Pitagorasa w ΔEOS wyliczamy długość x:

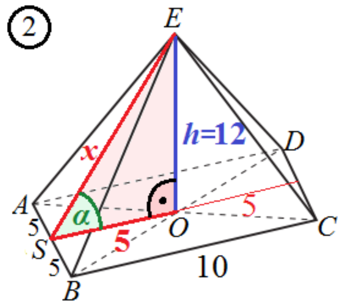
$x^2 = 5^2 + 12^2$

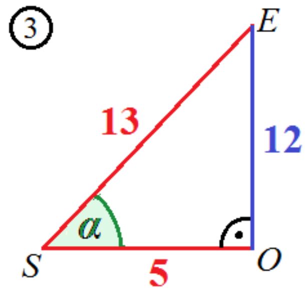
$x^2 = 25 + 144$

$x^2 = 169$

$x = 13$ (rys. 3).

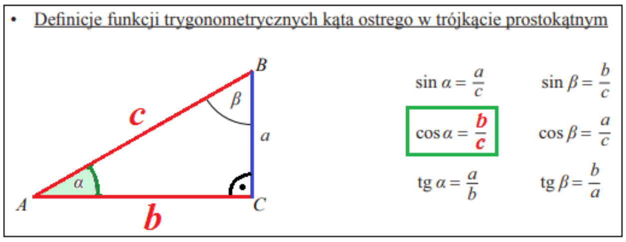






Obliczamy $\cos\alpha$.

Możemy to zrobić z pomocą **karty wzorów** (str. 14), stosując podany tam wzór do ΔEOS z zadania.

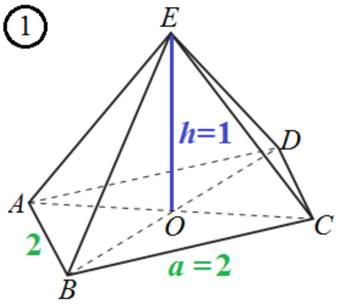


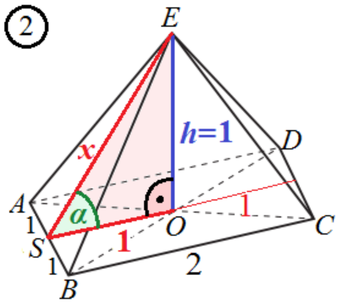
Zatem w ΔEOS mamy $\cos\alpha = \frac{5}{13}$.

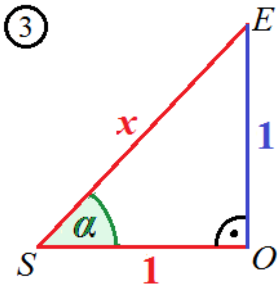
Odp. **B**

25.25.

Zaznaczamy na rysunku dane długości krawędzi podstawy oraz wysokości ostrosłupa (rys. 1).
Rysujemy odcinek $|ES| = \boldsymbol{x}$, czyli wysokość ściany bocznej, gdzie S jest środkiem AB.
Zaznaczamy też kąt $\boldsymbol{\alpha}$ (rys. 2).

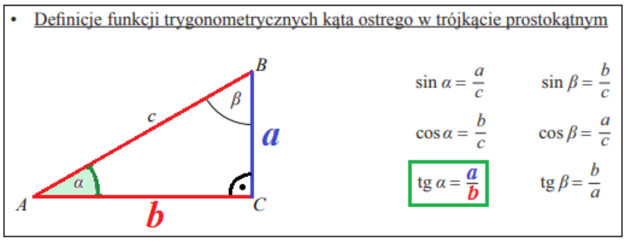






Określamy miarę kąta $\boldsymbol{\alpha}$ (rys. 3).

Możemy to zrobić z pomocą **karty wzorów** (str. 14 i str. 15), stosując podany tam wzór na $tg\,\alpha$ do $\boldsymbol{\Delta EOS}$ z zadania oraz korzystając z tabeli wartości funkcji trygonometrycznych.



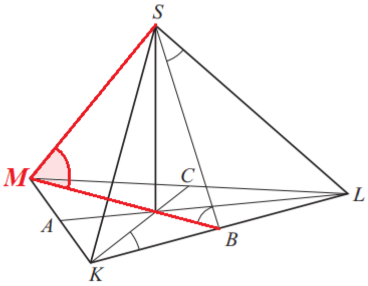
α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\text{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

Zatem w ΔEOS mamy $tg\alpha = \frac{1}{1} = \mathbf{1}$,

a jeśli $tg\,\alpha = \mathbf{1}$, to $\alpha = \mathbf{45^\circ}$.

Odp. **B**

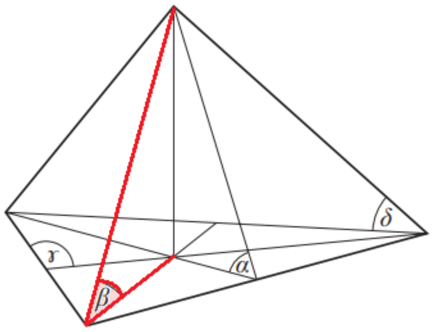
25.26.



Chodzi o $\angle SMB$.

Odp. **A**

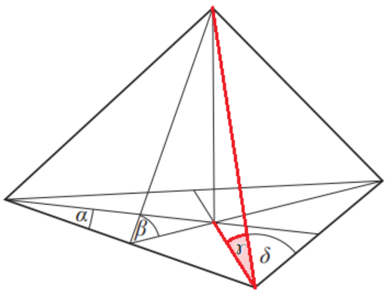
25.27.



Chodzi o kąt β.

Odp. **B**

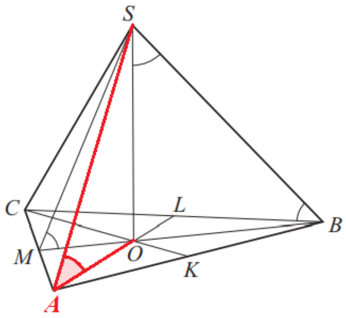
25.28.



Chodzi o kąt γ.

Odp. **C**

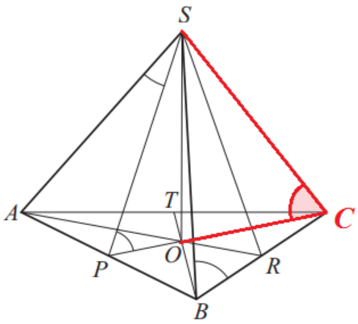
25.29.



Chodzi o $\angle SAO$.

Odp. **B**

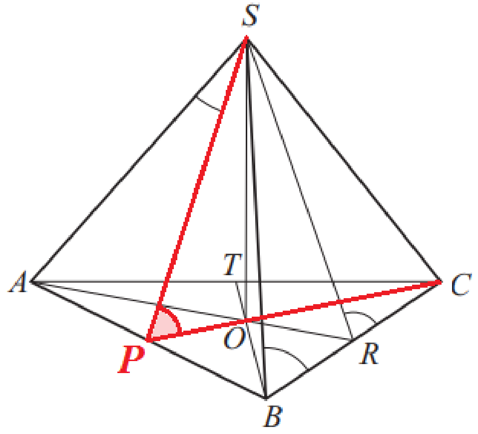
25.30.



Chodzi o $\angle SCO$.

Odp. **D**

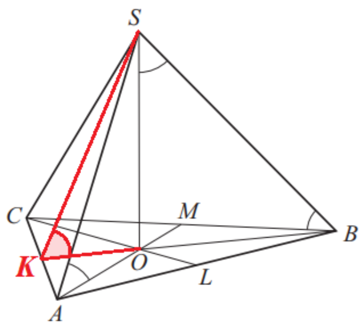
25.31.



Chodzi o $\angle SPC$.

Odp. **B**

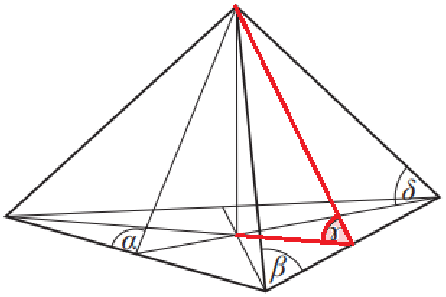
25.32.



Chodzi o $\angle SKO$.

Odp. **A**

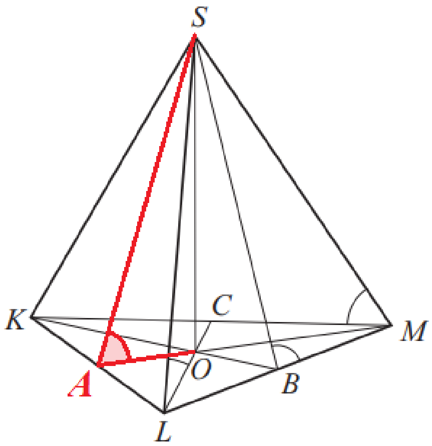
25.33.



Chodzi o kąt γ.

Odp. **C**

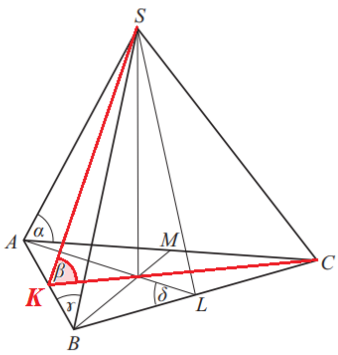
25.34.



Chodzi o $\angle SAO$.

Odp. **A**

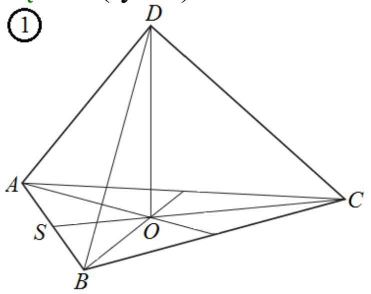
25.35.

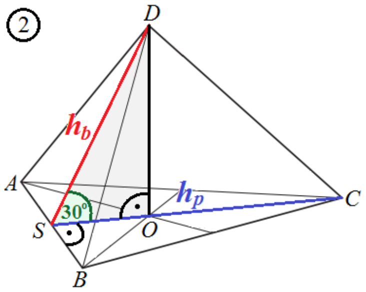


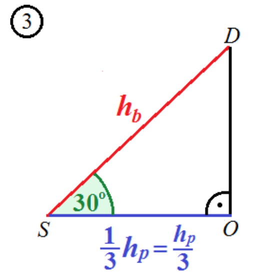
Chodzi o kąt $\angle SKC = \beta$.

Odp. **B**

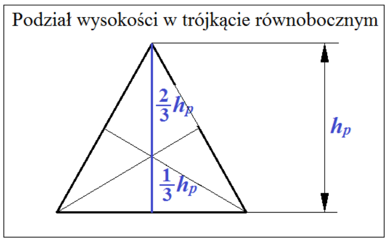
25.36.
Wykonujemy rysunek ostrosłupa. Punkt S jest środkiem krawędzi AB (rys. 1). Zaznaczamy na rysunku wysokość ściany bocznej $\boldsymbol{h_b}$, wysokość podstawy czyli odcinek $|SC| = \boldsymbol{h_p}$ oraz dany kąt **30°** (rys. 2).



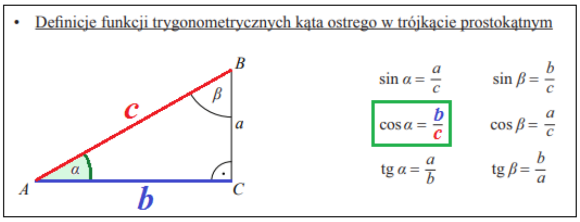




Ponieważ ostrosłup jest prawidłowy trójkątny, to podstawą ostrosłupa jest trójkąt równoboczny ABC.



Korzystamy z zasady podziału wysokości w trójkącie równobocznym, z której wynika że $|SO| = \frac{1}{3}h_p$ (rys. 3).



Trójkąt prostokątny DOS (rys. 3) porównujemy z trójkątem prostokątnym narysowanym w **karcie wzorów** (str. 14).

Stąd mamy:

$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{1}{3}h_p}{h_b} \quad \rightarrow \quad \text{uwzględniamy } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{1}{3}h_p}{h_b} \quad \rightarrow \quad \text{mnożymy równanie „na krzyż”}$$

$$2 \cdot \frac{1}{3}h_p = \sqrt{3} \cdot h_b$$

$$\frac{2}{3}h_p = \sqrt{3}h_b \qquad | \cdot 3$$

$$\mathbf{3} \cdot \frac{2}{3}h_p = \mathbf{3} \cdot \sqrt{3}h_b$$

$$2h_p = \mathbf{3}\sqrt{3}h_b \qquad | : 2$$

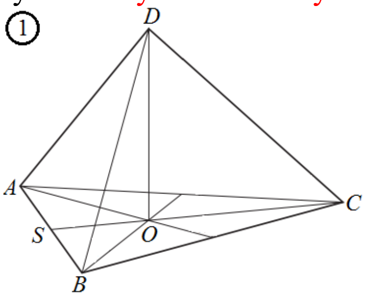
$$h_p = \frac{3\sqrt{3}h_b}{2} \qquad | : h_b$$

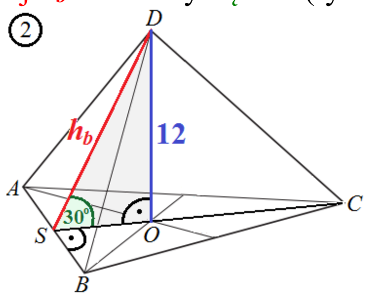
$$\frac{h_p}{h_b} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad h_p : h_b = \mathbf{3\sqrt{3} : 2}.$$

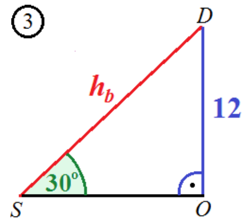
Odp. **C**

25.37.

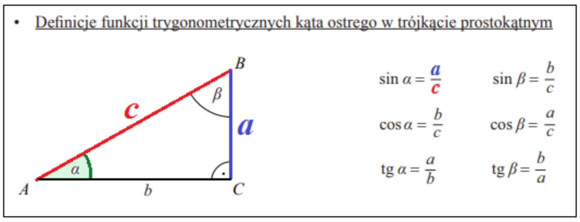
Wykonujemy rysunek ostrosłupa. Punkt S jest środkiem krawędzi AB (rys. 1). Zaznaczamy na rysunku wysokość ściany bocznej $\boldsymbol{h_b}$ oraz dany kąt $\mathbf{30^o}$ (rys. 2).







Trójkąt prostokątny DOS (rys. 3) porównujemy z trójkątem prostokątnym narysowanym w **karcie wzorów** (str. 14).


- Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym

$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\sin\beta = \frac{b}{c}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\cos\beta = \frac{a}{c}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$ $\mathrm{tg}\,\beta = \frac{b}{a}$

Stąd mamy:

$\sin 30^\circ = \frac{12}{h_b}$ → uwzględniamy $\sin 30^\circ = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$

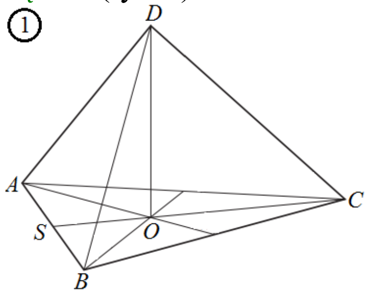
$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \frac{12}{h_b}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

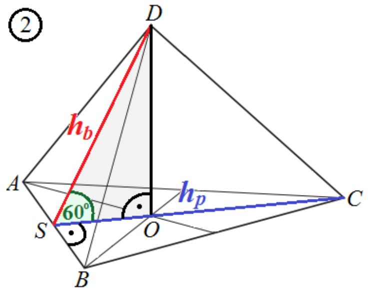
$1 \cdot h_b = 2 \cdot 12$

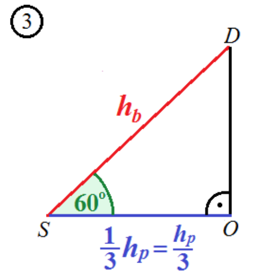
$\boldsymbol{h_b} = \mathbf{24}$

Odp. **C**

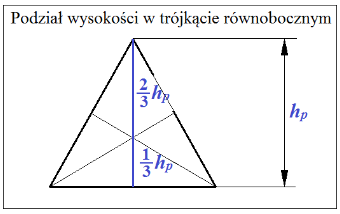
25.38.
Wykonujemy rysunek ostrosłupa. Punkt S jest środkiem krawędzi AB (rys. 1). Zaznaczamy na rysunku wysokość ściany bocznej $\boldsymbol{h_b}$, wysokość podstawy czyli odcinek $|\boldsymbol{SC}| = \boldsymbol{h_p}$ oraz dany kąt **60º** (rys. 2).

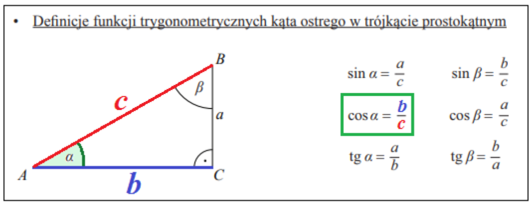






Ponieważ ostrosłup jest prawidłowy trójkątny, to podstawą ostrosłupa jest trójkąt równoboczny ABC.





Korzystamy z zasady podziału wysokości w trójkącie równobocznym, z której wynika, że $|\boldsymbol{SO}| = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{h_p}$ (rys. 3). Trójkąt prostokątny DOS (rys. 3) porównujemy z trójkątem prostokątnym narysowanym w **karcie wzorów** (str. 14). Stąd mamy:

$$\cos 60^\circ = \frac{\frac{1}{3}h_p}{h_b} \quad \rightarrow \quad \text{uwzględniamy } \cos 60^\circ = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \frac{\frac{1}{3}h_p}{h_b} \quad \rightarrow \quad \text{mnożymy równanie „na krzyż”}$$

$$2 \cdot \frac{1}{3}h_p = 1 \cdot h_b$$

$$\frac{2}{3}h_p = h_b \qquad | \cdot 3$$

$$\mathbf{3} \cdot \frac{2}{3}h_p = \mathbf{3} \cdot h_b$$

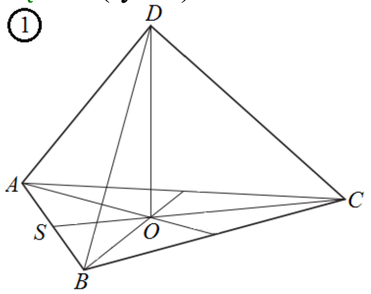
$$2h_p = 3h_b \qquad | : 2$$

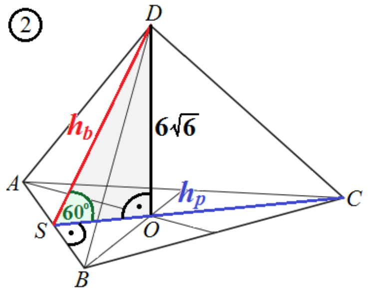
$$h_p = \frac{3h_b}{2} \qquad | : h_b$$

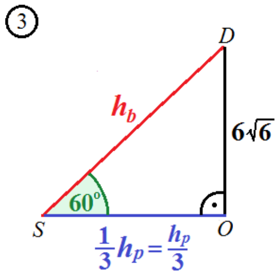
$$\frac{h_p}{h_b} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}.$$

Odp. **D**

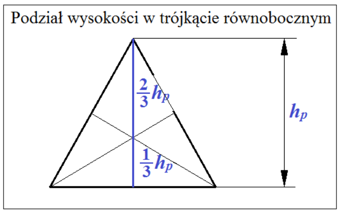
25.39.
Wykonujemy rysunek ostrosłupa. Punkt *S* jest środkiem krawędzi *AB* (rys. 1). Zaznaczamy na rysunku wysokość ściany bocznej $\boldsymbol{h_b}$, wysokość podstawy czyli odcinek $|\boldsymbol{SC}| = \boldsymbol{h_p}$ oraz dany kąt **60º** (rys. 2).

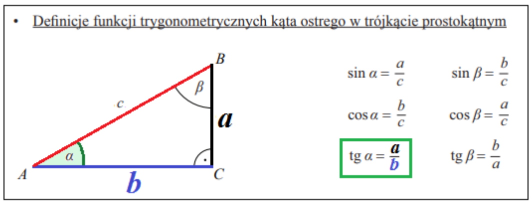






Ponieważ ostrosłup jest prawidłowy trójkątny, to podstawą ostrosłupa jest trójkąt równoboczny *ABC*.





Korzystamy z zasady podziału wysokości w trójkącie równobocznym, z której wynika, że $|\boldsymbol{SO}| = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{h_p}$ (rys. 3). Trójkąt prostokątny *DOS* (rys. 3) porównujemy z trójkątem prostokątnym narysowanym w **karcie wzorów** (str. 14). Stąd mamy:

$$tg\,60^\circ = \frac{6\sqrt{6}}{\frac{1}{3}h_p} \quad \rightarrow \quad \text{uwzględniamy } tg\,60^\circ = \sqrt{\mathbf{3}}$$

$$\sqrt{\mathbf{3}} = \frac{6\sqrt{6}}{\frac{1}{3}h_p} \qquad \Big|\cdot \frac{1}{3}h_p$$

$$\sqrt{3}\cdot\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}h_p = 6\sqrt{6}$$

$$\frac{\sqrt{3}h_p}{3} = 6\sqrt{6} \qquad |\cdot 3$$

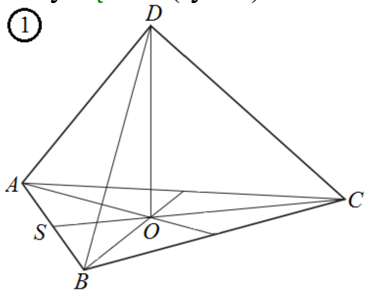
$$\sqrt{3}h_p = 18\sqrt{6} \qquad |:\sqrt{3}$$

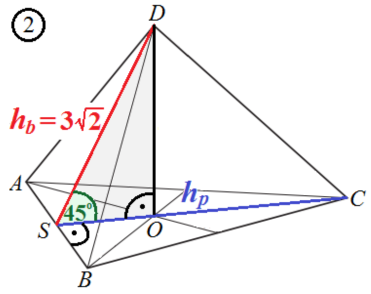
$$h_p = \frac{18\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \mathbf{18\sqrt{2}}\,.$$

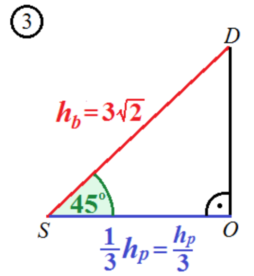
Odp. **C**

25.40.

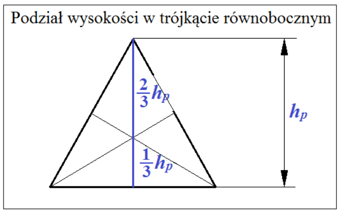
Wykonujemy rysunek ostrosłupa. Punkt S jest środkiem krawędzi AB (rys. 1). Zaznaczamy na rysunku daną wysokość ściany bocznej $\boldsymbol{h_b}$, wysokość podstawy czyli odcinek $|SC| = h_p$ oraz dany kąt $\mathbf{45^o}$ (rys. 2).

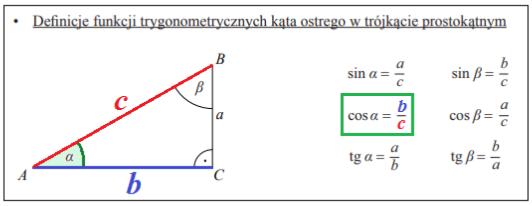






Ponieważ ostrosłup jest prawidłowy trójkątny, to podstawą ostrosłupa jest trójkąt równoboczny ABC.


Podział wysokości w trójkącie równobocznym



Korzystamy z zasady podziału wysokości w trójkącie równobocznym, z której wynika, że $|SO| = \frac{1}{3}h_p$ (rys. 3). Trójkąt prostokątny DOS (rys. 3) porównujemy z trójkątem prostokątnym narysowanym w **karcie wzorów** (str. 14). Stąd mamy:

$$\cos 45^\circ = \frac{\frac{1}{3}h_p}{3\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad \text{uwzględniamy } \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\frac{1}{3}h_p}{3\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad \text{mnożymy równanie „na krzyż”}$$

$$2 \cdot \frac{1}{3}h_p = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$$

$$\frac{2}{3}h_p = 3 \cdot 2$$

$$\frac{2}{3}h_p = 6 \qquad |\cdot 3$$

$$\mathbf{3} \cdot \frac{2}{3}h_p = \mathbf{3} \cdot 6$$

$$2h_p = 18 \qquad |:2$$

$$h_p = 9$$

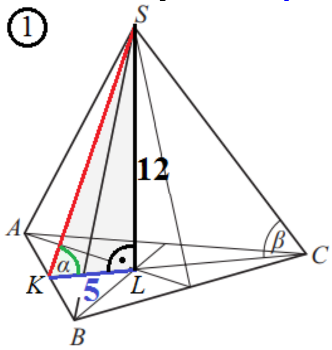
Odp. **B**

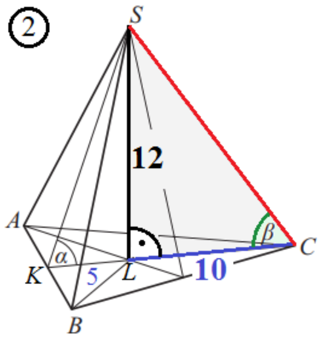
25.41.

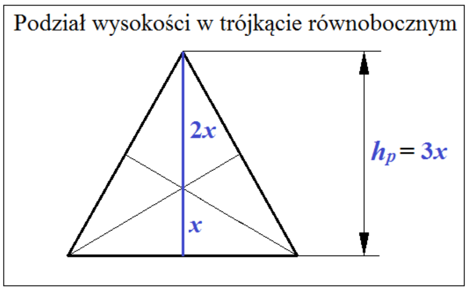
Oznaczmy: K – środek krawędzi AB oraz L – spodek wysokości.

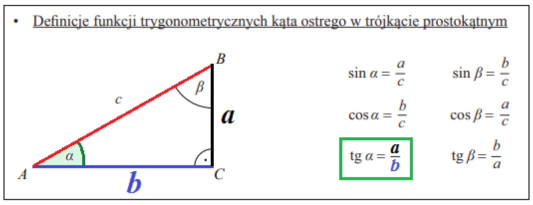
Rozważamy przykładowy ostrosłup, w którym – ze względu na dany $tg\,\alpha = \frac{12}{5}$ – mamy:

$|KL| = \mathbf{5}$ oraz $|SL| = \mathbf{12}$ (rys. 1).
Ostrosłup jest prawidłowy trójkątny, więc ma w podstawie trójkąt równoboczny ABC.
Wykorzystując zasadę podziału wysokości w trójkącie równobocznym ABC, wnioskujemy że odcinek $\boldsymbol{LC}$ jest **2 razy dłuższy** od $\boldsymbol{KL}$, więc jeśli $|KL| = \mathbf{5}$, to $|LC| = \mathbf{10}$ (rys. 2).









W trójkącie prostokątnym CLS (rys. 2) mamy

$$tg\,\beta = \frac{12}{10} = \mathbf{1{,}2}.$$

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 20).

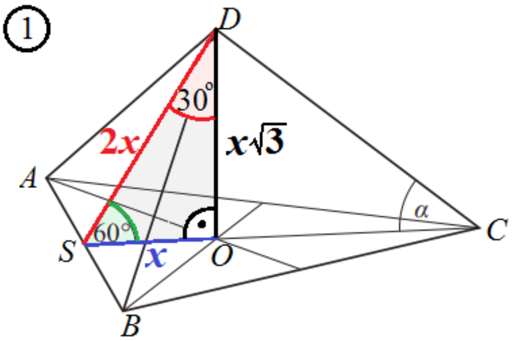
W kolumnie tangensa szukamy wartości jak najbardziej zbliżonych do **1,2** (są to wartości **1,1918** oraz 1,2349), potem odczytujemy miarę kąta równą w przybliżeniu ok. **50°** – **51°**, więc możemy przyjąć, że $\boldsymbol{\beta} \approx \mathbf{50{,}5^\circ}$.

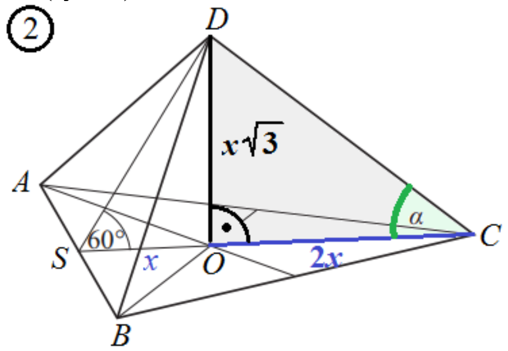
$\alpha\,[^\circ]$	sin α cos β	tg α	$\beta\,[^\circ]$
46	0,7193	1,0355	44
47	0,7314	1,0724	43
48	0,7431	1,1106	42
49	0,7547	1,1504	41
50	**0,7660**	**1,1918**	**40**
51	0,7771	1,2349	39
52	0,7880	1,2799	38
53	0,7986	1,3270	37
54	0,8090	1,3764	36
55	0,8192	1,4281	35

Zatem miara kąta $\boldsymbol{\beta} \approx \mathbf{50{,}5^\circ}$ spełnia warunek $48^\circ \le \beta < 53^\circ$, bo liczba **50,5** zawiera się pomiędzy **48** i **53**.

Odp. **C**

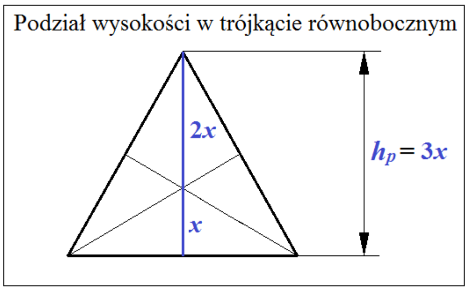
25.42.
Korzystamy z własności trójkąta o kątach **90º**, **60º**, **30º** (rys. 1).





Ponieważ ostrosłup jest prawidłowy trójkątny, to w podstawie ma trójkąt równoboczny.

Wykorzystujemy zasadę podziału wysokości w trójkącie równobocznym, także jeśli $|SO| = \boldsymbol{x}$, to wówczas $|OC| = \boldsymbol{2x}$ (rys. 2).



W trójkącie prostokątnym DOC mamy $tg\alpha = \frac{|DO|}{|OC|}$,

zatem $tg\alpha = \frac{x\sqrt{3}}{2x} = \frac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{2}}$.

Odp. **D**

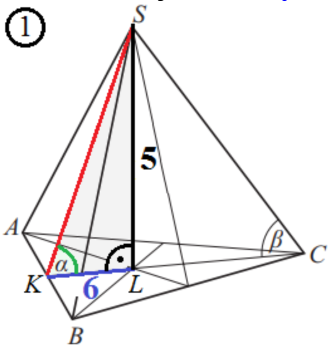
25.43.

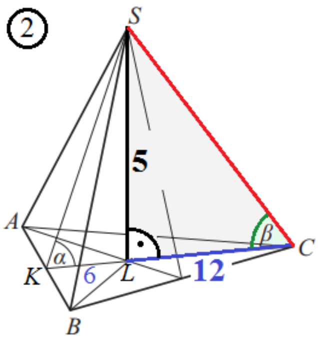
Rysujemy ostrosłup i oznaczmy: K – środek krawędzi AB oraz L – spodek wysokości.

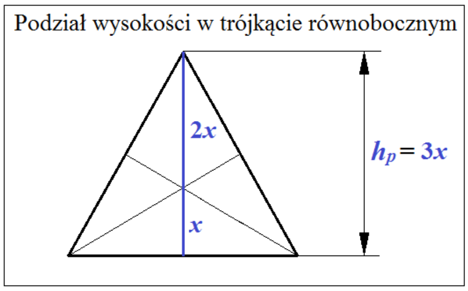
Rozważamy przykładowy ostrosłup, w którym – ze względu na dany $tg\,\alpha = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}}$ – mamy:

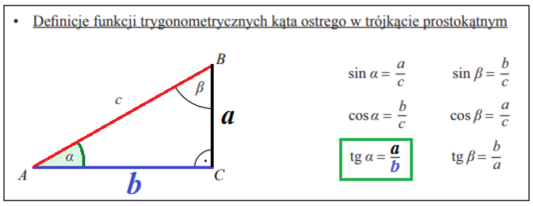
$|SL| = \mathbf{5}$ oraz $|KL| = \mathbf{6}$. Zaznaczamy też kąty α i β (rys. 1).

Ostrosłup jest prawidłowy trójkątny, więc ma w podstawie trójkąt równoboczny ABC. Wykorzystując zasadę podziału wysokości w trójkącie równobocznym ABC, wnioskujemy że odcinek ***LC*** jest **2 razy dłuższy** od ***KL***, więc jeśli $|KL| = \mathbf{6}$, to $|LC| = \mathbf{12}$ (rys. 2).









W trójkącie prostokątnym CLS (rys. 2) mamy

$tg\,\beta = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{12}}$.

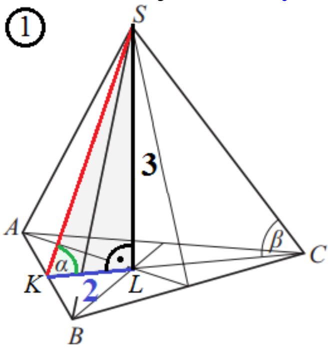
Odp. **C**

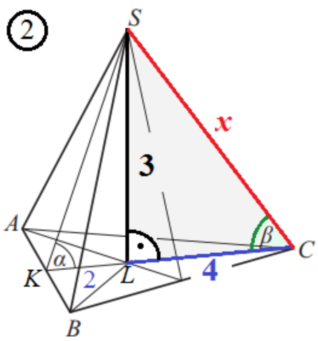
25.44.
Rysujemy ostrosłup i oznaczmy: K – środek krawędzi AB oraz L – spodek wysokości.
Oznaczamy też kąty:
kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy jako α
kąt między krawędzią boczną a podstawą ostrosłupa jako β. Poszukujemy wartości $\sin\beta$.

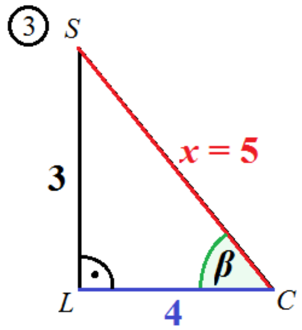
Rozważamy przykładowy ostrosłup, w którym – ze względu na dany $tg\,\alpha = \frac{3}{2}$ – mamy:

$|SL| = \mathbf{3}$ oraz $|KL| = \mathbf{2}$ (rys. 1).

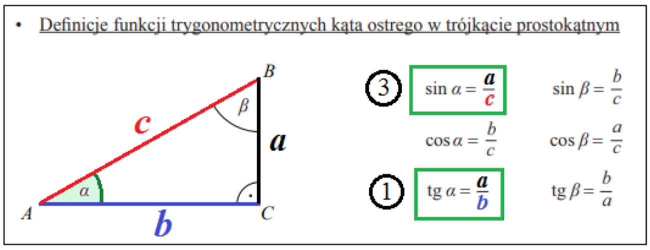
Ostrosłup jest prawidłowy trójkątny, więc ma w podstawie trójkąt równoboczny ABC.
Wykorzystując zasadę podziału wysokości w trójkącie równobocznym ABC, wnioskujemy że odcinek $\boldsymbol{LC}$ jest **2 razy dłuższy** od $\boldsymbol{KL}$, więc jeśli $|KL| = \mathbf{2}$, to $|LC| = \mathbf{4}$ (rys. 2).

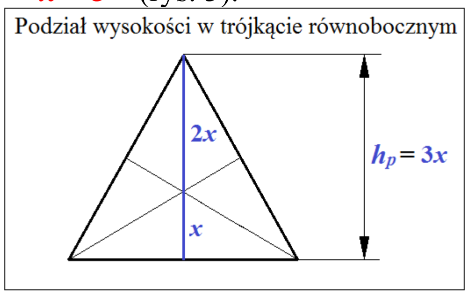






Korzystamy z tw. Pitagorasa w trójkącie CLS:
$x^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow x^2 = 9 + 16 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = 5$ (rys. 3).





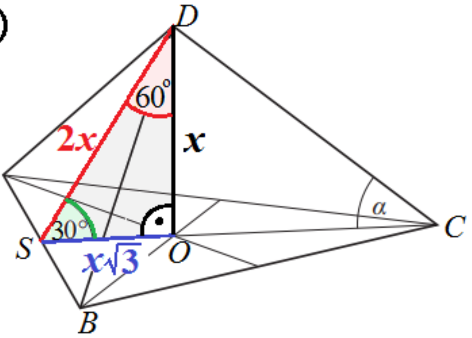
W trójkącie prostokątnym CLS (rys. 2) mamy $\sin\beta = \frac{3}{5}$.

Odp. **C**

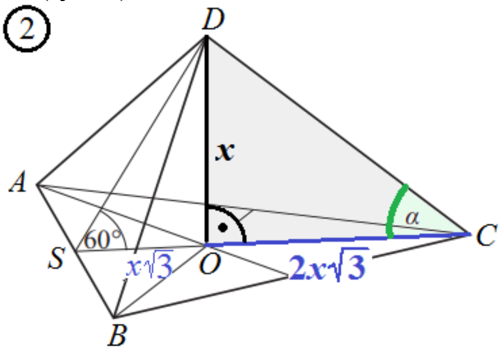
25.45.

Korzystamy z własności trójkąta o kątach **90º**, **60º**, **30º** (rys. 1).

1

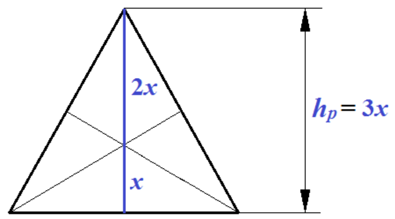


2



Ponieważ ostrosłup jest prawidłowy trójkątny, to w podstawie ma trójkąt równoboczny.

Podział wysokości w trójkącie równobocznym



Wykorzystujemy zasadę podziału wysokości w trójkącie równobocznym, także jeśli $|SO| = \boldsymbol{x}\sqrt{\mathbf{3}}$, to wówczas $|OC| = \mathbf{2}\boldsymbol{x}\sqrt{\mathbf{3}}$ (rys. 2).

W trójkącie prostokątnym DOC mamy $tg\alpha = \dfrac{|DO|}{|OC|}$,

zatem $tg\alpha = \dfrac{x}{2x\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2\sqrt{3}} \approx \dfrac{1}{2\cdot 1{,}73} = \dfrac{1}{3{,}46} \approx \mathbf{0{,}289}$.

$\alpha\,[^\circ]$	$\sin\alpha$ / $\cos\beta$	$tg\,\alpha$	$\beta\,[^\circ]$
0	**0,0000**	**0,0000**	**90**
1	0,0175	0,0175	89
2	0,0349	0,0349	88
3	0,0523	0,0524	87
4	0,0698	0,0699	86
5	0,0872	0,0875	85
6	0,1045	0,1051	84
7	0,1219	0,1228	83
8	0,1392	0,1405	82
9	0,1564	0,1584	81
10	**0,1736**	**0,1763**	**80**
11	0,1908	0,1944	79
12	0,2079	0,2126	78
13	0,2250	0,2309	77
14	0,2419	0,2493	76
15	0,2588	0,2679	75
16	0,2756	0,2867	74
17	0,2924	0,3057	73
18	0,3090	0,3249	72
19	0,3256	0,3443	71

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 20).

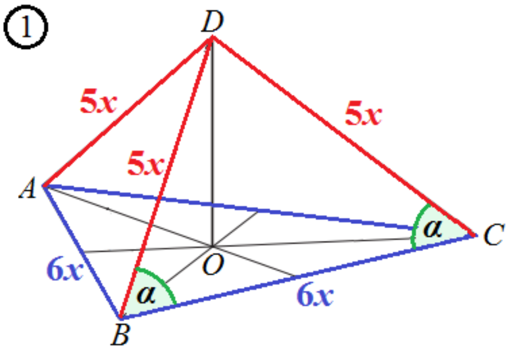
W kolumnie tangensa szukamy wartości jak najbardziej zbliżonych do **0,289** (są to wartości 0,2867 oraz 0,3057), potem odczytujemy miarę kąta równą w przybliżeniu ok. **16º** – **17º**, więc możemy przyjąć, że $\boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{16{,}5^\circ}$.

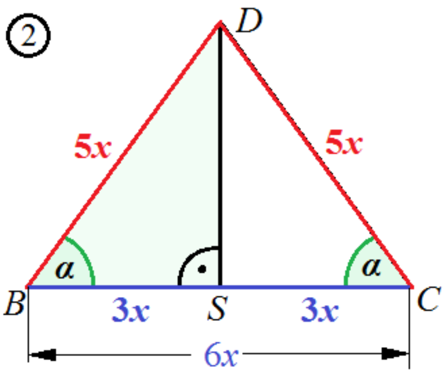
Zatem miara kąta $\boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{16{,}5^\circ}$ spełnia warunek $14^\circ \le \alpha < 19^\circ$, bo liczba **16,5** zawiera się pomiędzy **14** i **19**.

Odp. **C**

25.46.

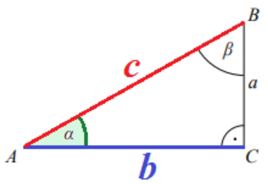
Rysujemy ostrosłup i zaznaczamy długości krawędzi podstawy **$6x$** oraz krawędzi bocznej **$5x$**; zaznaczamy też dany kąt $\boldsymbol{\alpha}$ (rys. 1).





Trójkąt DBC jest równoramienny, więc wysokość DS dzieli podstawę BC na pół (rys. 2).

- Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\quad$ $\sin\beta = \frac{b}{c}$

$\boxed{\cos\alpha = \frac{b}{c}}$ $\quad$ $\cos\beta = \frac{a}{c}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$ $\quad$ $\mathrm{tg}\,\beta = \frac{b}{a}$

Trójkąt prostokątny DBS kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14). Wobec tego, mamy

$$\cos\alpha = \frac{3x}{5x} = \frac{3}{5} = \mathbf{0{,}6}.$$

Korzystamy z **tabeli** w **karcie wzorów** (str. 20).

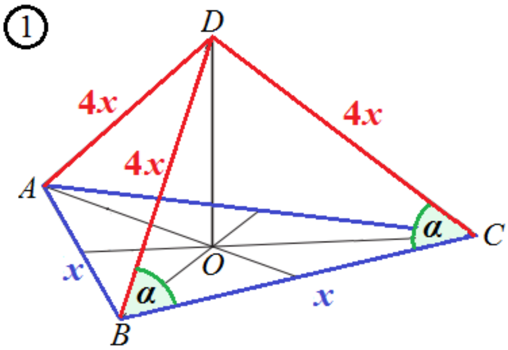
$\alpha\,[^\circ]$	$\sin\alpha$ / $\boxed{\cos\beta}$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\boxed{\beta\,[^\circ]}$
0	**0,0000**	**0,0000**	**90**
1	0,0175	0,0175	89
2	0,0349	0,0349	88
3	0,0523	0,0524	87
4	0,0698	0,0699	86
5	0,0872	0,0875	85
6	0,1045	0,1051	84
34	0,5592	0,6745	56
35	0,5736	0,7002	55
36	0,5878	0,7265	54
37	$\boxed{0{,}6018}$	~~0,7536~~	$\boxed{53}$
38	0,6157	0,7813	52
39	0,6293	0,8098	51
40	**0,6428**	**0,8391**	**50**
41	0,6561	0,8693	49
42	0,6691	0,9004	48
43	0,6820	0,9325	47

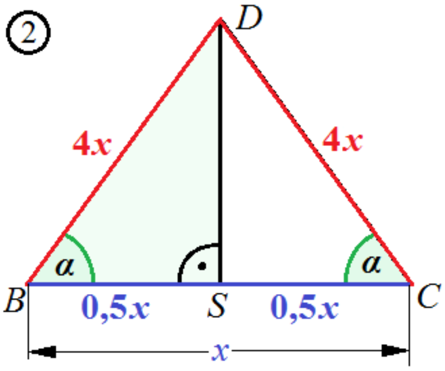
W kolumnie cosinusa szukamy wartości jak najbardziej zbliżonej do **0,6** (jest to wartość 0,6018), potem odczytujemy miarę kąta równą w przybliżeniu ok. **53°**, więc możemy przyjąć, że $\boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{53^\circ}$.

Zatem miara kąta $\boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{53^\circ}$ spełnia warunek $45° \le \alpha < 60°$, bo liczba **53** zawiera się pomiędzy **45** i **60**.

Odp. **C**

25.47.
Rysujemy ostrosłup i zaznaczamy długości krawędzi podstawy $\boldsymbol{x}$ oraz krawędzi bocznej $\mathbf{4}\boldsymbol{x}$; zaznaczamy też dany kąt $\boldsymbol{\alpha}$ (rys. 1).

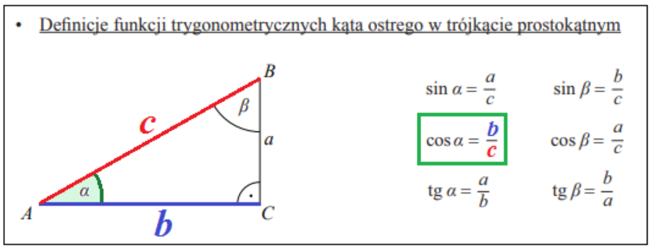




Trójkąt DBC jest równoramienny, więc wysokość DS dzieli podstawę BC na pół (rys. 2).

Trójkąt prostokątny DBS kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14). Wobec tego, mamy

$$\cos\alpha = \frac{0{,}5x}{4x} = \frac{0{,}5}{4} = \mathbf{0{,}125}.$$



Korzystamy z **tabeli** w **karcie wzorów** (str. 20).

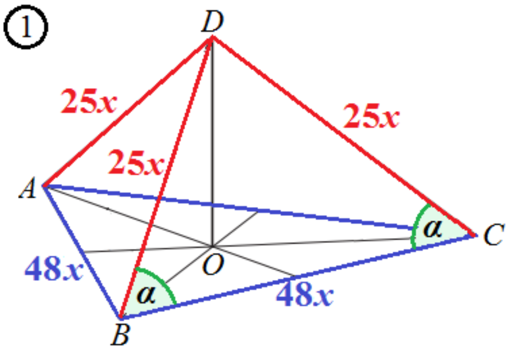
$\alpha\,[^\circ]$	$\sin\alpha$ / $\boxed{\cos\beta}$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\boxed{\beta\,[^\circ]}$
0	**0,0000**	**0,0000**	**90**
1	0,0175	0,0175	89
2	0,0349	0,0349	88
3	0,0523	0,0524	87
4	0,0698	0,0699	86
5	0,0872	0,0875	85
6	0,1045	0,1051	84
7	$\boxed{0{,}1219}$	0,1228	$\boxed{83}$
8	$\boxed{0{,}1392}$	0,1405	$\boxed{82}$
9	0,1564	0,1584	81
10	**0,1736**	**0,1763**	**80**
11	0,1908	0,1944	79
12	0,2079	0,2126	78

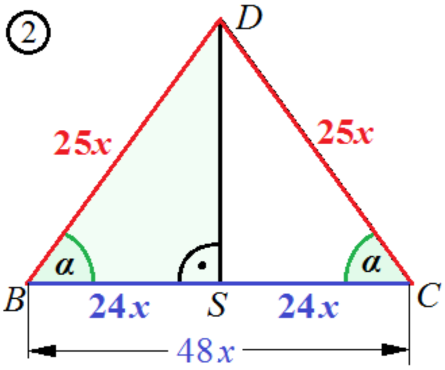
W kolumnie cosinusa szukamy wartości jak najbardziej zbliżonych do **0,125** (są to wartości 0,1219 oraz 0,1392), potem odczytujemy miarę kąta równą w przybliżeniu ok. **82 – 83°**, więc możemy przyjąć, że $\boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{82{,}5^\circ}$.

Zatem miara kąta $\boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{82{,}5^\circ}$ należy do przedziału $(55^\circ, 90^\circ)$, bo liczba **82,5** zawiera się pomiędzy **55** a **90**.

Odp. **D**

25.48.
Rysujemy ostrosłup i zaznaczamy długości krawędzi podstawy $48x$ oraz krawędzi bocznej $25x$; zaznaczamy też dany kąt α (rys. 1).

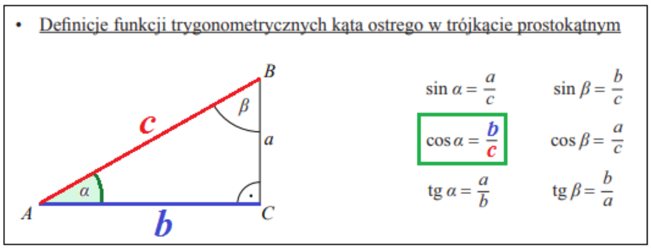




Trójkąt DBC jest równoramienny, więc wysokość DS dzieli podstawę BC na pół (rys. 2).

Trójkąt prostokątny DBS kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14). Wobec tego, mamy

$$\cos\alpha = \frac{24x}{25x} = \frac{24}{25} = \mathbf{0{,}96}.$$



Korzystamy z **tabeli** w **karcie wzorów** (str. 20).

W kolumnie cosinusa szukamy wartości jak najbardziej zbliżonych do **0,96** (są to wartości 0,9563 i 0,9613), potem odczytujemy miarę kąta równą w przybliżeniu ok. **16 – 17°**, więc możemy przyjąć, że $\alpha \approx$ **16,5°**.

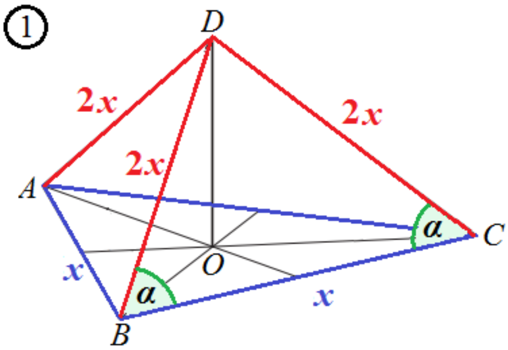
$\alpha\,[^\circ]$	$\sin\alpha$ / $\cos\beta$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\beta\,[^\circ]$
46	0,7193	1,0355	44
47	0,7314	1,0724	43
48	0,7431	1,1106	42
49	0,7547	1,1504	41
50	**0,7660**	**1,1918**	**40**
51	0,7771	1,2349	39
52	0,7880	1,2799	38
53	0,7986	1,3270	37
54	0,8090	1,3764	36
55	0,8192	1,4281	35
56	0,8290	1,4826	34
57	0,8387	1,5399	33
58	0,8480	1,6003	32
59	0,8572	1,6643	31
60	**0,8660**	**1,7321**	**30**
61	0,8746	1,8040	29
62	0,8829	1,8807	28
63	0,8910	1,9626	27
64	0,8988	2,0503	26
65	0,9063	2,1445	25
66	0,9135	2,2460	24
67	0,9205	2,3559	23
68	0,9272	2,4751	22
69	0,9336	2,6051	21
70	**0,9397**	**2,7475**	**20**
71	0,9455	2,9042	19
72	0,9511	3,0777	18
73	$\boxed{0{,}9563}$	3,2709	$\boxed{17}$
74	$\boxed{0{,}9613}$	3,4874	$\boxed{16}$
75	0,9659	3,7321	15
76	0,9703	4,0108	14
77	0,9744	4,3315	13

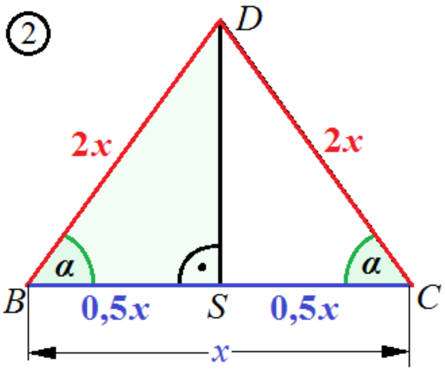
Zatem miara kąta $\alpha \approx$ **16,5°** spełnia warunek $15^\circ \le \alpha < 20^\circ$, bo liczba **16,5** zawiera się pomiędzy **15** a **20**.

Odp. **B**

25.49.

Rysujemy ostrosłup i zaznaczamy długości krawędzi podstawy x oraz krawędzi bocznej $2x$; zaznaczamy też dany kąt α (rys. 1).



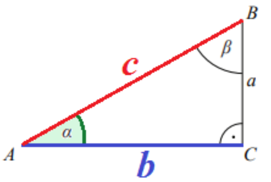


Trójkąt DBC jest równoramienny, więc wysokość DS dzieli podstawę BC na pół (rys. 2).

Trójkąt prostokątny DBS kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14). Wobec tego, mamy

$$\cos\alpha = \frac{0{,}5x}{2x} = \frac{0{,}5}{2} = \mathbf{0{,}25}.$$

- Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\quad$ $\sin\beta = \frac{b}{c}$

$\boxed{\cos\alpha = \frac{b}{c}}$ $\quad$ $\cos\beta = \frac{a}{c}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\quad$ $\operatorname{tg}\beta = \frac{b}{a}$

Korzystamy z **tabeli** w **karcie wzorów** (str. 20).

W kolumnie cosinusa szukamy wartości jak najbardziej zbliżonych do **0,25** (są to wartości 0,2419 oraz 0,2588), potem odczytujemy miarę kąta równą w przybliżeniu ok. **75 – 76°**, więc możemy przyjąć, że $\alpha \approx$ **75,5°**.

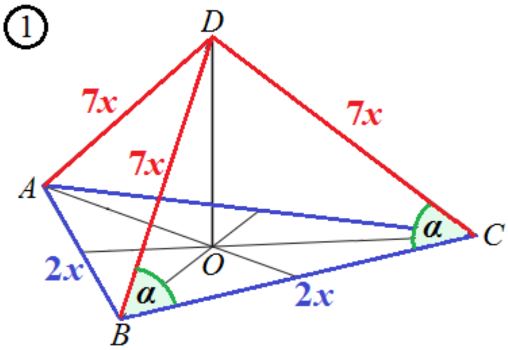
$\alpha\,[^\circ]$	$\sin\alpha$ / $\boxed{\cos\beta}$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\boxed{\beta\,[^\circ]}$
0	**0,0000**	**0,0000**	**90**
1	0,0175	0,0175	89
2	0,0349	0,0349	88
3	0,0523	0,0524	87
4	0,0698	0,0699	86
5	0,0872	0,0875	85
6	0,1045	0,1051	84
7	0,1219	0,1228	83
8	0,1392	0,1405	82
9	0,1564	0,1584	81
10	**0,1736**	**0,1763**	**80**
11	0,1908	0,1944	79
12	0,2079	0,2126	78
13	0,2250	0,2309	77
14	0,2419	0,2493	76
15	0,2588	0,2679	75
16	0,2756	0,2867	74
17	0,2924	0,3057	73

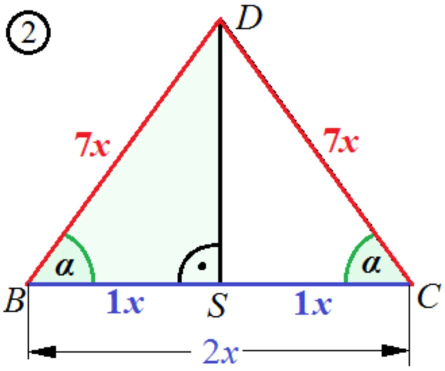
Zatem miara kąta $\alpha \approx$ **75,5°** należy do przedziału $(70°, 90°)$, bo liczba **75,5** zawiera się pomiędzy **70** a **90**.

Odp. **D**

25.50.

Rysujemy ostrosłup i zaznaczamy długości krawędzi podstawy $\boldsymbol{2x}$ oraz krawędzi bocznej $\boldsymbol{7x}$; zaznaczamy też dany kąt $\boldsymbol{\alpha}$ (rys. 1).



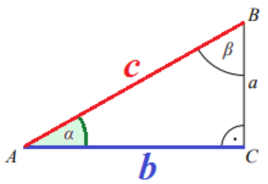


Trójkąt DBC jest równoramienny, więc wysokość DS dzieli podstawę BC na pół (rys. 2).

Trójkąt prostokątny DBS kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14). Wobec tego, mamy

$$\cos\alpha = \frac{1x}{7x} = \frac{1}{7} \approx \mathbf{0{,}143}.$$

- Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\quad \sin\beta = \frac{b}{c}$

$\boxed{\cos\alpha = \frac{b}{c}}$ $\quad \cos\beta = \frac{a}{c}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\quad \operatorname{tg}\beta = \frac{b}{a}$

Korzystamy z **tabeli** w **karcie wzorów** (str. 20).

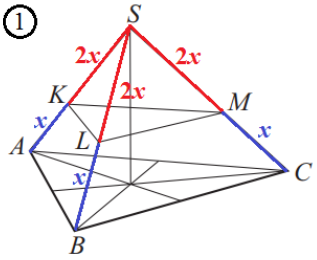
$\alpha\,[^\circ]$	$\sin\alpha$ / $\boxed{\cos\beta}$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\boxed{\beta\,[^\circ]}$
0	**0,0000**	**0,0000**	**90**
1	0,0175	0,0175	89
2	0,0349	0,0349	88
3	0,0523	0,0524	87
4	0,0698	0,0699	86
5	0,0872	0,0875	85
6	0,1045	0,1051	84
7	0,1219	0,1228	83
8	$\boxed{0{,}1392}$	0,1405	$\boxed{82}$
9	$\boxed{0{,}1564}$	0,1584	$\boxed{81}$
10	**0,1736**	**0,1763**	**80**
11	0,1908	0,1944	79
12	0,2079	0,2126	78

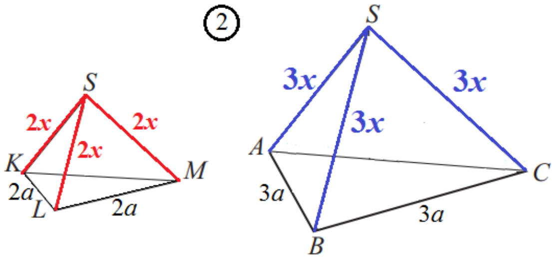
W kolumnie cosinusa szukamy wartości jak najbardziej zbliżonych do **0,143** (są to wartości 0,1392 i 0,1564), potem odczytujemy miarę kąta równą w przybliżeniu ok. **81 – 82°**, więc możemy przyjąć, że $\boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{81{,}5^\circ}$.

Zatem miara kąta $\boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{81{,}5^\circ}$ spełnia warunek $79^\circ \le \alpha < 83^\circ$, bo liczba **81,5** zawiera się pomiędzy **79** i **83**.

Odp. **C**

25.51.
Podstawiając $|AK| = |LB| = |MC| = \boldsymbol{x}$, otrzymujemy $\mathbf{2x} = |KS|$, $\mathbf{2x} = |LS|$, $\mathbf{2x} = |SM|$ (rys. 1).

1


2


Obliczamy skalę podobieństwa

$$\boldsymbol{k} = \frac{|KS|}{|AS|} = \frac{2x}{3x} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}},$$

więc $\boldsymbol{k}^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{27}}$.

Stosunek objętości brył podobnych jest równy sześcianowi skali podobieństwa, tj. $\boldsymbol{k}^3$

Odp. **B**

25.52. Stosunek pola trójkąta *KLM* do pola trójkąta *ABC* jest równy:

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{8}{27}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{11}{64}$

Rozwiązanie:
Trójkąt *KLM* jest podobny do trójkąta *ABC* w skali $k = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$.

Stosunek pól figur podobnych jest równy kwadratowi skali podobieństwa, tj. $\boldsymbol{k}^2$

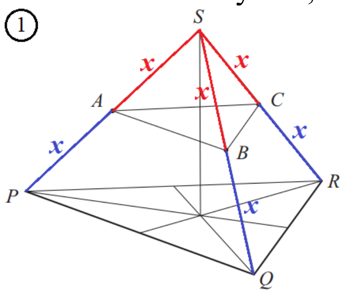
Oznacza to, że $\frac{P_{KLM}}{P_{ABC}} = k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}}$.

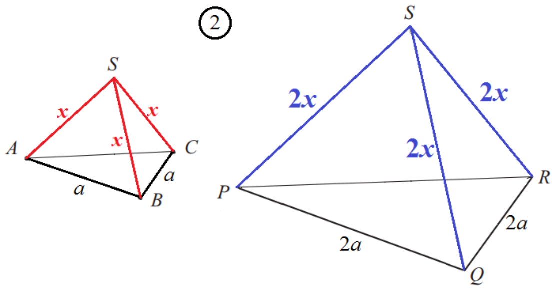
Odp. **C**

Uwaga! *W oryginalnej, książkowej treści zadania, przez pomyłkę zamieniono miejscami „KLM” oraz „ABC”.*
Wydawnictwo Aksjomat oraz autor przepraszają za błąd w książce.

25.53.

Z treści zadania wynika, że punkty A, B, C dzielą krawędzie boczne na połowy (rys. 1).





Obliczamy skalę podobieństwa

Stosunek objętości brył podobnych jest równy sześcianowi skali podobieństwa, tj. k^3

$$k = \frac{|AS|}{|PS|} = \frac{x}{2x} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}},$$

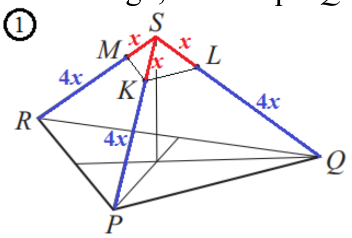
więc $k^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}}$.

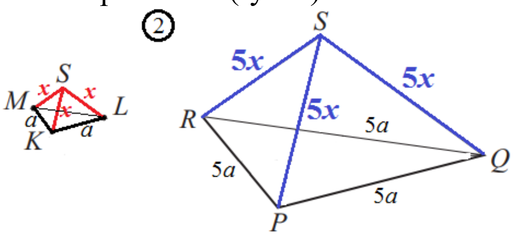
Odp. **A**

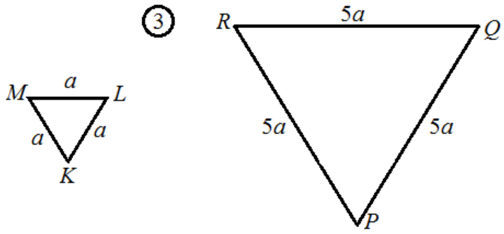
25.54.

Uwzględniamy warunek $\frac{|MS|}{|RM|} = \frac{|KS|}{|PK|} = \frac{|LS|}{|QL|} = \frac{1}{4}$ (rys. 1).

Wobec tego, ostrosłup $PQRS$ jest podobny do ostrosłupa $MKLS$ (rys. 2).







Stosunek pól figur podobnych jest równy kwadratowi skali podobieństwa, tj. k^2

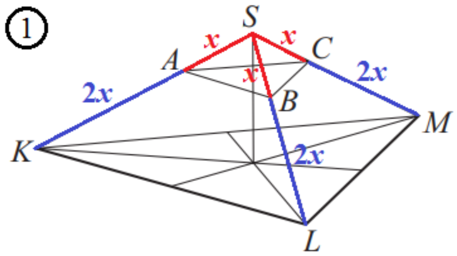
Obliczamy skalę podobieństwa $k = \frac{|MS|}{|RS|} = \frac{x}{5x} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}$.

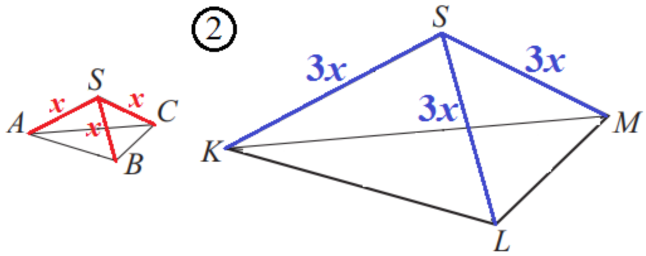
Oznacza to, że $\frac{P_{MKL}}{P_{PQR}} = k^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{25}}$ więc pole trójkąta MKL jest **25 razy mniejsze** od pola trójkąta PQR.

Odp. **D**

25.55.

Podstawiając $|AS| = |SB| = |CS| = \boldsymbol{x}$, otrzymujemy $|KA| = \mathbf{2}\boldsymbol{x}$, $|LB| = \mathbf{2}\boldsymbol{x}$, $|CM| = \mathbf{2}\boldsymbol{x}$ (rys. 1).





Ostrosłup *ABCS* jest podobny do ostrosłupa *KLMS* (rys. 2).

Stosunek objętości brył podobnych jest równy sześcianowi skali podobieństwa, tj. $\boldsymbol{k}^3$

Obliczamy skalę podobieństwa, więc

$$\boldsymbol{k} = \frac{|AS|}{|KS|} = \frac{x}{3x} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}.$$

Wówczas stosunek objętości ostrosłupów $\dfrac{V_{ABCS}}{V_{KLMS}} = \boldsymbol{k}^3 = \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{27}}$.

Oznacza to, że objętość ostrosłupa *ABCS* jest **27 razy mniejsza** od objętości ostrosłupa *KLMS*.

Odp. **C**

25.56.

Z treści zadania wynika, że $V = 98\sqrt{3},\ h = 7$.

Korzystamy ze wzoru $V = \frac{1}{3}P_p \cdot h$, wyliczając szukane P_p.

$98\sqrt{3} = \frac{1}{3}P_p \cdot 7$

$98\sqrt{3} = \frac{7P_p}{3} \qquad |\cdot 3$

$294\sqrt{3} = 7P_p \qquad |:7$

$\mathbf{42\sqrt{3}} = P_p$

Odp. **D**

25.57.

Z treści zadania wynika, że $V = 16\sqrt{6},\ h = 6$.

Korzystamy ze wzoru $V = \frac{1}{3}P_p \cdot h$, wyliczając szukane P_p.

$16\sqrt{6} = \frac{1}{3}P_p \cdot 6$

$16\sqrt{6} = \frac{6P_p}{3}$

$16\sqrt{6} = 2P_p \qquad |:2$

$\mathbf{8\sqrt{6}} = P_p$

Odp. **D**

25.58.

Z treści zadania wynika, że $V = 72$, $h = 12\sqrt{3}$.

Korzystamy ze wzoru $V = \frac{1}{3}P_p \cdot h$, wyliczając szukane P_p.

$$72 = \frac{1}{3}P_p \cdot 12\sqrt{3}$$

$$72 = \frac{12\sqrt{3}P_p}{3}$$

$$72 = 4\sqrt{3}\,P_p \qquad |:4\sqrt{3}$$

$$\frac{72}{4\sqrt{3}} = P_p$$

Usuwamy niewymierność z mianownika, zatem $P_p = \frac{72}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{72\sqrt{3}}{4 \cdot 3} = \frac{72\sqrt{3}}{12} = \mathbf{6\sqrt{3}}$.

Odp. **C**

25.59.

Z treści zadania wynika, że $V = 32$, $h = 4$.

Korzystamy ze wzoru $V = \frac{1}{3}P_p \cdot h$, wyliczając szukane P_p.

$$32 = \frac{1}{3}P_p \cdot 4$$

$$32 = \frac{4P_p}{3} \qquad |\cdot 3$$

$$96 = 4P_p \qquad |:4$$

$$\mathbf{24} = P_p$$

Odp. **D**

25.60.

Z treści zadania wynika, że $V = 16\sqrt{6},\ h = 8$.

Korzystamy ze wzoru $V = \frac{1}{3}P_p \cdot h$, wyliczając szukane P_p.

$16\sqrt{6} = \frac{1}{3}P_p \cdot 8$

$16\sqrt{6} = \frac{8P_p}{3} \qquad |\cdot 3$

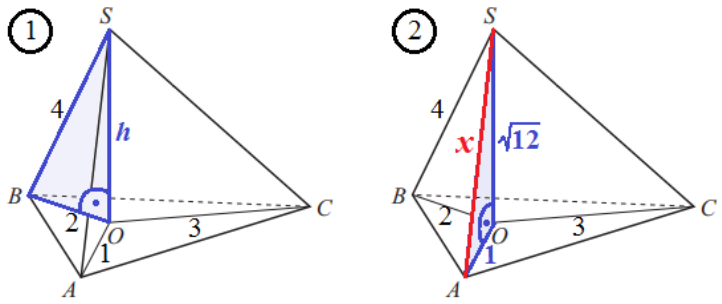
$48\sqrt{6} = 8P_p \qquad |:8$

$\mathbf{6\sqrt{6}} = P_p$

Odp. **C**

25.61.

Oznaczamy dane długości odcinków i stosujemy tw. Pitagorasa w ΔBOS (rys. 1).



$2^2 + h^2 = 4^2$

$4 + h^2 = 16$

$h^2 = 16 - 4$

$h^2 = 12 \qquad | \sqrt{\ }$

$h = \sqrt{\mathbf{12}}$

Spośród odcinków w płaszczyźnie podstawy: $|AO| = 1$, $|BO| = 2$, $|CO| = 3$ wybieramy **najkrótszy**, który tworzy wraz z obliczoną wysokością $\boldsymbol{h} = \sqrt{\mathbf{12}}$ trójkąt prostokątny, którego przeciwprostokątna jest najkrótszą krawędzią boczną ostrosłupa $ABCS$ (rys. 2).

Z tw. Pitagorasa w ΔAOS:

$1^2 + \left(\sqrt{12}\right)^2 = x^2$

$1 + 12 = x^2$

$13 = x^2 \qquad | \sqrt{\ }$

$\sqrt{\mathbf{13}} = x$

Odp. **D**

25.62.

Oznaczamy dane długości odcinków, stosujemy tw. Pitagorasa w ΔMOS (rys. 1).

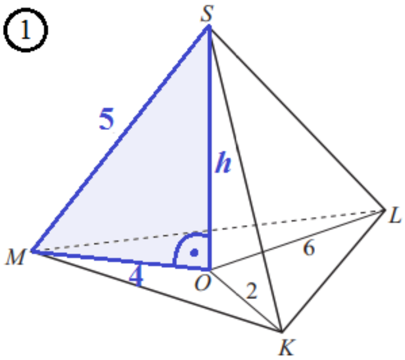
$4^2 + h^2 = 5^2$

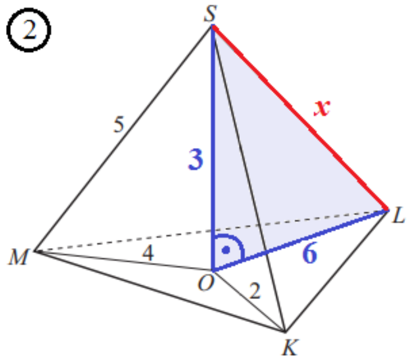
$16 + h^2 = 25$

$h^2 = 25 - 16$

$h^2 = 9 \qquad | \sqrt{\ }$

$h = \mathbf{3}$





Spośród odcinków w płaszczyźnie podstawy:
$|KO| = 2$, $|MO| = 4$, $|LO| = 6$ wybieramy **najdłuższy**, który tworzy wraz z obliczoną wysokością $\boldsymbol{h} = \mathbf{3}$ trójkąt prostokątny *SOL*, którego przeciwprostokątna jest najdłuższą krawędzią boczną ostrosłupa *MKLS* (rys. 2).

Z tw. Pitagorasa w ΔSOL:

$3^2 + 6^2 = x^2$

$9 + 36 = x^2$

$45 = x^2 \qquad | \sqrt{\ }$

$\sqrt{45} = x$

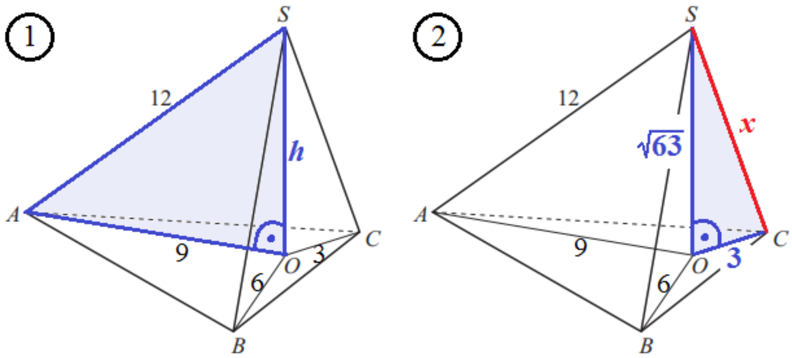
Zatem $x = \sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \mathbf{3\sqrt{5}}$.

Odp. **B**

25.63.

Oznaczamy dane długości odcinków, stosujemy tw. Pitagorasa w ΔASO

(rys. 1).



$9^2 + h^2 = 12^2$

$81 + h^2 = 144$

$h^2 = 144 - 81$

$h^2 = 63 \qquad | \sqrt{\ }$

$h = \sqrt{\mathbf{63}}$

Spośród odcinków w płaszczyźnie podstawy: $|AO| = 9$, $|BO| = 6$, $|CO| = 3$ wybieramy **najkrótszy**, który (wraz z wyliczoną wcześniej wysokością $\boldsymbol{h} = \sqrt{\mathbf{63}}$) tworzy trójkąt prostokątny SOC, którego przeciwprostokątna jest najkrótszą krawędzią boczną ostrosłupa (rys. 2).

Z tw. Pitagorasa w ΔSOC:

$\left(\sqrt{63}\right)^2 + 3^2 = x^2$

$63 + 9 = x^2$

$72 = x^2 \qquad | \sqrt{\ }$

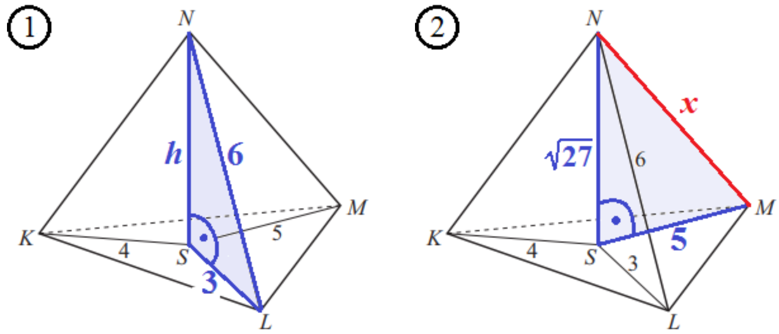
$\sqrt{\mathbf{72}} = x$

Wówczas $x = \sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \mathbf{6}\sqrt{\mathbf{2}}$.

Odp. **A**

25.64.

Stosujemy tw. Pitagorasa w ΔNSL (rys. 1).



$h^2 + 3^2 = 6^2$

$h^2 + 9 = 36$

$h^2 = 36 - 9$

$h^2 = 27 \qquad | \sqrt{}$

$h = \sqrt{\mathbf{27}}$

Spośród odcinków w płaszczyźnie podstawy: $|SL| = 3$, $|KS| = 4$, $|MS| = 5$ wybieramy **najdłuższy**, który (wraz z wyliczoną wcześniej wysokością $\boldsymbol{h} = \sqrt{\mathbf{27}}$) tworzy trójkąt prostokątny NSM, którego przeciwprostokątna jest najdłuższą krawędzią boczną ostrosłupa (rys. 2).

Z tw. Pitagorasa w ΔNSM :

$\left(\sqrt{27}\right)^2 + 5^2 = x^2$

$27 + 25 = x^2$

$52 = x^2 \qquad | \sqrt{}$

$\sqrt{\mathbf{52}} = x$

Wówczas $x = \sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = \mathbf{2}\sqrt{\mathbf{13}}$.

Odp. **A**

25.65.

Stosujemy tw. Pitagorasa w ΔBPS (rys. 1).

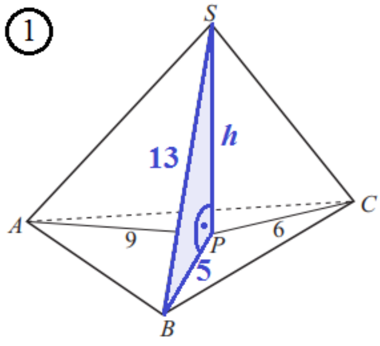
$5^2 + h^2 = 13^2$

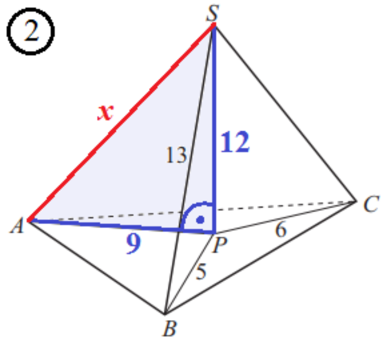
$25 + h^2 = 169$

$h^2 = 169 - 25$

$h^2 = 144 \quad | \sqrt{\ }$

$h = \mathbf{12}$





Spośród odcinków w płaszczyźnie podstawy: $|AP| = 9$, $|BP| = 5$, $|CP| = 6$ wybieramy **najdłuższy**, który wraz z wyliczoną wcześniej wysokością $\boldsymbol{h = 12}$ tworzy trójkąt prostokątny *ASP*, którego przeciwprostokątna jest najdłuższą krawędzią boczną ostrosłupa *ABCS* (rys. 2).
Z tw. Pitagorasa dla ΔASP:

$9^2 + 12^2 = x^2$

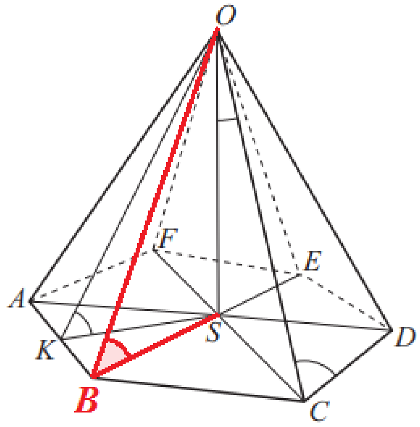
$81 + 144 = x^2$

$225 = x^2 \quad | \sqrt{\ }$

$\mathbf{15} = x$

Odp. **A**

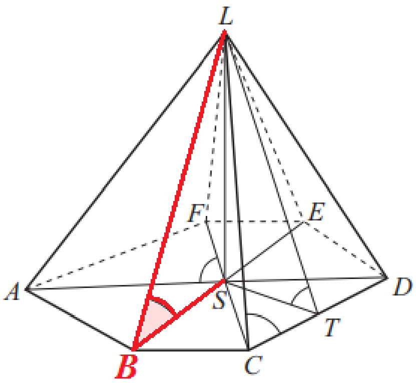
25.66.



Chodzi o $\angle OBS$.

Odp. **D**

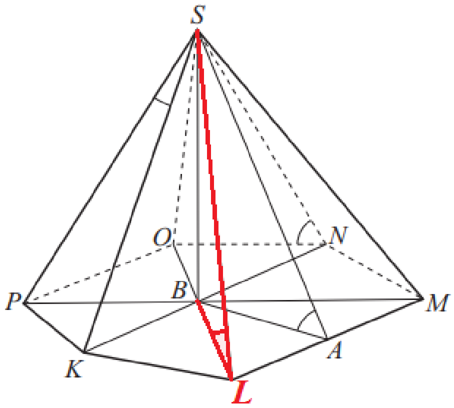
25.67.



Chodzi o $\angle LBS$.

Odp. **A**

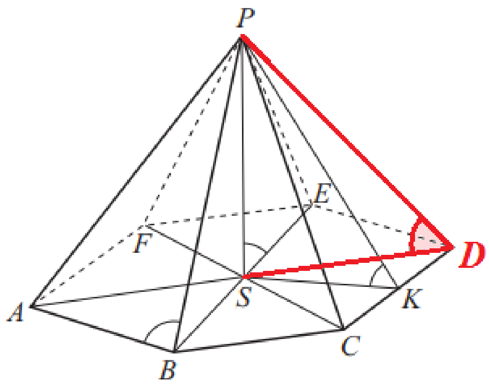
25.68.



Chodzi o $\angle BLS$.

Odp. **B**

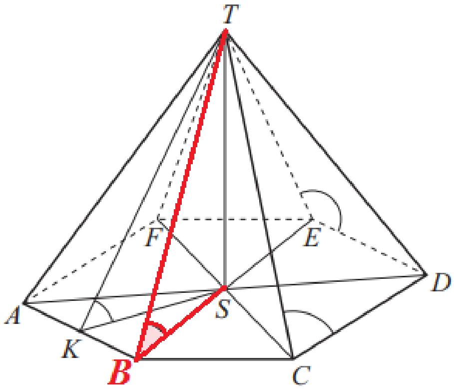
25.69.



Chodzi o $\angle SDP$.

Odp. **D**

25.70.



Chodzi o $\angle TBS$.

Odp. **B**