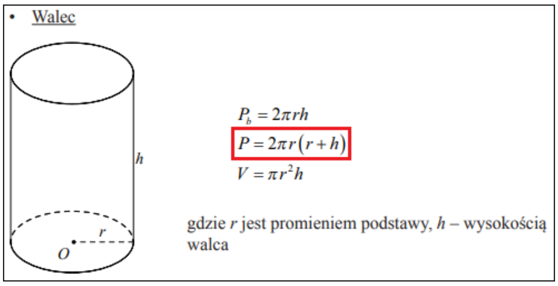
27.1.

Wysokość $h = \mathbf{5\sqrt{3}}$

Średnica $2r = 8\sqrt{3}$, stąd promień $r = \mathbf{4\sqrt{3}}$.

Korzystamy ze wzoru na P (**karta wzorów**, str. 14):



$$P = 2\pi r(r+h)$$
$$P = 2\pi \cdot 4\sqrt{3} \cdot \left(4\sqrt{3} + 5\sqrt{3}\right)$$
$$P = 2\pi \cdot 4\sqrt{3} \cdot 9\sqrt{3}$$
$$P = 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \underbrace{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}_{\mathbf{3}}\pi = 72 \cdot 3\pi = \mathbf{216\pi}.$$

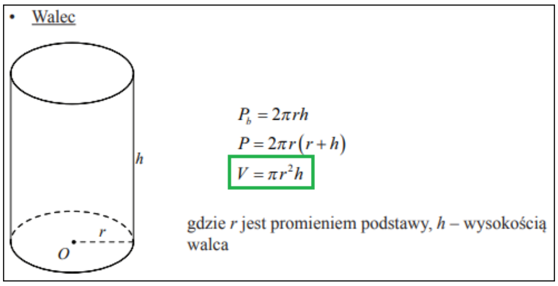
Odp. **B**

27.2.

Wysokość $\boldsymbol{h} = \mathbf{4}$

Średnica $2r = 6$, stąd promień $\boldsymbol{r} = \mathbf{3}$.

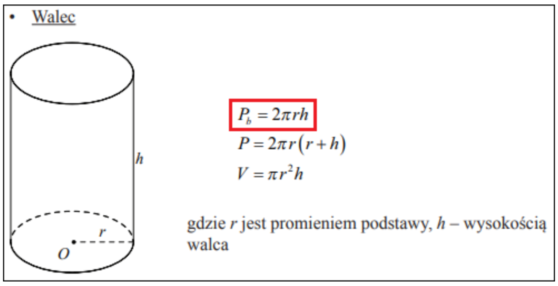
Korzystamy ze wzoru na V (**karta wzorów**, str. 14):



$$V = \pi r^2 \cdot h$$
$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 4$$
$$V = \pi \cdot 9 \cdot 4$$
$$V = \mathbf{36\pi}.$$

Odp. **C**

27.3.
Wysokość $\boldsymbol{h = 11}$
Średnica $2r = 8$, stąd promień $\boldsymbol{r = 4}$.

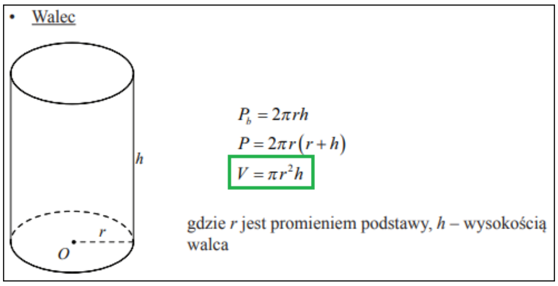


Korzystamy ze wzoru na P_b (**karta wzorów**, str. 14):

$$P_b = 2\pi r \cdot h$$
$$P_b = 2\pi \cdot 4 \cdot 11$$
$$P_b = \mathbf{88}\pi$$

Odp. **C**

27.4.
Wysokość $\boldsymbol{h = 6}$
Średnica $2r = 10\sqrt{2}$, stąd promień $\boldsymbol{r = 5\sqrt{2}}$.



Korzystamy ze wzoru na V (**karta wzorów**, str. 14):

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \pi \cdot \left(5\sqrt{2}\right)^2 \cdot 6$$

$$V = \pi \cdot \underbrace{25 \cdot 2}_{\left(5\sqrt{2}\right)^2} \cdot 6$$

$$V = \mathbf{300}\pi.$$

Odp. **D**

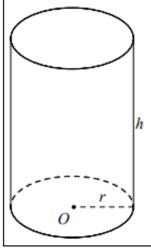
27.5.
Wysokość $\boldsymbol{h} = \mathbf{8}$
Średnica $2r = 10$, stąd promień $\boldsymbol{r} = \mathbf{5}$.

Korzystamy ze wzoru na P (**karta wzorów**, str. 14):

$$P = 2\pi r(r+h)$$
$$P = 2\pi \cdot 5 \cdot (5+8)$$
$$P = 2\pi \cdot 5 \cdot 13$$
$$P = \mathbf{130}\pi\ .$$

Odp. **A**

- Walec

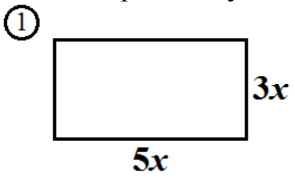


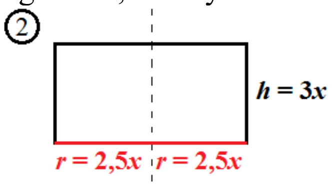
$P_b = 2\pi r h$
$\boxed{P = 2\pi r(r+h)}$
$V = \pi r^2 h$

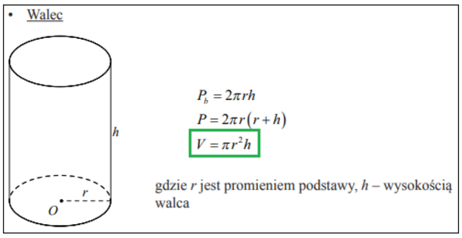
gdzie r jest promieniem podstawy, h – wysokością walca

27.6.

Średnica podstawy ma długość **5*x***, zaś wysokość walca jest równa **3*x*** (rys. 1).







Ponieważ promień podstawy jest połową średnicy, to

r = 5*x* : 2 = **2,5*x*** (rys. 2).

Do wzoru na objętość (**karta wzorów**, str. 14) wstawiamy:

$V = 1200\pi,\ r = 2{,}5x,\ h = 3x$. Zatem:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$1200\pi = \pi \cdot (2{,}5x)^2 \cdot 3x$$

$$1200\pi = \pi \cdot 6{,}25x^2 \cdot 3x$$

$$1200\pi = \pi \cdot 18{,}75x^3 \qquad |:\pi$$

$$1200 = 18{,}75x^3 \qquad |:18{,}75$$

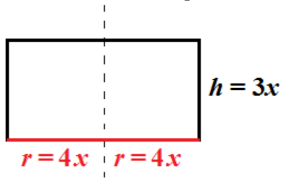
$$64 = x^3 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 4}.$$

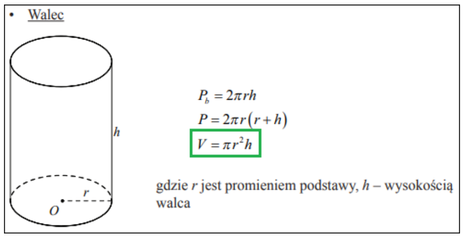
Obliczony ***x* = 4** sprawia, że promień podstawy ma długość $\boldsymbol{r} = 2{,}5x = 2{,}5 \cdot 4 = \mathbf{10}$.

Odp. **D**

27.7.

Wysokość walca jest równa **3*x***, zaś promień podstawy ma długość **4*x***. Zatem ***h* = 3*x***, ***r* = 4*x***.





Do wzoru na objętość (**karta wzorów**, str. 14) wstawiamy:

$V = 6\pi,\ \ r = 4x,\ \ h = 3x$. Zatem:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$6\pi = \pi \cdot (4x)^2 \cdot 3x$$

$$6\pi = \pi \cdot 16x^2 \cdot 3x$$

$$6\pi = \pi \cdot 48x^3 \qquad |:\pi$$

$$6 = 48x^3 \qquad |:48$$

$$\frac{6}{48} = x^3 \quad \to \quad \frac{1}{8} = x^3 \quad \to \quad \mathbf{\frac{1}{2}} = x.$$

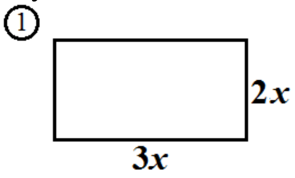
Dla $x = \mathbf{\frac{1}{2}}$ promień podstawy ma długość $\boldsymbol{r} = 4x = 4 \cdot \frac{1}{2} = \mathbf{2}$.

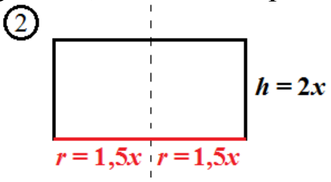
Oznacza to, że jeśli promień ***r* = 2**, to **średnica podstawy** ma długość **4**.

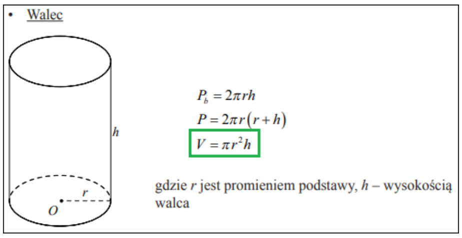
Odp. **B**

27.8.

Wysokość walca ma długość **2*x***, zaś średnica podstawy jest równa **3*x*** (rys. 1).







Ponieważ promień podstawy jest połową średnicy, to
r = 3*x* : 2 = **1,5*x*** (rys. 2).

Do wzoru na objętość (**karta wzorów**, str. 14) wstawiamy:
$V = 972\pi,\ \ r = 1{,}5x,\ \ h = 2x$. Zatem:

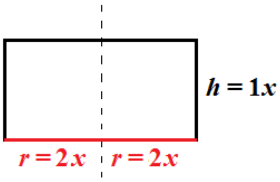
$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$
$$972\pi = \pi \cdot (1{,}5x)^2 \cdot 2x$$
$$972\pi = \pi \cdot 2{,}25x^2 \cdot 2x$$
$$972\pi = \pi \cdot 4{,}5x^3 \qquad |:\pi$$
$$972 = 4{,}5x^3 \qquad |:4{,}5$$
$$216 = x^3 \qquad \to \qquad \boldsymbol{x = 6}.$$

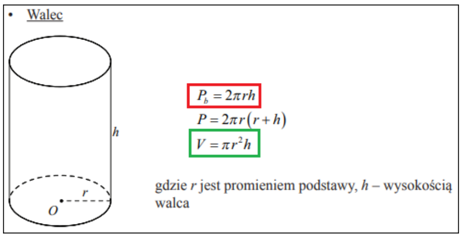
Obliczony ***x* = 6** sprawia, że promień podstawy ma długość $\boldsymbol{r} = 1{,}5x = 1{,}5 \cdot 6 = \mathbf{9}$.

Odp. **C**

27.9.

Promień podstawy walca jest równy **2*x***, zaś wysokość walca ma długość **1*x***.
Zatem ***r*** **= 2*x***, ***h*** **= 1*x***.





Do wzoru na objętość (**karta wzorów**, str. 14) wstawiamy:

$V = 108\pi,\ r = 2x,\ h = 1x$. Zatem:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$
$$108\pi = \pi \cdot (2x)^2 \cdot 1x$$
$$108\pi = \pi \cdot 4x^2 \cdot x$$
$$108\pi = \pi \cdot 4x^3 \qquad |:\pi$$
$$108 = 4x^3 \qquad |:4$$
$$27 = x^3$$
$$\mathbf{3} = x$$

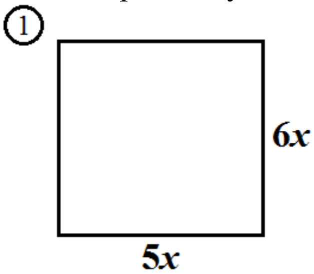
Dla ***x*** **= 3** promień podstawy ma długość $\boldsymbol{r} = 2x = 2 \cdot 3 = \mathbf{6}$, zaś **wysokość walca** wynosi $h = 1x = 1 \cdot 3 = \mathbf{3}$.
Wstawiamy ***r*** **= 6** oraz ***h*** **= 3** do wzoru na P_b:

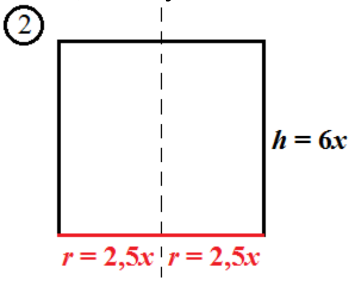
$$P_b = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 6 \cdot 3 = \mathbf{36}\pi .$$

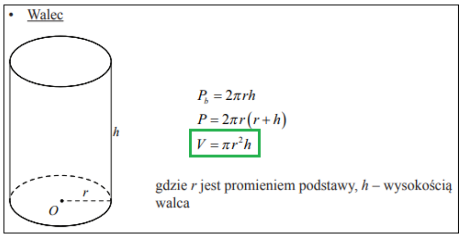
Odp. **D**

27.10.

Średnica podstawy ma długość **5*x***, zaś wysokość walca jest równa **6*x*** (rys. 1).







Ponieważ promień podstawy jest połową średnicy, to ***r*** = 5*x* : 2 = **2,5*x*** (rys. 2).

Do wzoru na objętość (**karta wzorów**, str. 14) wstawiamy:

$V = 300\pi,\ \ r = 2{,}5x,\ \ h = 6x$. Zatem:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$300\pi = \pi \cdot (2{,}5x)^2 \cdot 6x$$

$$300\pi = \pi \cdot 6{,}25x^2 \cdot 6x$$

$$300\pi = \pi \cdot 37{,}5x^3 \qquad |:\pi$$

$$300 = 37{,}5x^3 \qquad |:37{,}5$$

$$8 = x^3$$

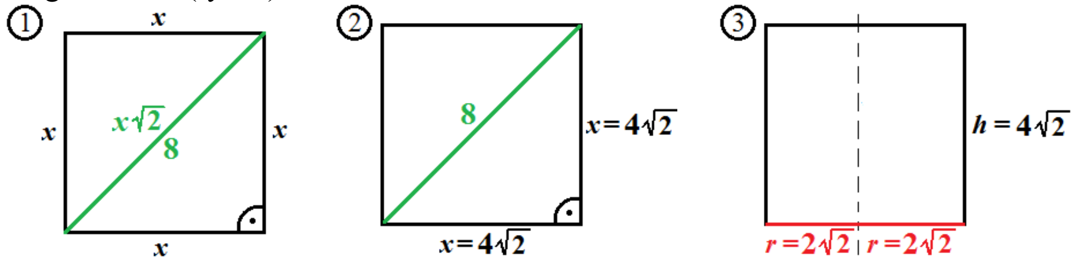
$$\mathbf{2 = x}$$

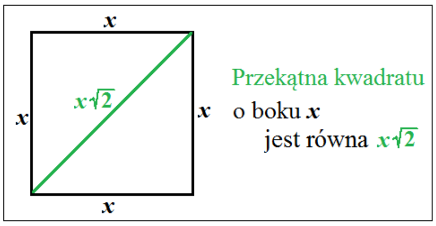
Obliczone ***x*** **= 2** powoduje, że promień podstawy ma długość ***r*** = $2{,}5x = 2{,}5 \cdot 2 =$ **5**.

Odp. **A**

27.11.

Rysujemy kwadrat o przekątnej **8**, mając na uwadze fakt, że przekątna kwadratu o boku $\boldsymbol{x}$ ma długość $\boldsymbol{x\sqrt{2}}$ (rys. 1).





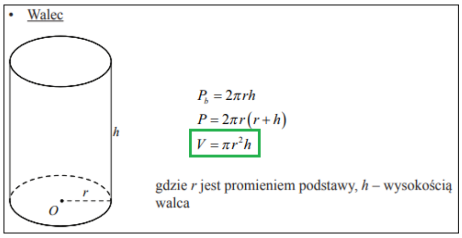
$x\sqrt{2} = 8$ → warunek na przekątną kwadratu

$x\sqrt{2} = 8 \quad |:\sqrt{2}$

$x = \dfrac{\mathbf{8}}{\sqrt{\mathbf{2}}}$ → usuwamy niewymierność z mianownika

$x = \dfrac{8}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{8\sqrt{2}}{2} = \mathbf{4\sqrt{2}}$ (rys. 2).

Promień podstawy walca wynosi $\boldsymbol{r = 2\sqrt{2}}$ oraz **wysokość walca** $\boldsymbol{h = 4\sqrt{2}}$ (rys. 3).



Dla $r = 2\sqrt{2},\ h = 4\sqrt{2}$ korzystamy ze wzoru na **objętość walca** (**karta wzorów**, str. 14):

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \pi \cdot \left(2\sqrt{2}\right)^2 \cdot 4\sqrt{2}$$

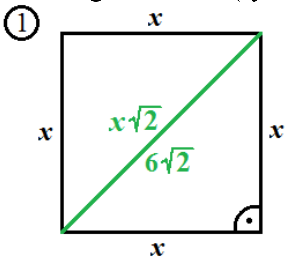
$$V = \pi \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4\sqrt{2}$$

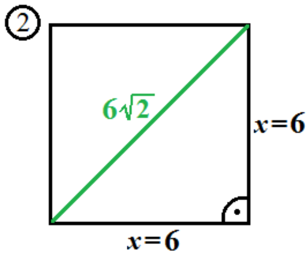
$$V = \mathbf{32\pi\sqrt{2}}$$

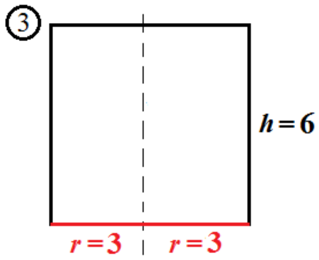
Odp. **D**

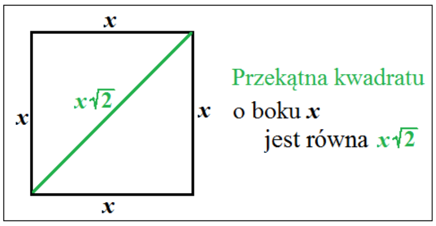
27.12.

Rysujemy kwadrat o przekątnej $\mathbf{6\sqrt{2}}$, mając na uwadze fakt, że przekątna kwadratu o boku $\boldsymbol{x}$ ma długość $\boldsymbol{x\sqrt{2}}$ (rys. 1).





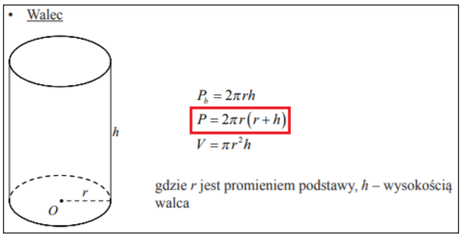




$x\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ → warunek na przekątną kwadratu

$x\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ $\quad |: \sqrt{2}$

$\boldsymbol{x = 6}$ (rys. 2).



Promień podstawy walca wynosi $\boldsymbol{r = 3}$ oraz **wysokość walca $\boldsymbol{h = 6}$** (rys. 3).

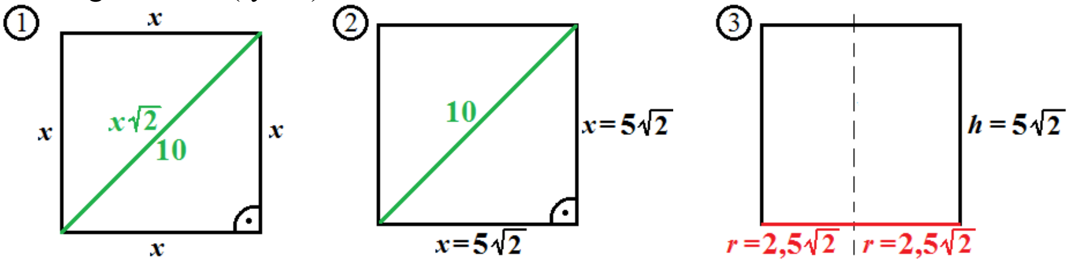
Dla $r = 3,\ h = 6$ korzystamy ze wzoru na **pole całkowite walca** (**karta wzorów**, str. 14):

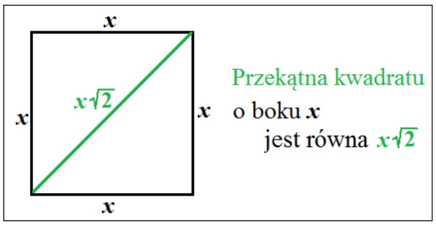
$$P = 2\pi \cdot r \cdot (r+h)$$
$$P = 2\pi \cdot 3 \cdot (3+6)$$
$$P = 2\pi \cdot 3 \cdot 9$$
$$P = \mathbf{54}\pi$$

Odp. **A**

27.13.

Rysujemy kwadrat o przekątnej **10**, mając na uwadze fakt, że przekątna kwadratu o boku $\boldsymbol{x}$ ma długość $\boldsymbol{x\sqrt{2}}$ (rys. 1).





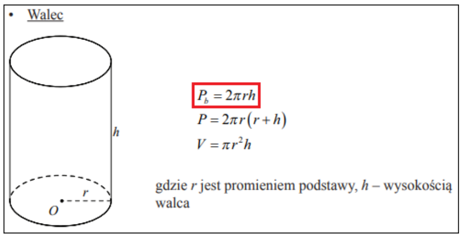
$x\sqrt{2}=10$ → warunek na przekątną kwadratu

$x\sqrt{2}=10 \quad |:\sqrt{2}$

$x=\dfrac{\mathbf{10}}{\sqrt{\mathbf{2}}}$ → usuwamy niewymierność z mianownika

$x=\dfrac{10}{\sqrt{2}}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{10\sqrt{2}}{2}=\mathbf{5\sqrt{2}}$ (rys. 2).

Promień podstawy walca wynosi $\boldsymbol{r}=\mathbf{2{,}5\sqrt{2}}$ oraz **wysokość walca** $\boldsymbol{h}=\mathbf{5\sqrt{2}}$ (rys. 3).



Dla $r=2{,}5\sqrt{2}$, $h=5\sqrt{2}$ korzystamy ze wzoru na $\boldsymbol{P_b}$ **walca** (**karta wzorów**, str. 14):

$$P_b=2\pi\cdot r\cdot h$$

$$P_b=2\pi\cdot 2{,}5\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{2}$$

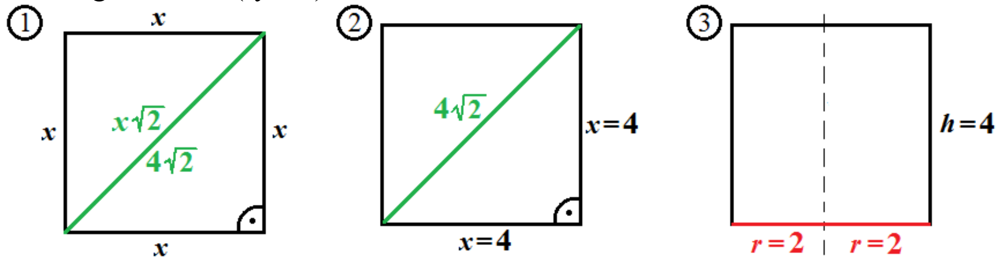
$$P_b=2\cdot 2{,}5\cdot 5\cdot\underbrace{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}_{2}\cdot\pi$$

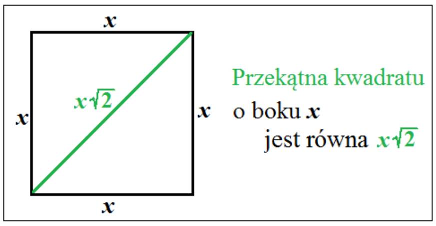
$$P_b=2\cdot 2{,}5\cdot 5\cdot 2\cdot\pi=\mathbf{50\pi}$$

Odp. **B**

27.14.

Rysujemy kwadrat o przekątnej $\mathbf{4\sqrt{2}}$, mając na uwadze fakt, że przekątna kwadratu o boku $\boldsymbol{x}$ ma długość $\boldsymbol{x\sqrt{2}}$ (rys. 1).

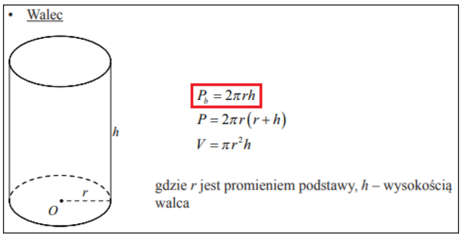




$x\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ → warunek na przekątną kwadratu

$x\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \quad |:\sqrt{2}$

$\boldsymbol{x = 4}$ (rys. 2).



Promień podstawy walca wynosi $\boldsymbol{r = 2}$ oraz **wysokość walca** $\boldsymbol{h = 4}$ (rys. 3).

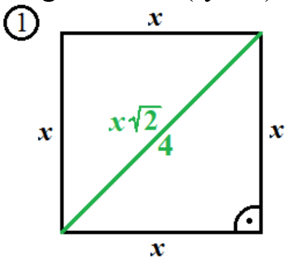
Dla $r = 2,\ h = 4$ korzystamy ze wzoru na ***P_b* walca** (**karta wzorów**, str. 14):

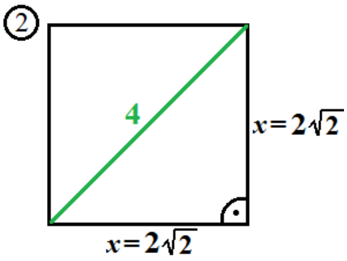
$$P_b = 2\pi \cdot r \cdot h$$
$$P_b = 2\pi \cdot 2 \cdot 4$$
$$P_b = \mathbf{16}\pi$$

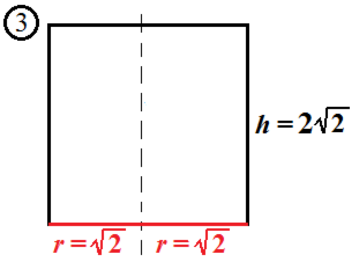
Odp. **A**

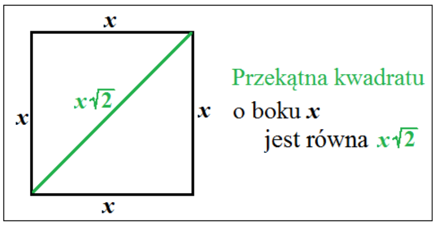
27.15.

Rysujemy kwadrat o przekątnej **4**, mając na uwadze fakt, że przekątna kwadratu o boku $\boldsymbol{x}$ ma długość $\boldsymbol{x\sqrt{2}}$ (rys. 1).









$x\sqrt{2} = 4$ → warunek na przekątną kwadratu

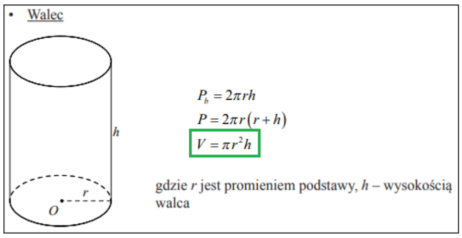
$x\sqrt{2} = 4 \qquad |:\sqrt{2}$

$x = \dfrac{\mathbf{4}}{\sqrt{\mathbf{2}}}$ → usuwamy niewymierność z mianownika

$x = \dfrac{4}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{4\sqrt{2}}{2} = \mathbf{2\sqrt{2}}$ (rys. 2).

Promień podstawy walca wynosi $\boldsymbol{r} = \sqrt{\mathbf{2}}$ oraz **wysokość walca** $\boldsymbol{h} = \mathbf{2\sqrt{2}}$ (rys. 3).

Dla $r = \sqrt{2},\ h = 2\sqrt{2}$ korzystamy ze wzoru na **objętość walca** (**karta wzorów**, str. 14):



$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V = \pi \cdot \left(\sqrt{2}\right)^2 \cdot 2\sqrt{2}$

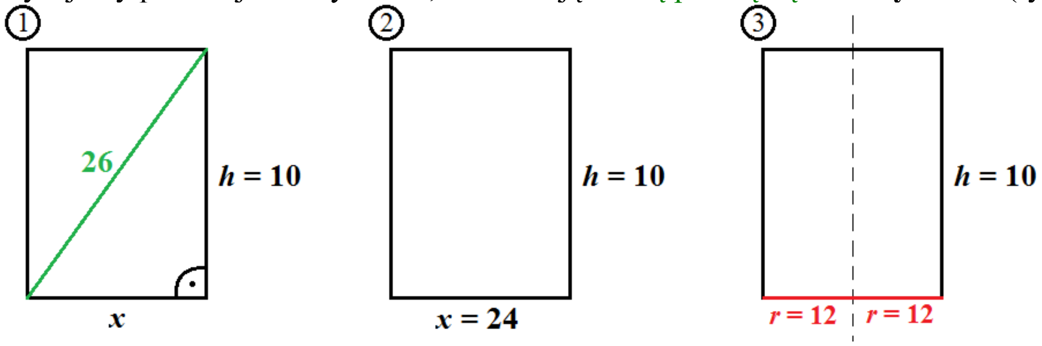
$V = \pi \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2}$

$V = \mathbf{4\sqrt{2}}\,\pi$

Odp. **D**

27.16.

Rysujemy przekrój osiowy walca, zaznaczając daną przekątną oraz **wysokość** (rys. 1).



Z tw. Pitagorasa obliczamy $\boldsymbol{x}$:

$\boldsymbol{x^2 + 10^2 = 26^2}$

$x^2 + 100 = 676$

$x^2 = 676 - 100$

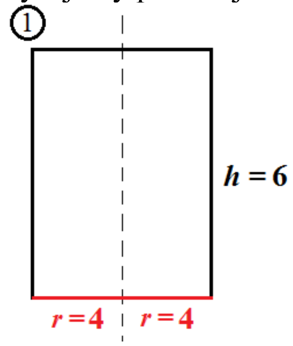
$x^2 = 576 \qquad | :\sqrt{\ }$

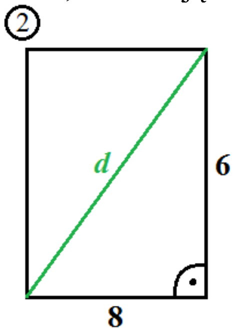
$\boldsymbol{x = 24}$ (rys. 2).

Jeśli $\boldsymbol{x = 24}$, to promień podstawy ma długość $\boldsymbol{r} = 24:2 = \mathbf{12}$ (rys. 3).

Odp. **A**

27.17.
Rysujemy przekrój osiowy walca, oznaczając dany promień podstawy oraz **wysokość** (rys. 1).





Oznaczamy przekątną przekroju osiowego jako ***d***.
Jeśli promień podstawy wynosi $r = 4$, to **średnica podstawy** ma długość **8** (rys. 2).
Z tw. Pitagorasa obliczamy ***d***:

$d^2 = 8^2 + 6^2$

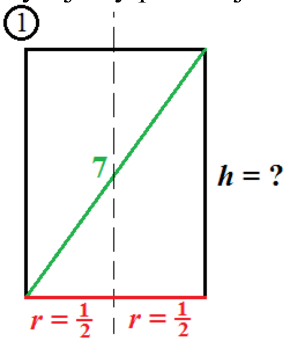
$d^2 = 64 + 36$

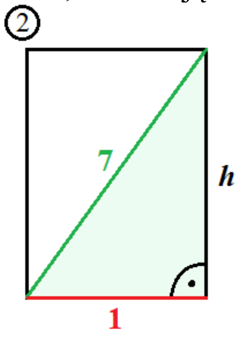
$d^2 = 100 \quad | : \sqrt{\ }$

$d = 10$ (rys. 2).

Odp. **C**

27.18.
Rysujemy przekrój osiowy walca, oznaczając daną przekątną oraz promień podstawy (rys. 1).





Jeśli promień podstawy walca jest równy $\frac{1}{2}$, to średnica podstawy – dwukrotnie większa – ma długość **1** (rys. 2).

Z tw. Pitagorasa obliczamy $\boldsymbol{h}$:

$\boldsymbol{h^2} + \mathbf{1^2} = \mathbf{7^2}$

$h^2 + 1 = 49$

$h^2 = 49 - 1$

$h^2 = 48 \qquad | :\sqrt{}$

$h = \sqrt{\mathbf{48}}$ (rys. 2).

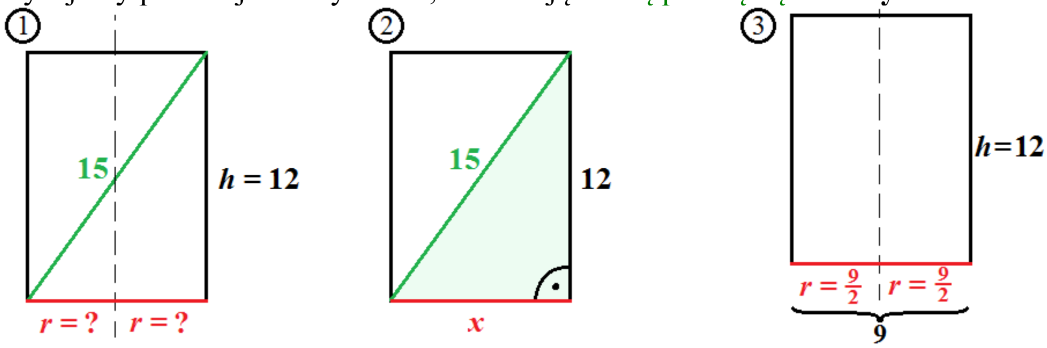
$$\begin{array}{r|l}
48 & 2 \\
24 & 2 \\
12 & 2 \\
6 & 2 \\
3 & 3 \\
1 &
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
\mathbf{2} \\
\mathbf{2}
\end{array}$$

Po rozkładzie na czynniki pierwsze, $h = \sqrt{48} = \mathbf{4}\sqrt{\mathbf{3}}$.

Odp. **C**

27.19.

Rysujemy przekrój osiowy walca, oznaczając daną przekątną oraz **wysokość walca** (rys. 1).



Oznaczmy średnicę podstawy walca jako $\boldsymbol{x}$ (rys. 2).

Z tw. Pitagorasa obliczamy $\boldsymbol{x}$:

$\boldsymbol{x^2 + 12^2 = 15^2}$

$x^2 + 144 = 225$

$x^2 = 225 - 144$

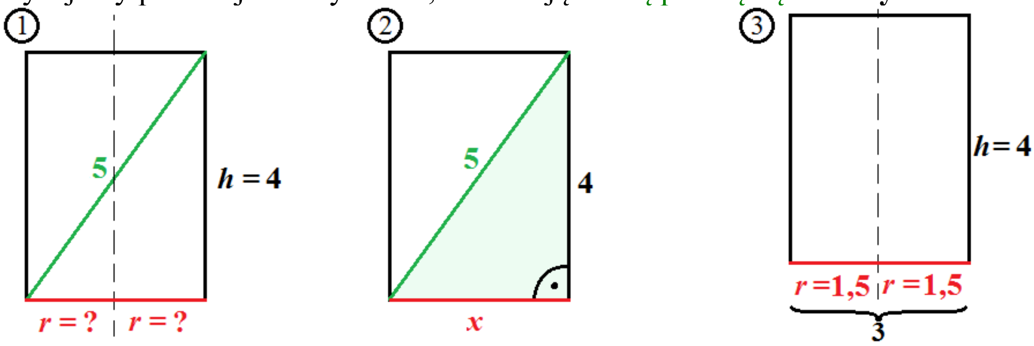
$x^2 = 81 \qquad | :\sqrt{}$

$\boldsymbol{x = 9}$

Jeśli średnica podstawy ma długość **9**, to promień podstawy jest równy $9:2 = \boldsymbol{\frac{9}{2}}$ (rys. 3).

Odp. **A**

27.20.
Rysujemy przekrój osiowy walca, oznaczając danę przekątną oraz **wysokość walca** (rys. 1).



Oznaczmy średnicę podstawy walca jako $\boldsymbol{x}$ (rys. 2).

Z tw. Pitagorasa obliczamy $\boldsymbol{x}$:

$\boldsymbol{x^2 + 4^2 = 5^2}$

$x^2 + 16 = 25$

$x^2 = 25 - 16$

$x^2 = 9 \qquad | :\sqrt{\ }$

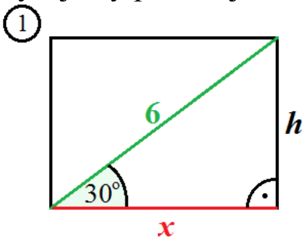
$\boldsymbol{x = 3}$

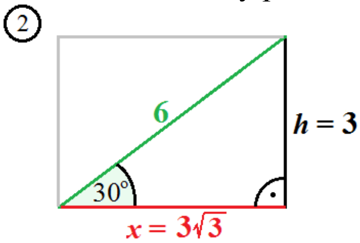
Jeśli średnica podstawy ma długość **3**, to promień podstawy jest równy 3:2 = **1,5** (rys. 3).

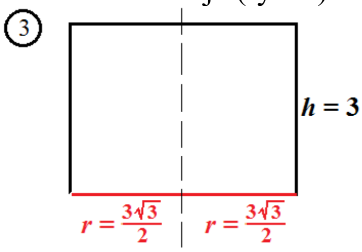
Odp. **D**

27.21.

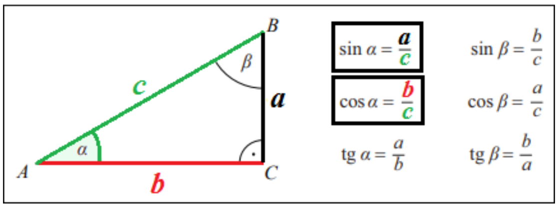
Rysujemy przekrój osiowy walca i zaznaczamy podane w zadaniu informacje (rys. 1).







Korzystamy z funkcji trygonometrycznych podanego kąta ostrego **30°** (**karta wzorów**, str. 14).



$\sin 30° = \frac{h}{6}$ → uwzględniamy $\sin 30° = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$

$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \frac{h}{6}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$2h = 6 \quad |:2$

$\boldsymbol{h = 3}$

$\cos 30° = \frac{x}{6}$ → uwzględniamy $\cos 30° = \frac{\mathbf{\sqrt{3}}}{\mathbf{2}}$

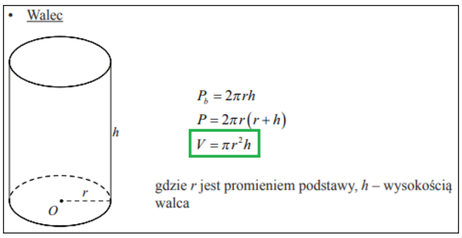
$\frac{\mathbf{\sqrt{3}}}{\mathbf{2}} = \frac{x}{6}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$2x = 6\sqrt{3} \quad |:2$

$x = \mathbf{3\sqrt{3}}$ (rys. 2).

Jeśli średnica podstawy walca wynosi $\mathbf{3\sqrt{3}}$, to **promień podstawy** jest równy $\frac{\mathbf{3\sqrt{3}}}{\mathbf{2}}$ (rys. 3).

Dla $r = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $h = 3$ obliczamy objętość walca, korzystając z **karty wzorów** (str. 14).

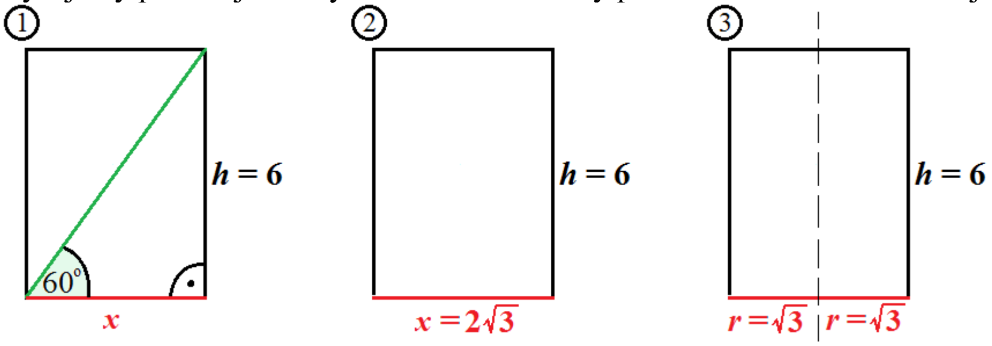


$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

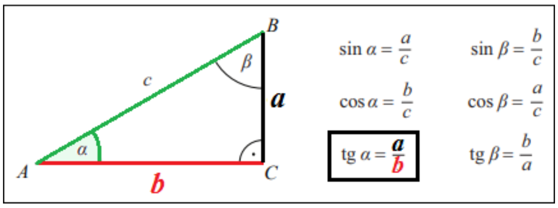
$$V = \pi \cdot \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot 3 = \pi \cdot \frac{9 \cdot 3}{4} \cdot 3 = \frac{\mathbf{81}}{\mathbf{4}}\pi .$$

Odp. **B**

27.22.
Rysujemy przekrój osiowy walca i zaznaczamy podane w zadaniu informacje (rys. 1).



Korzystamy z funkcji trygonometrycznych podanego kąta ostrego **60°** (**karta wzorów**, str. 14).



$$tg60^\circ = \frac{6}{x} \quad \rightarrow \quad \text{uwzględniamy } tg\,60^\circ = \sqrt{\mathbf{3}}$$

$$\sqrt{\mathbf{3}} = \frac{6}{x} \qquad |\cdot x$$

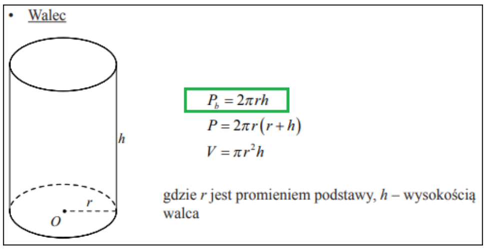
$$\sqrt{3}\,x = 6 \qquad |:\sqrt{3}$$

$$x = \frac{\mathbf{6}}{\sqrt{\mathbf{3}}}$$

Usuwając niewymierność z mianownika, otrzymujemy $x = \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = \mathbf{2\sqrt{3}}$ (rys. 2).

Jeśli średnica podstawy walca wynosi $\mathbf{2\sqrt{3}}$, to **promień podstawy** jest równy $\sqrt{\mathbf{3}}$ (rys. 3).

Dla $r = \sqrt{3}$, $h = 6$ korzystamy ze wzoru na $\boldsymbol{P_b}$ walca (**karta wzorów**, str. 14).



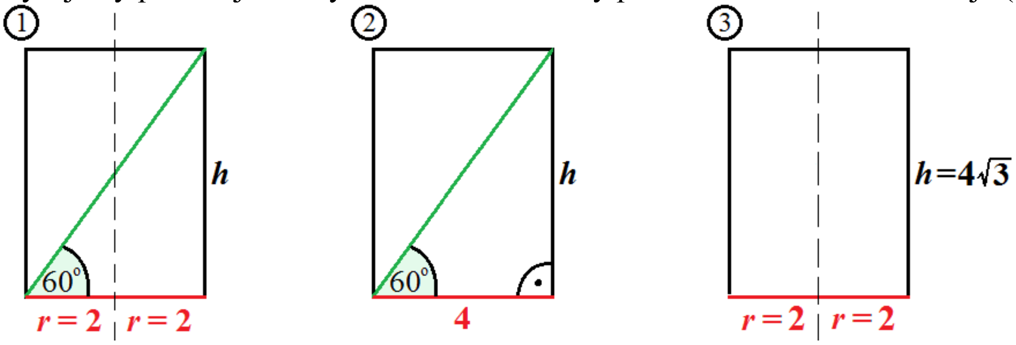
$$P_b = 2\pi \cdot r \cdot h$$

$$P_b = 2\pi \cdot \sqrt{3} \cdot 6 = \mathbf{12\pi\sqrt{3}}\,.$$

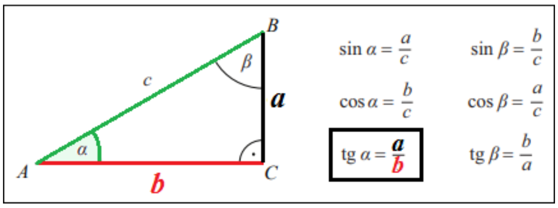
Odp. **A**

27.23.

Rysujemy przekrój osiowy walca i zaznaczamy podane w zadaniu informacje (rys. 1).



Jeśli promień podstawy walca $r = 2$, to **średnica podstawy** ma długość **4** (rys. 2).



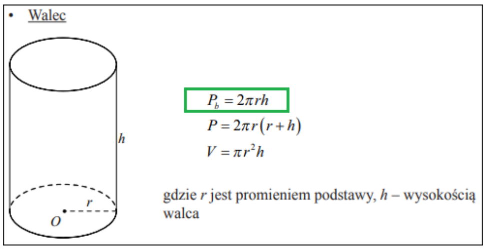
Korzystamy z funkcji trygonometrycznych podanego kąta ostrego **60°** (**karta wzorów**, str. 14).

$tg60° = \frac{h}{4}$ → uwzględniamy $tg\,60° = \sqrt{3}$

$\sqrt{3} = \frac{h}{4} \quad |\cdot 4$

$4\sqrt{3} = h$ (rys. 3)

Dla $r = 2$, $h = 4\sqrt{3}$ korzystamy ze wzoru na **objętość** walca (**karta wzorów**, str. 14).



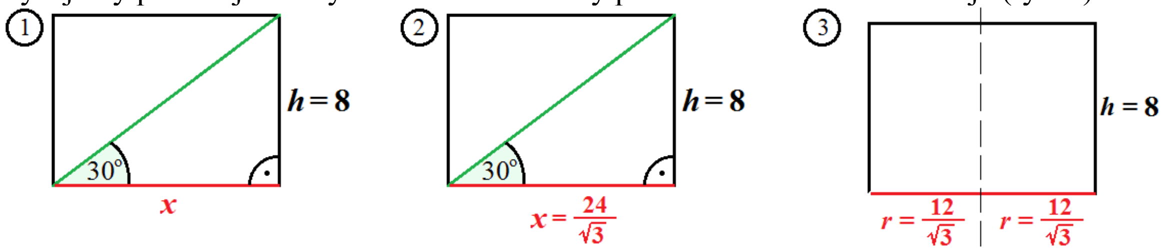
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V = \pi \cdot 2^2 \cdot 4\sqrt{3} = \pi \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3} = \mathbf{16\sqrt{3}}\,\pi$.

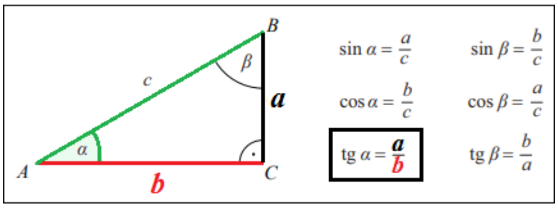
Odp. **C**

27.24.

Rysujemy przekrój osiowy walca i zaznaczamy podane w zadaniu informacje (rys. 1).



Korzystamy z funkcji trygonometrycznych podanego kąta ostrego **30°** (**karta wzorów**, str. 14).



$tg\,30° = \frac{8}{x}$ → uwzględniamy $tg\,30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{8}{x}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

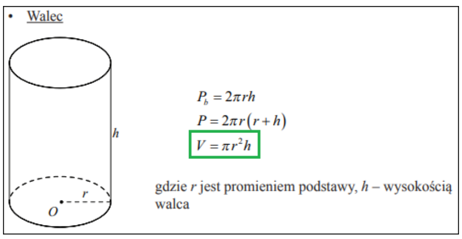
$\sqrt{3}x = 3 \cdot 8$

$\sqrt{3}x = 24 \qquad |:\sqrt{3}$

$x = \frac{24}{\sqrt{3}}$ (rys. 2)

Jeśli średnica podstawy walca wynosi $\frac{24}{\sqrt{3}}$, to **promień podstawy** – o połowę krótszy – jest równy $\frac{12}{\sqrt{3}}$ (rys. 3).

Dla $r = \frac{12}{\sqrt{3}}$, $h = 8$ obliczamy objętość walca, korzystając z **karty wzorów** (str. 14).



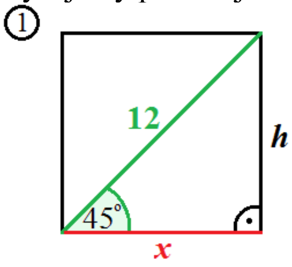
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

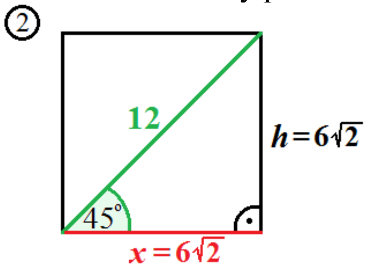
$V = \pi \cdot \left(\frac{12}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot 8 = \pi \cdot \frac{144}{3} \cdot 8 = \mathbf{384\pi}$.

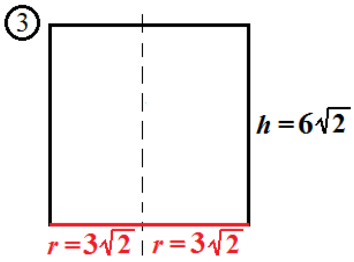
Odp. **C**

27.25.

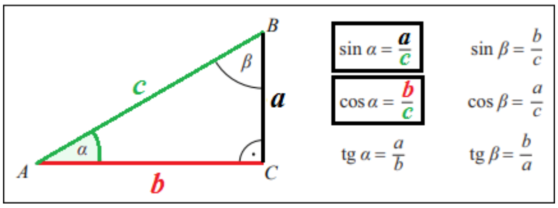
Rysujemy przekrój osiowy walca i zaznaczamy podane w zadaniu informacje (rys. 1).







Korzystamy z funkcji trygonometrycznych podanego kąta ostrego **45°** (**karta wzorów**, str. 14).



$\sin 45° = \frac{h}{12}$ → uwzględniamy $\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{h}{12}$ → mnożymy równanie „na krzyż"

$2h = 12\sqrt{2}$ $|:2$

$h = 6\sqrt{2}$

$\cos 45° = \frac{x}{12}$ → uwzględniamy $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{12}$ → mnożymy równanie „na krzyż"

$2x = 12\sqrt{2}$ $|:2$

$x = 6\sqrt{2}$ (rys. 2).

Jeśli średnica podstawy walca wynosi $6\sqrt{2}$, to **promień podstawy** – o połowę krótszy – jest równy $r = 3\sqrt{2}$ (rys. 3).

Dla $r = 3\sqrt{2}$, $h = 6\sqrt{2}$ korzystamy ze wzoru na P_b **walca** (**karta wzorów**, str. 14):

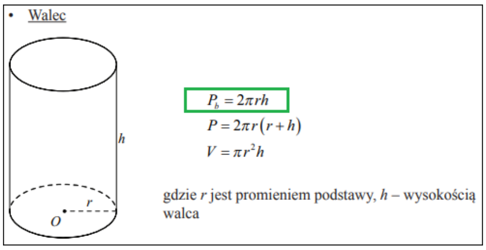
$P_b = 2\pi \cdot r \cdot h$

$P_b = 2\pi \cdot 3\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2}$

$P_b = 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \pi$

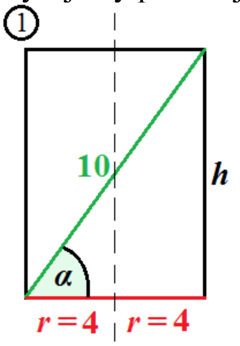
$P_b = 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 2 \cdot \pi$

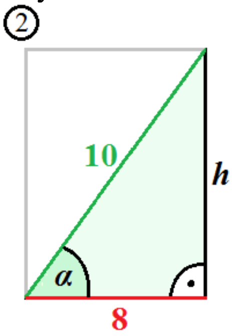
$P_b = 72\pi$

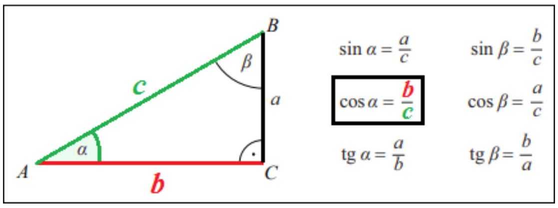


Odp. **C**

27.26.
Rysujemy przekrój osiowy walca i zaznaczamy podane w zadaniu informacje (rys. 1).







Jeśli promień podstawy walca $r = 4$, to **średnica podstawy** ma długość **8** (rys. 2).
Korzystamy z funkcji trygonometrycznych kąta ostrego $\boldsymbol{\alpha}$ w trójkącie prostokątnym (**karta wzorów**, str. 14).

Dwa dane boki tego trójkąta prostokątnego na rys. 2 wiąże funkcja $\cos\alpha = \frac{8}{10} = \mathbf{0{,}8}$.
Wiedząc, że $\cos\alpha = \mathbf{0{,}8}$, odczytujemy miarę kąta z **karty wzorów** (str. 20).

$\alpha\,[^\circ]$	$\sin\alpha$ / $\cos\beta$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\beta\,[^\circ]$
46	0,7193	1,0355	44
47	0,7314	1,0724	43
48	0,7431	1,1106	42
49	0,7547	1,1504	41
50	**0,7660**	**1,1918**	**40**
51	0,7771	1,2349	39
52	0,7880	1,2799	38
53	0,7986	1,3270	37
54	0,8090	1,3764	36
55	0,8192	1,4281	35
56	0,8290	1,4826	34
57	0,8387	1,5399	33

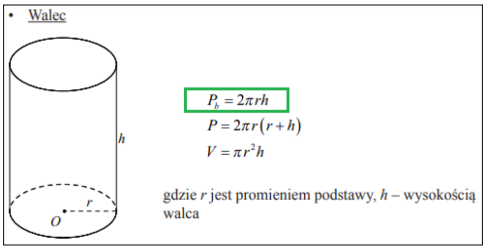
W kolumnie cosinusa szukamy wartości jak najbliższych 0,8. Są to wartości 0,7986 oraz 0,8090, co odpowiada mierze kąta równej ok. $36^\circ – 37^\circ$. Zatem przyjmujemy $\boldsymbol{\alpha \approx 36{,}5^\circ}$.

Miara kąta $\boldsymbol{\alpha \approx 36{,}5^\circ}$ spełnia warunek $35^\circ \le \alpha < 40^\circ$, gdyż liczba **36,5** znajduje się pomiędzy **35** a **40**.

Odp. **B**

27.27.

Do wzoru na P_b walca (**karta wzorów**, str. 14) wstawiamy $P_b = 36\pi$ oraz $h = 6$, wyliczając $\boldsymbol{r}$.



$P_b = 2\pi \cdot r \cdot h$

$36\pi = 2\pi \cdot r \cdot 6$

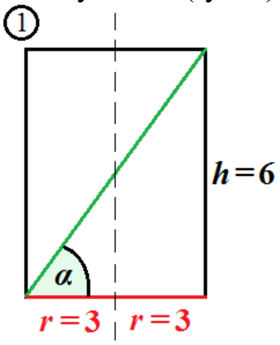
$36\pi = 12\pi \cdot r \qquad |:\pi$

$36 = 12r \qquad |:12$

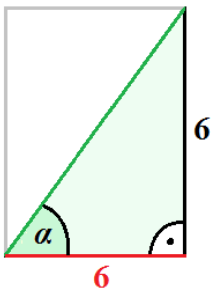
$\mathbf{3 = r}$

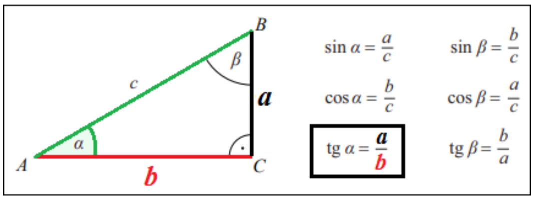
Uwzględniając daną wysokość $\boldsymbol{h = 6}$, wyliczony promień $\boldsymbol{r = 3}$ oraz kąt α, rysujemy przekrój osiowy walca (rys. 1).

1



2





Jeśli promień podstawy walca jest równy $r = 3$, to **średnica podstawy** ma długość **6** (rys. 2).

Korzystamy z funkcji trygonometrycznych kąta ostrego $\boldsymbol{\alpha}$ w trójkącie prostokątnym (**karta wzorów**, str. 14).

Dwa dane boki tego trójkąta prostokątnego na rys. 2 wiąże funkcja $tg\,\alpha = \frac{6}{6} = \mathbf{1}$.

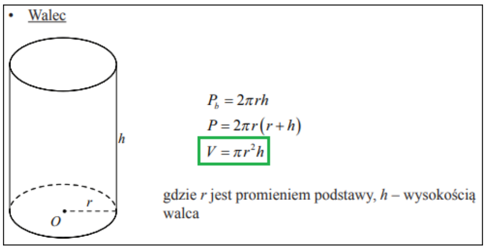
Jeśli $tg\,\alpha = \mathbf{1}$, to miara kąta $\boldsymbol{\alpha = 45^o}$.

Spośród odpowiedzi, tylko warunek $45° \le \alpha < 50°$ jest spełniony, bo dopuszcza aby $\boldsymbol{\alpha = 45^o}$.

Odp. **C**

27.28.

Do wzoru na objętość walca (**karta wzorów**, str. 14) wstawiamy $V = 96\pi$ oraz $h = 8$, wyliczając $\boldsymbol{r}$.



$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

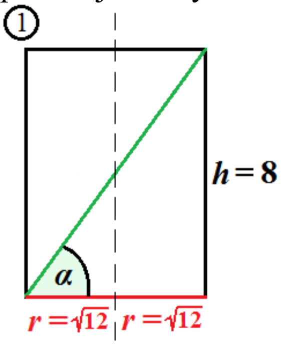
$96\pi = \pi \cdot r^2 \cdot 8 \qquad |:8$

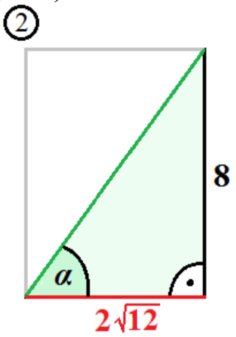
$12\pi = \pi \cdot r^2 \qquad |:\pi$

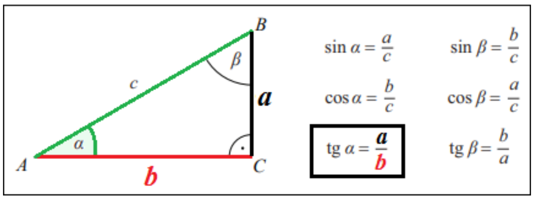
$12 = r^2 \qquad |\sqrt{\ }$

$\boldsymbol{\sqrt{12}} = r$

Uwzględniając daną wysokość $\boldsymbol{h = 8}$, wyliczony promień $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{\sqrt{12}}$ oraz kąt α, rysujemy przekrój osiowy walca (rys. 1).







Promień podstawy walca $r = \sqrt{12}$, więc **średnica podstawy** ma długość $\boldsymbol{2\sqrt{12}}$ (rys. 2).

Korzystamy z funkcji trygonometrycznych kąta ostrego $\boldsymbol{\alpha}$ w trójkącie prostokątnym (**karta wzorów**, str. 14).

Dwa dane boki tego trójkąta prostokątnego na rys. 2 wiąże funkcja $tg\,\alpha = \dfrac{8}{2\sqrt{12}}$.

Na podstawie $tg\,\alpha = \dfrac{8}{2\sqrt{12}}$ odczytujemy przybliżoną miarę kąta $\boldsymbol{\alpha}$.

W tym celu korzystamy z przybliżenia $\sqrt{12} \approx \mathbf{3{,}46}$, więc:

$$tg\,\alpha = \frac{8}{2\sqrt{12}} \approx \frac{8}{2\cdot \mathbf{3{,}46}} = \frac{8}{6{,}92} \approx \mathbf{1{,}156}.$$

Wiedząc, że $tg\,\alpha = \mathbf{1{,}156}$, odczytujemy miarę kąta $\boldsymbol{\alpha}$ z **karty wzorów** (str. 20).

$\alpha\,[^\circ]$	$\sin\alpha$ / $\cos\beta$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\beta\,[^\circ]$
46	0,7193	1,0355	44
47	0,7314	1,0724	43
48	0,7431	1,1106	42
49	0,7547	1,1504	41
50	**0,7660**	**1,1918**	**40**
51	0,7771	1,2349	39
52	0,7880	1,2799	38
53	0,7986	1,3270	37
54	0,8090	1,3764	36

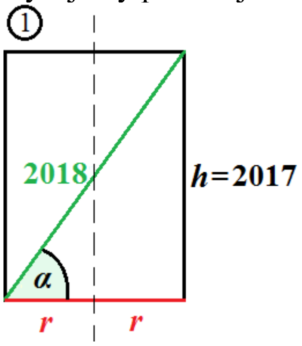
W kolumnie tangensa szukamy wartości jak najbliższych 1,156 . Są to wartości 1,1504 oraz 1,1918, co odpowiada mierze kąta równej ok. 49° – 50°. Zatem przyjmujemy $\boldsymbol{\alpha \approx 49{,}5^\circ}$.

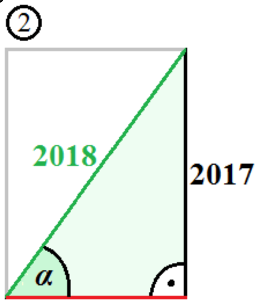
Miara kąta $\boldsymbol{\alpha \approx 49{,}5^\circ}$ spełnia warunek $\alpha < 55^\circ$, bo liczba **49,5** jest mniejsza niż **55**.

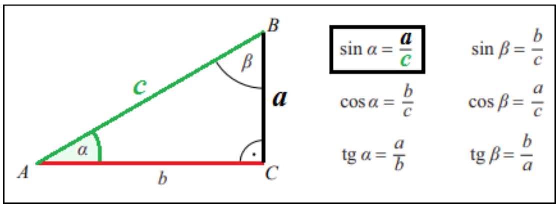
Odp. **A**

27.29.

Rysujemy przekrój osiowy walca i zaznaczamy podane w zadaniu informacje (rys. 1).







Zauważamy **trójkąt prostokątny** będący połową przekroju osiowego walca (str. 2). Wykorzystujemy funkcje trygonometryczne kąta ostrego ***α*** w tym trójkącie prostokątnym (**karta wzorów**, str. 14).

$\alpha\,[^\circ]$	$\sin\alpha$ / $\cos\beta$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\beta\,[^\circ]$
46	0,7193	1,0355	44
47	0,7314	1,0724	43
48	0,7431	1,1106	42
49	0,7547	1,1504	41
50	**0,7660**	**1,1918**	**40**
51	0,7771	1,2349	39
...	...	...	...
84	0,9945	9,5144	6
85	0,9962	11,4301	5
86	0,9976	14,3007	4
87	0,9986	19,0811	3
88	0,9994	28,6363	2
89	0,9998	57,2900	1
90	**1,0000**	–	**0**

Dwa dane boki tego trójkąta prostokątnego na rys. 2 wiąże funkcja $\sin\alpha = \dfrac{2017}{2018} \approx \mathbf{0{,}9995}$.

Wiedząc, że $\sin\alpha \approx \mathbf{0{,}9995}$, odczytujemy przybliżoną miarę kąta ***α*** z **karty wzorów** (str. 20).

W kolumnie sinusa szukamy wartości najbliższych 0,9995. Są to wartości 0,9994 oraz 0,9998, co odpowiada mierze kąta równej ok. 88° – 89°. Zatem przyjmujemy ***α*** **≈ 88,5°**.

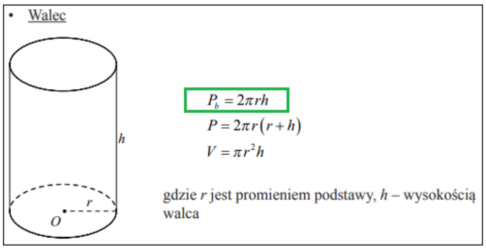
Miara kąta ***α*** **≈ 88,5°** spełnia warunek $\alpha > 88^\circ$, bo liczba **88,5** jest większa niż **88**.

Odp. **D**

27.30.

Jeśli **średnica podstawy** walca ma długość $\mathbf{2\sqrt{3}}$, to promień podstawy – dwa razy krótszy – ma długość $\boldsymbol{r} = \mathbf{\sqrt{3}}$.

Do wzoru na $\boldsymbol{P_b}$ walca (**karta wzorów**, str. 14) wstawiamy $P_b = 9\pi\sqrt{3}$ oraz $r = \sqrt{3}$, wyliczając $\boldsymbol{h}$.



$$P_b = 2\pi \cdot r \cdot h$$

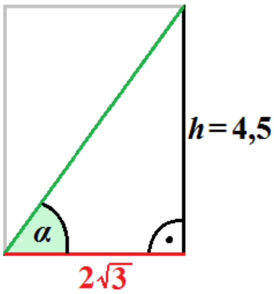
$$9\pi\sqrt{3} = 2\pi \cdot \sqrt{3} \cdot h \quad |:\pi$$

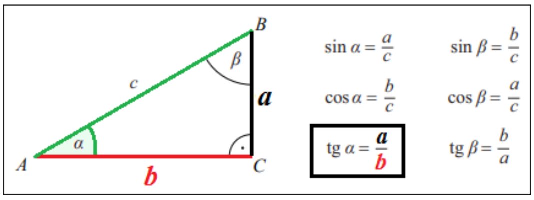
$$9\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \cdot h \quad |:\sqrt{3}$$

$$9 = 2h \quad |:2$$

$$\mathbf{4{,}5} = \boldsymbol{h}$$

Uwzględniając wysokość $\boldsymbol{h} = \mathbf{4{,}5}$ oraz **średnicę podstawy** walca ma długość $\mathbf{2\sqrt{3}}$, rysujemy przekrój osiowy walca wraz z jego przekątną i kątem α.





Korzystamy z funkcji trygonometrycznych kąta ostrego $\boldsymbol{\alpha}$ w trójkącie prostokątnym (**karta wzorów**, str. 14).

Dwa dane boki tego trójkąta prostokątnego wiąże funkcja $tg\,\alpha = \dfrac{4{,}5}{2\sqrt{3}}$.

Na podstawie $tg\,\alpha = \dfrac{4{,}5}{2\sqrt{3}}$ odczytujemy przybliżoną miarę kąta $\boldsymbol{\alpha}$.

W tym celu korzystamy z przybliżenia $\sqrt{3} \approx \mathbf{1{,}73}$, więc

$$tg\,\alpha = \frac{4{,}5}{2 \cdot \mathbf{1{,}73}} = \frac{4{,}5}{3{,}46} \approx \mathbf{1{,}3}.$$

Wiedząc, że $tg\,\alpha \approx \mathbf{1{,}3}$, odczytujemy przybliżoną miarę kąta $\boldsymbol{\alpha}$ z **karty wzorów** (str. 20).

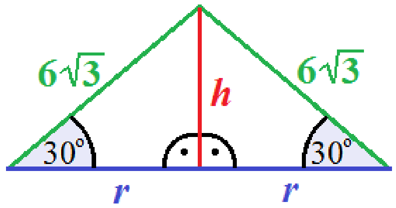
$\alpha\,[^\circ]$	$\sin\alpha$ $\cos\beta$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\beta\,[^\circ]$
46	0,7193	1,0355	44
47	0,7314	1,0724	43
48	0,7431	1,1106	42
49	0,7547	1,1504	41
50	**0,7660**	**1,1918**	**40**
51	0,7771	1,2349	39
52	0,7880	1,2799	38
53	0,7986	1,3270	37
54	0,8090	1,3764	36
55	0,8192	1,4281	35
56	0,8290	1,4826	34

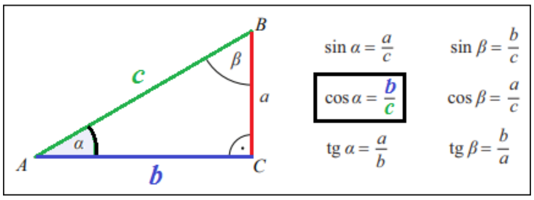
W kolumnie tangensa szukamy wartości najbliższych 1,3. Są to wartości 1,2799 oraz 1,3270, co odpowiada mierze kąta równej ok. 52° – 53°. Zatem przyjmujemy $\boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{52{,}5^\circ}$.

Oznacza to, że miara kąta $\boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{52{,}5^\circ}$ należy do przedziału $\langle 50^\circ, 90^\circ \rangle$, bo liczba **52,5** mieści się pomiędzy **50** a **90**.

Odp. **D**

27.31.
Rysujemy trójkąt równoramienny, będący **przekrojem osiowym stożka**.





Lewą połowę tego przekroju kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14).
Z funkcji trygonometrycznych kąta **30°** w trójkącie prostokątnym:

$\cos 30° = \frac{r}{6\sqrt{3}}$ → uwzględniamy $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

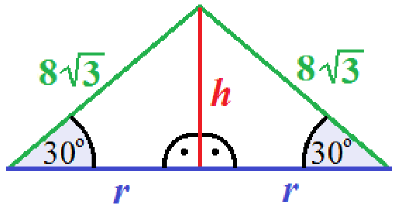
$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{r}{6\sqrt{3}}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

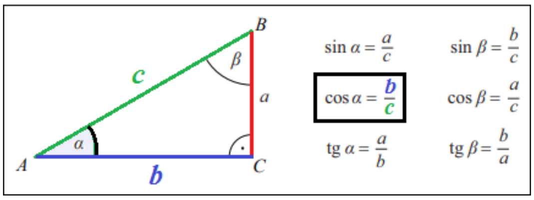
$2r = 6\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$
$2r = 6 \cdot 3$
$2r = 18 \quad |:2$
$\boldsymbol{r = 9}$.

Podstawą stożka jest koło o promieniu $\boldsymbol{r = 9}$.
Pole tego koła jest równe $P = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 9^2 = \mathbf{81}\pi$.

Odp. **D**

27.32.
Rysujemy trójkąt równoramienny, będący **przekrojem osiowym stożka**.





Lewą połowę tego przekroju kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14).
Z funkcji trygonometrycznych kąta **30°** w trójkącie prostokątnym:

$\cos 30° = \frac{r}{8\sqrt{3}}$ → uwzględniamy $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{r}{8\sqrt{3}}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$2r = 8\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

$2r = 8 \cdot 3$

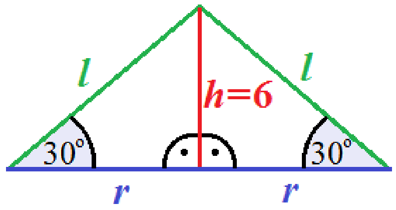
$2r = 24 \qquad |:2$

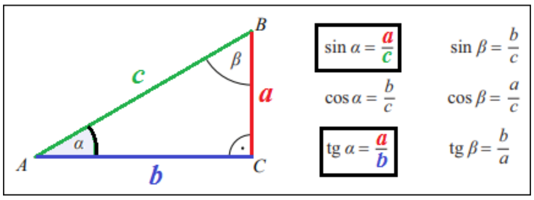
$\boldsymbol{r = 12}$

Odp. **D**

27.33.

Rysujemy trójkąt równoramienny, będący **przekrojem osiowym stożka**.





Lewą połowę tego przekroju kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14).
Z funkcji trygonometrycznych kąta **30°** w trójkącie prostokątnym:

$\sin 30^\circ = \frac{6}{l}$ → uwzględniamy $\sin 30^\circ = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$

$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \frac{6}{l}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$1l = 2 \cdot 6$

$\boldsymbol{l = 12}$.

$tg\,30^\circ = \frac{6}{r}$ → uwzględniamy $tg\,30^\circ = \frac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{3}}$

$\frac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{3}} = \frac{6}{r}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$\sqrt{3}\,r = 3 \cdot 6$

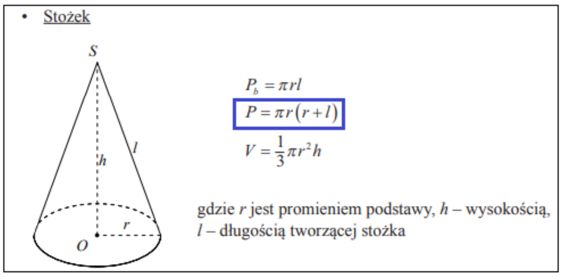
$\sqrt{3}\,r = 18 \qquad |:\sqrt{3}$

$r = \frac{\mathbf{18}}{\sqrt{\mathbf{3}}}$

Usuwamy niewymierność z mianownika,

zatem $r = \frac{18}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = \mathbf{6\sqrt{3}}$.

Dla $r = 6\sqrt{3},\ l = 12$ obliczamy **pole całkowite stożka** (korzystamy z **karty wzorów**, str. 14).

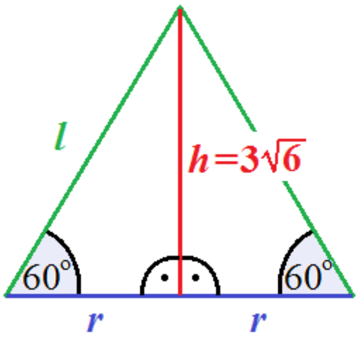


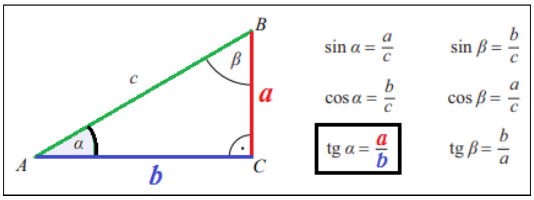
$$P = \pi \cdot r \cdot (r + l)$$

$$P = \pi \cdot 6\sqrt{3} \cdot (6\sqrt{3} + 12) = 6\sqrt{3}\,\pi(6\sqrt{3} + 12) = 36 \cdot 3\pi + 72\sqrt{3}\,\pi = \mathbf{108\pi + 72\sqrt{3}\pi}$$

Odp. **A**

27.34.
Rysujemy trójkąt równoramienny, będący **przekrojem osiowym stożka**.





Lewą połowę tego przekroju kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14).
Z funkcji trygonometrycznych kąta **60°** w trójkącie prostokątnym:

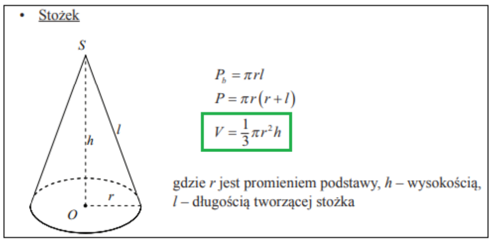
$$tg\,60° = \frac{3\sqrt{6}}{r} \qquad \rightarrow \quad \text{uwzględniamy } tg\,60° = \sqrt{\mathbf{3}}$$

$$\sqrt{\mathbf{3}} = \frac{3\sqrt{6}}{r} \qquad |\cdot r$$

$$\sqrt{3}\,r = 3\sqrt{6} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$r = \mathbf{3\sqrt{2}}$$

Dla $r = \mathbf{3\sqrt{2}}$, $h = \mathbf{3\sqrt{6}}$ obliczamy **objętość stożka** (korzystamy z **karty wzorów**, str. 14).

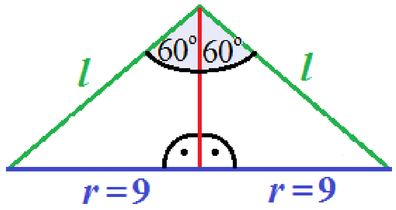


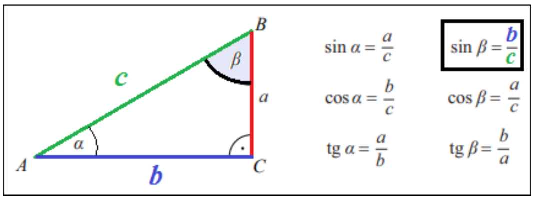
$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(3\sqrt{2}\right)^2 \cdot 3\sqrt{6} = \frac{1}{3}\pi \cdot 9 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{6} = \mathbf{18\sqrt{6}}\,\pi$$

Odp. **D**

27.35.
Rysujemy trójkąt równoramienny, będący **przekrojem osiowym stożka**. Zaznaczamy promień podstawy $r = 9$ oraz **kąt 60°** pomiędzy wysokością stożka a jego tworzącą.





Lewą połowę tego przekroju kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14).
Z funkcji trygonometrycznych kąta **60°** w trójkącie prostokątnym:

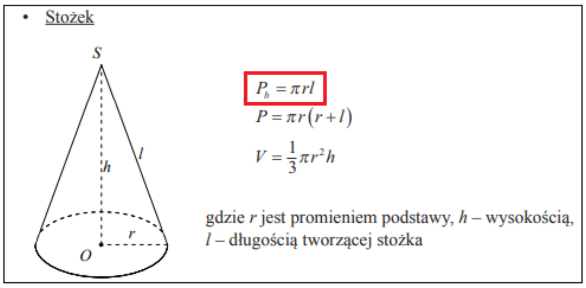
$\sin 60° = \frac{9}{l}$ → uwzględniamy $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{l}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$\sqrt{3} \cdot l = 2 \cdot 9$

$\sqrt{3}l = 18 \qquad |:\sqrt{3}$

$l = \frac{18}{\sqrt{3}}$



Usuwamy niewymierność z mianownika:

$l = \frac{18}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}$

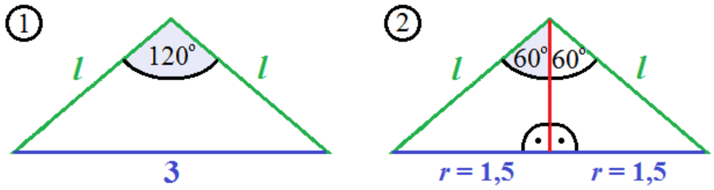
Dla $r = 9$ oraz $l = 6\sqrt{3}$ obliczamy P_b stożka (korzystamy z **karty wzorów**, str. 14).

$P_b = \pi \cdot r \cdot l$

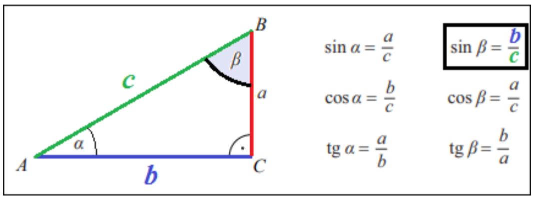
$P_b = \pi \cdot 9 \cdot 6\sqrt{3} = 54\sqrt{3}\pi$

Odp. **C**

27.36.
Rysujemy przekrój osiowy stożka, zaznaczając średnicę podstawy oraz **kąt rozwarcia**, zaś szukaną **tworzącą** oznaczamy jako ***l*** (rys. 1).



Dorysowujemy wysokość stożka, dzielącą **kąt rozwarcia** na pół oraz średnicę podstawy na pół (rys. 2).



Lewą połowę przekroju osiowego stożka kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14).

Z funkcji trygonometrycznych górnego kąta **60°** wyliczamy **tworzącą *l***.

$\sin 60^\circ = \dfrac{1{,}5}{l}$ → uwzględniamy $\sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{2}}$

$\dfrac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{2}} = \dfrac{1{,}5}{l}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$\sqrt{3} \cdot l = 2 \cdot 1{,}5$

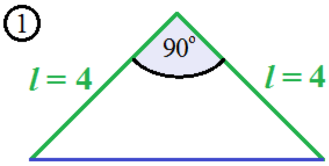
$\sqrt{3}\, l = 3 \qquad |:\sqrt{3}$

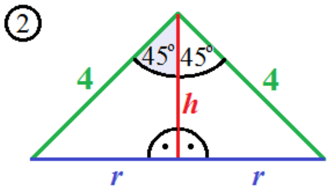
$l = \dfrac{\mathbf{3}}{\sqrt{\mathbf{3}}}$

Usuwamy niewymierność z mianownika, zatem $l = \dfrac{3}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{\mathbf{3}}$.

Odp. **B**

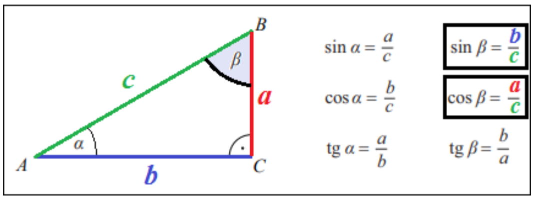
27.37.
Rysujemy przekrój osiowy stożka, zaznaczając tworzącą $\boldsymbol{l = 4}$ oraz **kąt rozwarcia o mierze 90°** (rys. 1).





Dorysowujemy wysokość stożka, dzielącą **kąt rozwarcia** na pół (rys. 2).

Lewą połowę przekroju osiowego stożka kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14).



Z funkcji trygonometrycznych górnego kąta **45°** wyliczamy **tworzącą *l*.**

$\sin 45° = \frac{r}{4}$ → uwzględniamy $\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{r}{4}$ → mnożymy równanie „na krzyż"

$2r = 4\sqrt{2}$ $|:2$

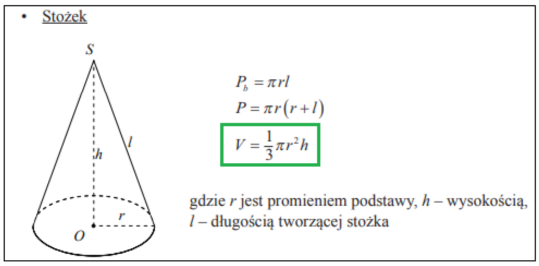
$r = \mathbf{2\sqrt{2}}$

$\cos 45° = \frac{h}{4}$ → uwzględniamy $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{h}{4}$ → mnożymy równanie „na krzyż"

$2h = 4\sqrt{2}$ $|:2$

$h = \mathbf{2\sqrt{2}}$



Dla $r = \mathbf{2\sqrt{2}}$ oraz $h = \mathbf{2\sqrt{2}}$ obliczamy **objętość stożka** (**karta wzorów**, str. 14).

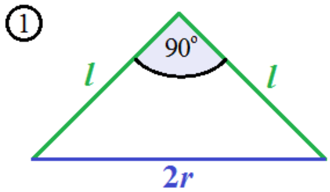
$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

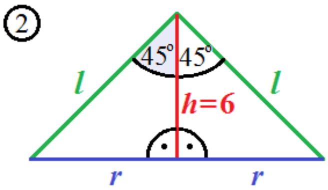
$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(2\sqrt{2}\right)^2 \cdot 2\sqrt{2} =$$

$$= \frac{1}{3}\pi \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} = \mathbf{\frac{16\sqrt{2}}{3}}\pi$$

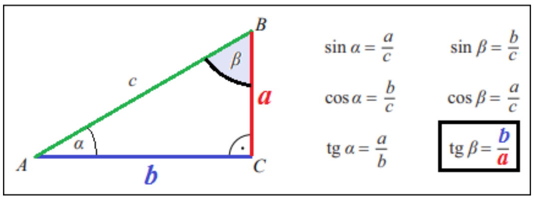
Odp. **B**

27.38.
Rysujemy przekrój osiowy stożka, zaznaczając **kąt rozwarcia o mierze 90°** (rys. 1).





Dorysowujemy wysokość stożka ***h* = 6**, dzielącą **kąt rozwarcia** na pół (rys. 2).



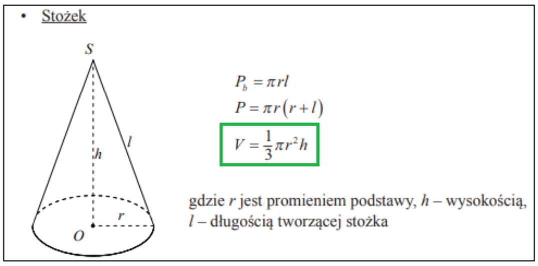
Lewą połowę przekroju osiowego stożka kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14).

Z funkcji trygonometrycznych górnego kąta **45°** wyliczamy promień ***r***.

$tg\,45^\circ = \frac{r}{6}$ → uwzględniamy $tg\,45^\circ = \mathbf{1}$

$\mathbf{1} = \frac{r}{6}$ $\quad |\cdot 6$

$\mathbf{6 = r}$



Dla ***r* = 6** oraz ***h* = 6** obliczamy **objętość stożka** (**karta wzorów**, str. 14).

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 6 =$$

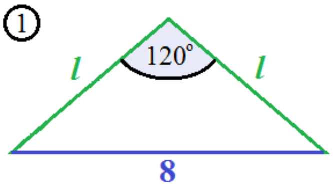
$$= \frac{1}{3}\pi \cdot 36 \cdot 6 = \mathbf{72\pi}$$

Odp. **B**

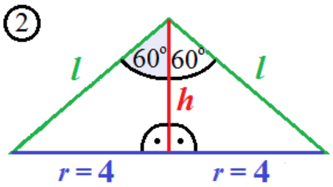
27.39.

Rysujemy przekrój osiowy stożka, zaznaczając średnicę podstawy **8** i **kąt rozwarcia** (rys. 1).

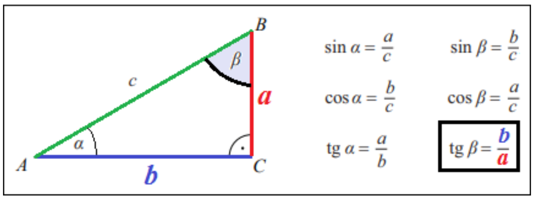
1



2



Dorysowujemy wysokość stożka, dzielącą **kąt rozwarcia** na pół oraz średnicę podstawy na pół (rys. 2).



Lewą połowę przekroju osiowego stożka kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14).

Z funkcji trygonometrycznych górnego kąta **60°** wyliczamy **wysokość *h***.

$tg\,60^\circ = \frac{4}{h}$ → uwzględniamy $tg\,60^\circ = \sqrt{\mathbf{3}}$

$\sqrt{\mathbf{3}} = \frac{4}{h} \qquad | \cdot h$

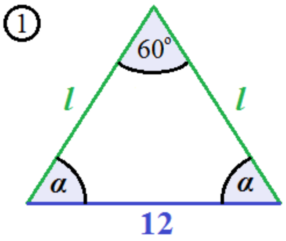
$\sqrt{3} \cdot h = 4 \qquad |:\sqrt{3}$

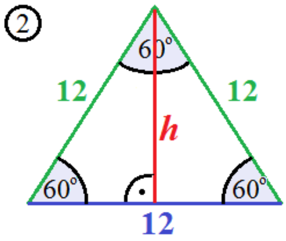
$h = \frac{\mathbf{4}}{\sqrt{\mathbf{3}}}$

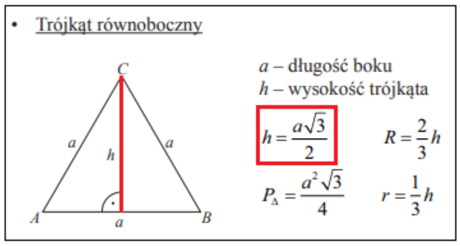
Usuwamy niewymierność z mianownika, zatem $h = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\mathbf{4\sqrt{3}}}{\mathbf{3}}$.

Odp. **D**

27.40.
Rysujemy przekrój osiowy stożka, oznaczając średnicę podstawy **12** i **kąt rozwarcia 60º**.
Kąt między tworzącą a podstawą oznaczamy jako α (rys. 1).







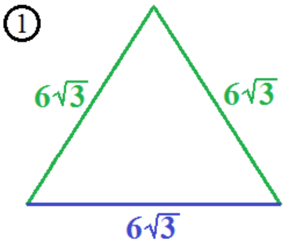
Obliczamy miarę kąta α, zatem 180º – 60º = 120º oraz $\alpha = 120° : 2 = \mathbf{60°}$, więc trójkąt jest **równoboczny** (rys. 2).
Wysokość ***h*** obliczamy na podstawie **karty wzorów** (str. 9) – wzór na wysokość trójkąta równobocznego.

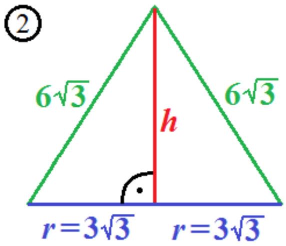
$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{2} = \mathbf{6\sqrt{3}}.$$

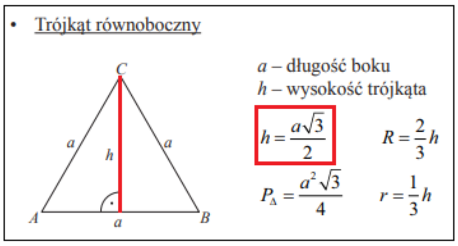
Odp. **C**

27.41.

Obliczamy bok trójkąta $18\sqrt{3}:3=\mathbf{6\sqrt{3}}$. Rysujemy przekrój osiowy stożka (rys. 1).

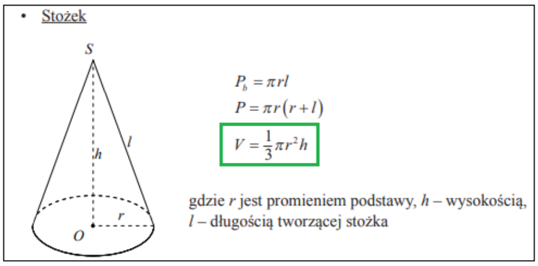






Rysujemy wysokość ***h*** stożka (rys. 2), obliczamy jej długość na podstawie **karty wzorów** (str. 9) – wzór na wysokość trójkąta równobocznego o boku $a=\mathbf{6\sqrt{3}}$.

$$\boldsymbol{h}=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\mathbf{6\sqrt{3}}\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{6\cdot 3}{2}=\mathbf{9}.$$



Dla $r=\mathbf{3\sqrt{3}}$ oraz $\boldsymbol{h}=\mathbf{9}$ obliczamy **objętość** stożka (**karta wzorów**, str. 14):

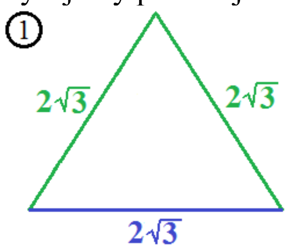
$$V=\frac{1}{3}\pi\cdot r^2\cdot h$$

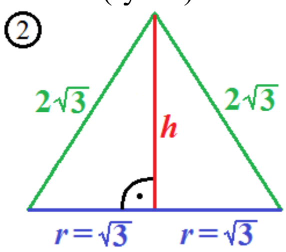
$$V=\frac{1}{3}\pi\cdot\left(\mathbf{3\sqrt{3}}\right)^2\cdot\mathbf{9}=\frac{1}{3}\pi\cdot 9\cdot 3\cdot 9=\mathbf{81}\pi.$$

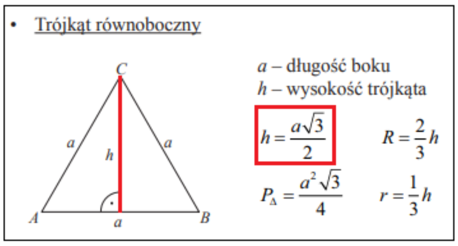
Odp. **A**

27.42.

Rysujemy przekrój osiowy stożka (rys. 1).

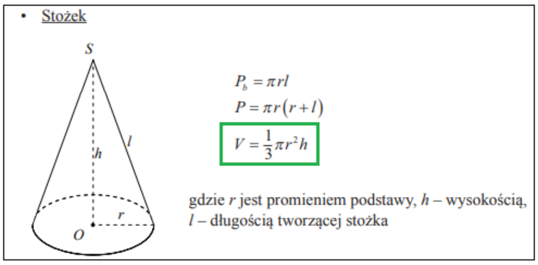






Rysujemy wysokość ***h*** stożka (rys. 2), obliczamy jej długość na podstawie **karty wzorów** (str. 9) – wzór na wysokość trójkąta równobocznego o boku $a = \mathbf{2\sqrt{3}}$.

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{2\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3.$$



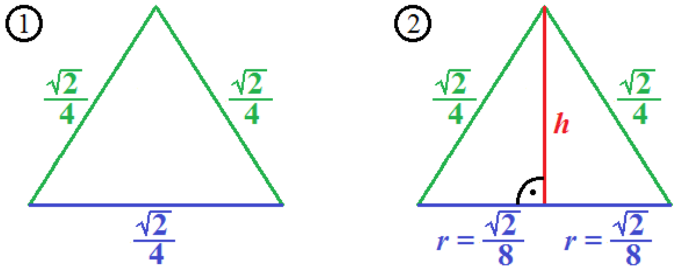
Dla $r = \mathbf{\sqrt{3}}$ oraz $\boldsymbol{h} = \mathbf{3}$ obliczamy **objętość** stożka (**karta wzorów**, str. 14):

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\mathbf{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \mathbf{3} = \frac{1}{3}\pi \cdot 3 \cdot 3 = \frac{1}{3}\pi \cdot 9 = \mathbf{3}\pi .$$

Odp. **B**

27.43.
Rysujemy przekrój osiowy stożka (rys. 1).

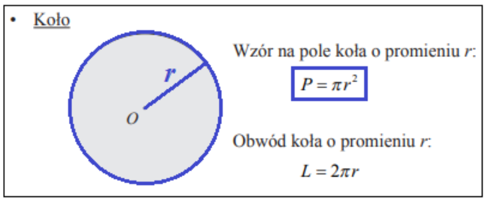


Rysujemy wysokość ***h*** stożka (rys. 2), która podzieliła średnicę podstawy na pół.

Zatem promień podstawy stożka jest równy $\boldsymbol{r}=\frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{8}}$.

Podstawą stożka jest **koło** o promieniu $\boldsymbol{r}=\frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{8}}$.

Obliczamy **pole** tego **koła**.

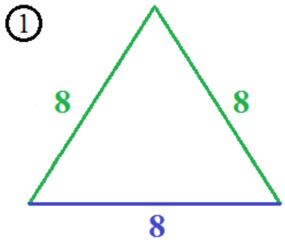


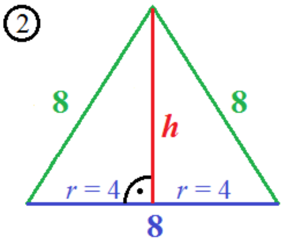
$$P=\pi\cdot r^2$$

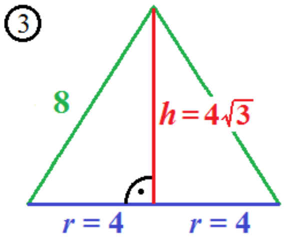
$$P=\pi\cdot\left(\frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{8}}\right)^2=\pi\cdot\frac{2}{64}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{32}}\pi\ .$$

Odp. **D**

27.44.
Rysujemy przekrój osiowy stożka (rys. 1).

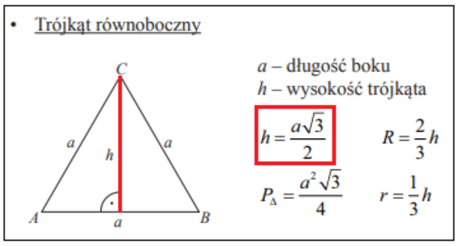






Rysujemy wysokość ***h*** stożka (rys. 2), obliczamy jej długość na podstawie **karty wzorów** (str. 9) – wzór na wysokość trójkąta równobocznego o boku $\boldsymbol{a = 8}$.

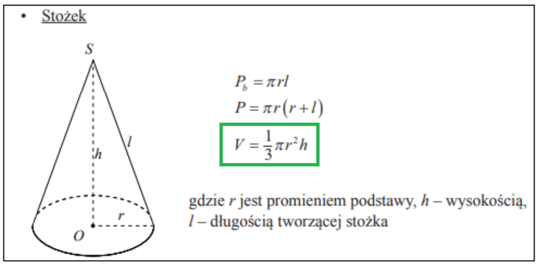
$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{8}\sqrt{3}}{2} = \mathbf{4\sqrt{3}} \quad \text{(rys. 3).}$$



Dla $\boldsymbol{r = 4}$ oraz $\boldsymbol{h} = \mathbf{4\sqrt{3}}$ obliczamy **objętość** stożka (**karta wzorów**, str. 14):

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

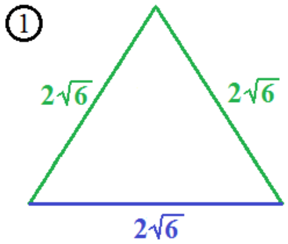
$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot \mathbf{4}^2 \cdot \mathbf{4\sqrt{3}}\,.$$

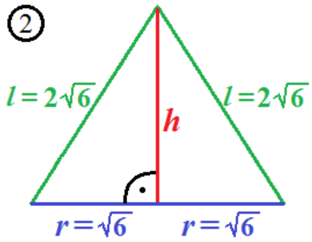


Odp. **A**

27.45.

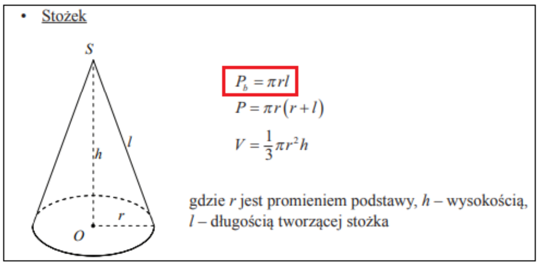
Obliczamy bok trójkąta $6\sqrt{6}:3=\mathbf{2\sqrt{6}}$. Rysujemy przekrój osiowy stożka (rys. 1).





Rysujemy wysokość ***h*** stożka, która podzieliła średnicę podstawy na pół, zatem promień podstawy ma długość $\boldsymbol{r}=\mathbf{\sqrt{6}}$ (rys. 2).

Dla $r=\mathbf{\sqrt{6}}$ oraz $l=\mathbf{2\sqrt{6}}$ obliczamy $\boldsymbol{P_b}$ stożka (**karta wzorów**, str. 14):



$$P_b=\pi\cdot r\cdot l$$

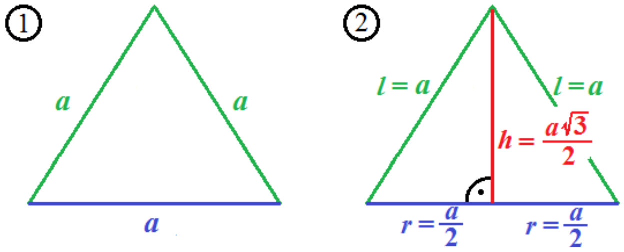
$$P_b=\pi\cdot\mathbf{\sqrt{6}}\cdot\mathbf{2\sqrt{6}}=\pi\cdot\underbrace{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}_{\mathbf{6}}\cdot 2=$$

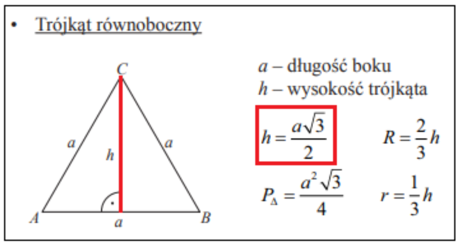
$$=\pi\cdot 6\cdot 2=\mathbf{12}\pi$$

Odp. **A**

27.46.

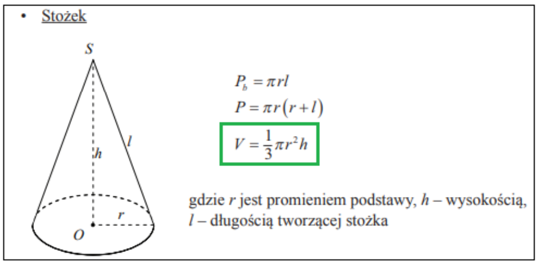
Rysujemy trójkąt równoboczny będący **przekrojem osiowym** stożka (rys. 1).





Rysujemy wysokość ***h*** trójkąta równobocznego, która podzieliła średnicę podstawy na pół, zatem promień podstawy ma długość $\boldsymbol{r} = \frac{a}{2}$.

Z **karty wzorów** (str. 9) mamy wzór $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Dla $V = \frac{\sqrt{3}\pi}{3}$, $r = \frac{a}{2}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ wykorzystujemy wzór na **objętość stożka** (**karta wzorów**, str. 14).

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$\frac{\sqrt{3}\pi}{3} = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}\pi}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}\pi}{24} \qquad |:\sqrt{3}\pi$$

$$\frac{1}{3} = \frac{a^3}{24}$$

Mnożymy równanie „na krzyż”

$$3 \cdot a^3 = 24 \cdot 1$$

$$3a^3 = 24 \qquad |:3$$

$$a^3 = 8 \qquad |\sqrt[3]{\ }$$

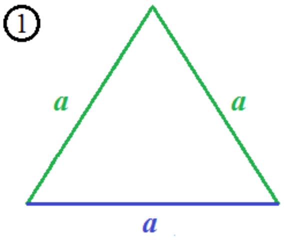
$$\boldsymbol{a = 2}$$

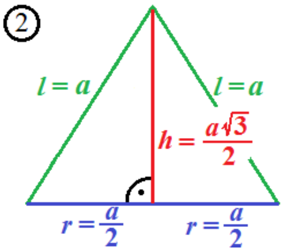
Zatem średnica podstawy stożka ma długość **2**.

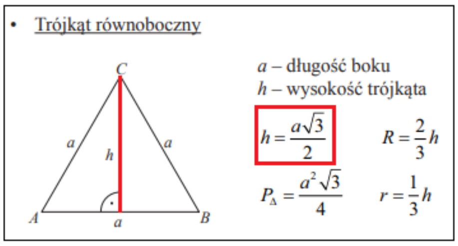
Odp. **B**

27.47.

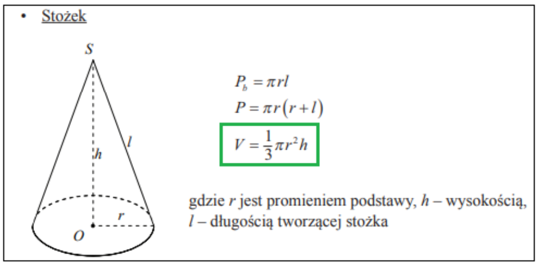
Rysujemy trójkąt równoboczny będący **przekrojem osiowym** stożka (rys. 1).







Rysujemy wysokość ***h*** trójkąta równobocznego, która podzieliła średnicę podstawy na pół, zatem promień podstawy ma długość $\boldsymbol{r} = \frac{a}{2}$.



Z **karty wzorów** (str. 9) mamy wzór $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Dla $V = 9\sqrt{3}\pi$, $r = \frac{a}{2}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ wykorzystujemy wzór na **objętość stożka** (**karta wzorów**, str. 14).

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$9\sqrt{3}\pi = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$9\sqrt{3}\pi = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$9\sqrt{3}\pi = \frac{a^3\sqrt{3}\pi}{24} \qquad |\cdot 24$$

$$\mathbf{24} \cdot 9\sqrt{3}\pi = \mathbf{24} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}\pi}{24}$$

$$216\sqrt{3}\pi = a^3\sqrt{3}\pi \qquad |:\sqrt{3}\pi$$

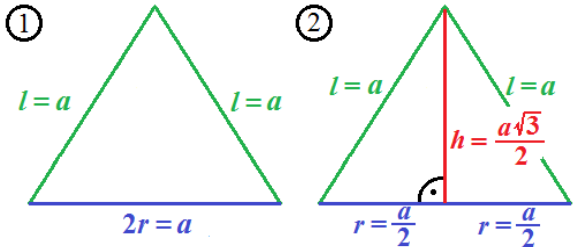
$$216 = a^3 \qquad |\sqrt[3]{\ }$$

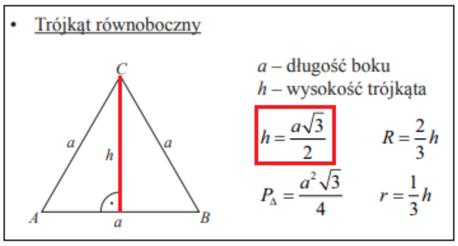
$$\mathbf{6 = a}$$

Dla $\boldsymbol{a} = \mathbf{6}$ wysokość stożka ma długość $h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathbf{6}\sqrt{3}}{2} = \mathbf{3\sqrt{3}}$.

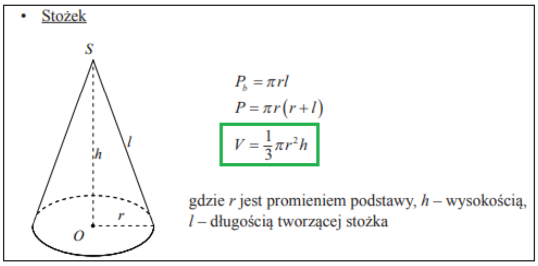
Odp. **C**

27.48.
Jeśli tworząca ***l*** stożka jest równa średnicy podstawy **2*r***, to przekrojem osiowym stożka musi być trójkąt równoboczny (rys. 1).





Rysujemy wysokość ***h*** trójkąta równobocznego, która podzieliła średnicę podstawy na pół, zatem promień podstawy ma długość $\boldsymbol{r} = \frac{a}{2}$.



Z **karty wzorów** (str. 9) mamy wzór $\boldsymbol{h} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Dla $V = \frac{\sqrt{3}\pi}{3}$, $r = \frac{a}{2}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ wykorzystujemy wzór na **objętość stożka** (**karta wzorów**, str. 14).

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$\frac{\sqrt{3}\pi}{3} = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}\pi}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}\pi}{24} \qquad |:\sqrt{3}\pi$$

$$\frac{1}{3} = \frac{a^3}{24}$$

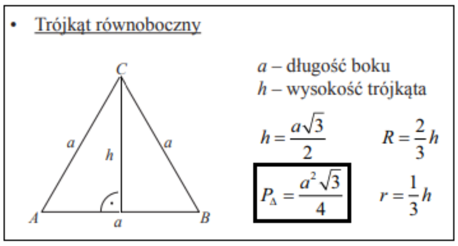
Mnożymy równanie „na krzyż”

$$3 \cdot a^3 = 24 \cdot 1$$

$$3a^3 = 24 \qquad |:3$$

$$a^3 = 8 \qquad |\sqrt[3]{\ }$$

$$\boldsymbol{a = 2}$$



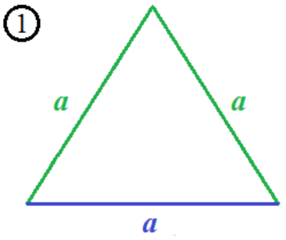
Obliczamy pole przekroju osiowego stożka (czyli **pole trójkąta równobocznego** o boku ***a* = 2**).

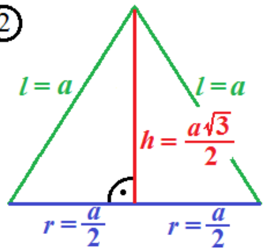
$$P_{\Delta} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \boldsymbol{\sqrt{3}}.$$

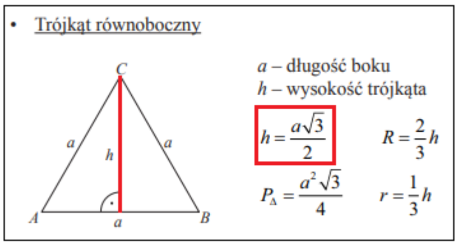
Odp. **D**

27.49.

Rysujemy trójkąt równoboczny będący **przekrojem osiowym** stożka (rys. 1).

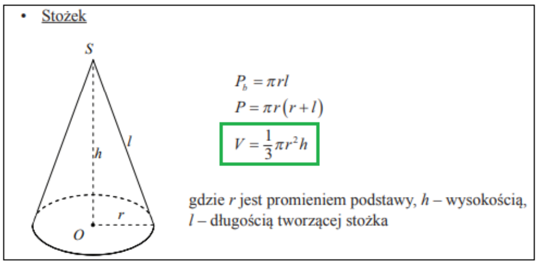






Rysujemy wysokość ***h*** trójkąta równobocznego, która podzieliła średnicę podstawy na pół, zatem promień podstawy ma długość $r = \frac{a}{2}$.

Z **karty wzorów** (str. 9) mamy wzór $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Dla $V = 9\sqrt{3}\pi,\ r = \frac{a}{2},\ h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ wykorzystujemy wzór na **objętość stożka** (**karta wzorów**, str. 14).

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$9\sqrt{3}\pi = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$9\sqrt{3}\pi = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$9\sqrt{3}\pi = \frac{a^3\sqrt{3}\pi}{24} \qquad |\cdot 24$$

$$\mathbf{24} \cdot 9\sqrt{3}\pi = \mathbf{24} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}\pi}{24}$$

$$216\sqrt{3}\pi = a^3\sqrt{3}\pi \qquad |:\sqrt{3}\pi$$

$$216 = a^3 \qquad |\sqrt[3]{\ }$$

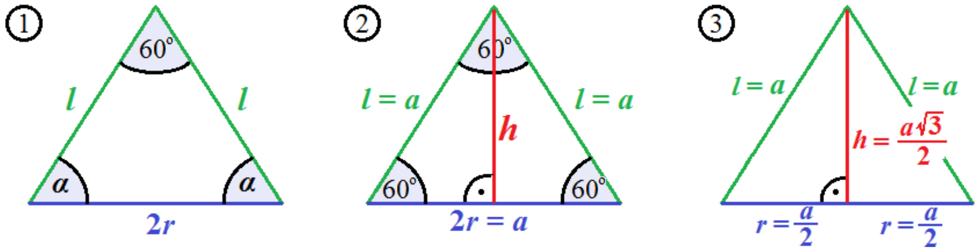
$$\mathbf{6 = a}$$

Obliczona średnica podstawy ***a* = 6** powoduje, że promień podstawy ma długość 6 : 2 = **3**.

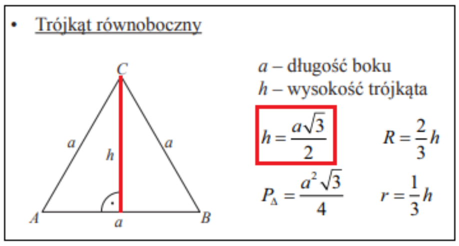
Odp. **D**

27.50.

Rysujemy przekrój osiowy stożka, oznaczając **kąt rozwarcia 60°**.
Kąt między tworzącą a podstawą oznaczamy jako α (rys. 1).



Obliczamy miarę kąta α. Zatem: 180° – 60° = 120°.
Następnie, $\alpha = 120^\circ : 2 = \mathbf{60^\circ}$, więc przekrojem osiowym stożka jest **trójkąt równoboczny** o boku ***a*** (rys. 2).
Wykorzystujemy wzór na wysokość trójkąta równobocznego $\boldsymbol{h} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (**karta wzorów**, str. 9).



Dla $V = \dfrac{64\sqrt{3}\pi}{3}$, $r = \dfrac{a}{2}$, $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ wykorzystujemy wzór na **objętość stożka** (**karta wzorów**, str. 14).

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$\frac{64\sqrt{3}\pi}{3} = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{64\sqrt{3}\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{64\sqrt{3}\pi}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}\pi}{24}$$

Mnożymy równanie „na krzyż"

$$3 \cdot a^3\sqrt{3}\pi = 24 \cdot 64\sqrt{3}\pi \qquad |:\sqrt{3}\pi$$

$$3a^3 = 24 \cdot 64$$

$$3a^3 = 1536 \qquad |:3$$

$$a^3 = \mathbf{512} \qquad |\sqrt[3]{\ }$$

$$\boldsymbol{a = 8}$$

Dla $\boldsymbol{a} = \mathbf{8}$ wysokość stożka ma długość $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\mathbf{8}\sqrt{3}}{2} = \mathbf{4\sqrt{3}}$.

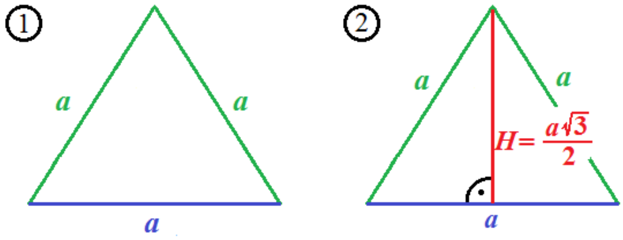
Odp. **B**

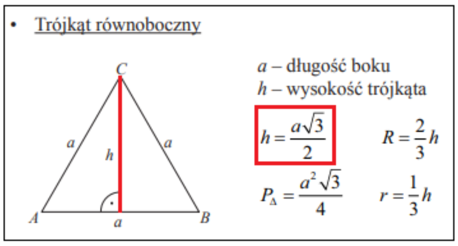
27.51.

Rozwiązanie I:

Rysujemy trójkąt równoboczny będący **przekrojem osiowym** stożka (rys. 1).

Zakładamy, że **średnica podstawy** ma długość ***a***, podobnie jak tworząca stożka.





Rysujemy wysokość ***H*** trójkąta równobocznego (rys. 2).

Z **karty wzorów** (str. 9) mamy $H=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, wyznaczamy z tego wzoru ***a*** (średnicę podstawy).

$$H=\frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad |\cdot 2$$

$$\mathbf{2}\cdot H=\mathbf{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$2H=a\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$\frac{2H}{\sqrt{3}}=a$$

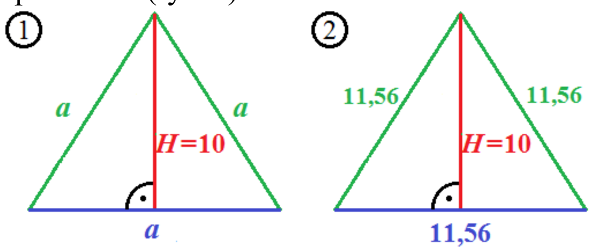
Zatem $a=\frac{2H}{\sqrt{3}}$. Usuwając niewymierność z mianownika, mamy $a=\frac{2H}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\mathbf{\frac{2H\sqrt{3}}{3}}$.

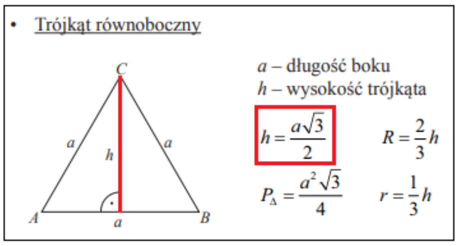
Odp. **B**

Rozwiązanie II:

W obliczeniach korzystamy z przybliżenia $\sqrt{3}\approx\mathbf{1{,}73}$.

Przyjmujemy dowolną dodatnią wartość ***H***, może być np. ***H* = 10** (rys. 1).





Dla ***h* = 10** (ustalone na początku) oraz dla $\sqrt{3}\approx 1{,}73$ korzystamy ze wzoru $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ (**karta wzorów**, str. 9), z którego wyliczamy wartość ***a*** (średnicę podstawy).

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$10 = \frac{a \cdot 1{,}73}{2}$$

$$10 = \frac{1{,}73a}{2} \qquad |\cdot 2$$

$$\mathbf{2} \cdot 10 = \mathbf{2} \cdot \frac{1{,}73a}{2}$$

$$20 = 1{,}73a \qquad |:1{,}73$$

$$\frac{20}{1{,}73} = a$$

$\mathbf{11{,}56} = \boldsymbol{a}$ (rys. 2).

Konsekwentnie korzystając z $\sqrt{3} \approx \mathbf{1{,}73}$ oraz $\boldsymbol{H} = \mathbf{10}$ sprawdzamy, dla której z czterech propozycji odpowiedzi otrzymamy wynik najbardziej zbliżony do **11,56**.

A. $2H = 2 \cdot 10 = 20$

B. $\frac{2H\sqrt{3}}{3} \approx \frac{2 \cdot 10 \cdot 1{,}73}{3} = \frac{34{,}6}{3} \approx \mathbf{11{,}53}$

C. $2\sqrt{3}\,H \approx 2 \cdot 1{,}73 \cdot 10 = 34{,}6$

D. $\frac{2H}{3} = \frac{2 \cdot 10}{3} = \frac{20}{3} \approx 6{,}67$

W przypadku odp. **B** otrzymaliśmy rezultat **11,53**, najbliższy wynikowi **11,56**.

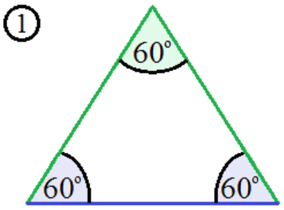
Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

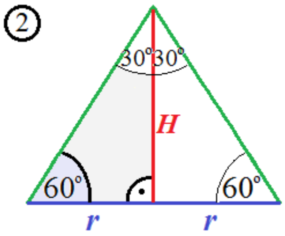
27.52.

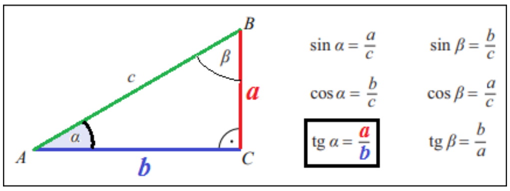
Rozwiązanie I:

Rysujemy trójkąt równoboczny będący **przekrojem osiowym** stożka (rys. 1).

Rysujemy wysokość ***H*** trójkąta równobocznego oraz promień ***r*** podstawy stożka (rys. 2).







Lewą połowę przekroju osiowego stożka kojarzymy z trójkątem prostokątnym z **karty wzorów** (str. 14).

Wielkości ***H*** i ***r*** są związane funkcją **tangens** kąta **60°**. Zatem:

$tg\,60° = \frac{H}{r}$ → uwzględniamy $tg\,60° = \sqrt{\mathbf{3}}$

$\sqrt{\mathbf{3}} = \frac{H}{r}$ $\quad | \cdot r$

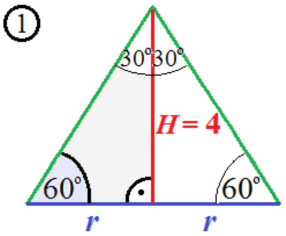
$r\sqrt{3} = H$.

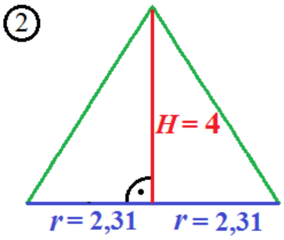
Odp. **B**

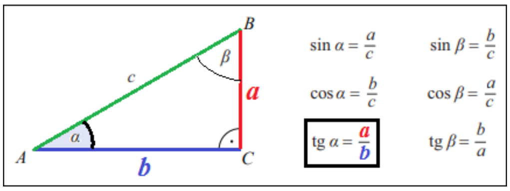
Rozwiązanie II:

W obliczeniach korzystamy z przybliżenia $\sqrt{3} \approx \mathbf{1{,}73}$.

Za jedną z wielkości: ***r***, ***H*** podstawiamy jakąś dodatnią wartość liczbową, np. ***H* = 4**, (rys. 1), następnie dla przyjętego ***H* = 4** obliczamy ***r***.







$tg\,60° = \frac{H}{r}$ → uwzględniamy $tg\,60° = \sqrt{3} \approx \mathbf{1{,}73}$

$1{,}73 = \frac{4}{r}$ $\quad | \cdot r$

$1{,}73r = 4$ $\quad |:1{,}73$

$\boldsymbol{r} = \frac{4}{1{,}73} \approx \mathbf{2{,}31}$ (rys. 2).

Używamy przybliżenia $\sqrt{3} \approx \mathbf{1{,}73}$ oraz podstawiamy ***r* = 2,31**, ***H* = 4** do równań przedstawionych w odpowiedziach sprawdzając, które z nich jest prawdziwe. Zatem:

A. $r = H\sqrt{3}$, czyli $2{,}31 = 4 \cdot 1{,}73$, zatem 2,31 = 6,92

B. $H = r\sqrt{3}$, czyli $4 = 2{,}31 \cdot 1{,}73$, zatem **4 = 3,9963**

C. $r = \dfrac{H\sqrt{3}}{4}$, czyli $2{,}31 = \dfrac{4 \cdot 1{,}73}{4}$, zatem 2,31 = 1,73

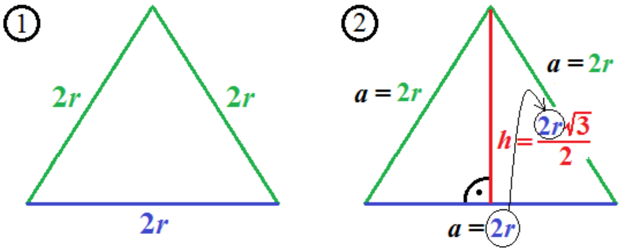
D. $H = \dfrac{r\sqrt{3}}{4}$, czyli $4 = \dfrac{2{,}31 \cdot 1{,}73}{4}$, zatem $4 = \dfrac{3{,}9963}{4}$, więc $4 = 0{,}999075$.

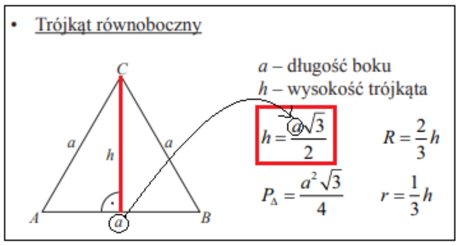
Równość **4 = 3,9963** jest najbliższa prawdzie. Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

27.53.

Rozwiązanie I:

Rysujemy trójkąt równoboczny będący **przekrojem osiowym** stożka, o długości **średnicy podstawy** równej **2*r***, takiej samej jak długość tworzącej stożka (rys. 1).





Rysujemy wysokość ***h*** trójkąta równobocznego (rys. 2).

Z **karty wzorów** (str. 9) mamy $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Ponieważ z rys. 2 wynika, że ***a* = 2*r***, to do wzoru

$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ wstawiamy **2*r*** w miejsce ***a***.

$h=\frac{2r\sqrt{3}}{2}$ → „2” się skracają

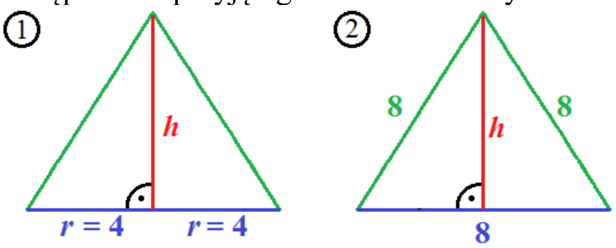
$h=r\sqrt{3}$.

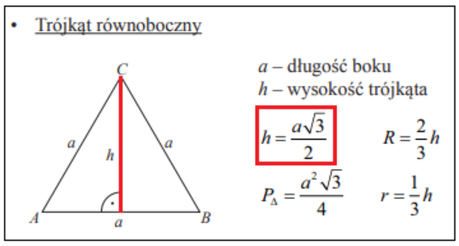
Odp. **C**

Rozwiązanie II:

W obliczeniach korzystamy z przybliżenia $\sqrt{3}\approx\mathbf{1{,}73}$.

W miejsce ***r*** podstawiamy jakąś dodatnią wartość liczbową, może być np. ***r* = 4**, (rys. 1), następnie dla przyjętego ***r* = 4** obliczamy ***h***.





Jeśli przyjęliśmy ***r* = 4**, to wówczas średnica podstawy ma długość **8**, tym samym – zgodnie z treścią zadania – tworząca stożka też ma długość **8** (rys. 2), tym samym **przekrój osiowy stożka** jest **trójkątem równobocznym**.

Wysokość stożka jest **wysokością trójkąta równobocznego** o boku ***a* = 8**.

Zatem $\boldsymbol{h}=\frac{a\sqrt{3}}{2}\approx\frac{8\cdot 1{,}73}{2}=\mathbf{6{,}92}$.

Konsekwentnie korzystając z przybliżenia $\sqrt{3}\approx\mathbf{1{,}73}$ oraz z założenia ***r* = 4** sprawdzamy, dla której z odpowiedzi otrzymamy wynik najbardziej zbliżony do **6,92**.

A. $\frac{r\sqrt{3}}{4}\approx\frac{4\cdot 1{,}73}{4}=1{,}73$

B. $\frac{r\sqrt{3}}{2}\approx\frac{4\cdot 1{,}73}{2}=3{,}46$

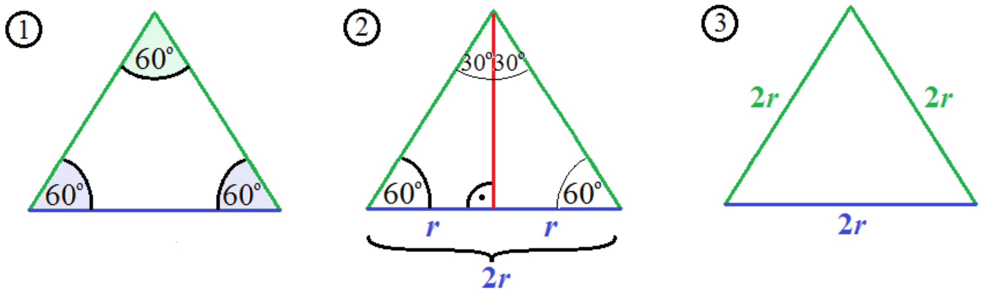
C. $r\sqrt{3}\approx 4\cdot 1{,}73=\mathbf{6{,}92}$

D. $2r\sqrt{3}\approx 2\cdot 4\cdot 1{,}73=13{,}84$

W przypadku odp. **C** otrzymaliśmy pożądany rezultat **6,92**.

Oznacza to, że odp. **C** jest poprawna.

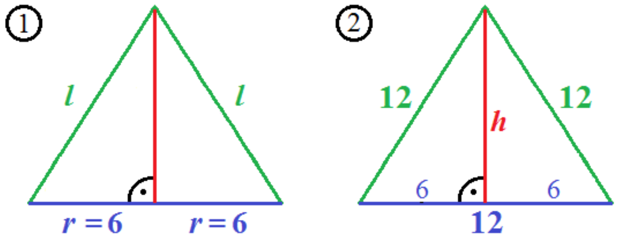
27.54.
Rozwiązanie I:
Rysujemy trójkąt równoboczny będący **przekrojem osiowym** stożka (rys. 1).
Rysujemy wysokość stożka, zaznaczamy promień ***r*** podstawy stożka, wobec tego średnica podstawy stożka ma długość **2*r*** (rys. 2).

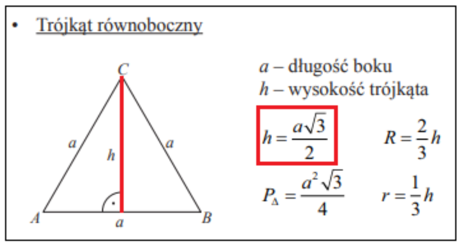


Przekrojem osiowym stożka jest trójkąt równoboczny o boku **2*r***, zatem tworząca stożka też musi mieć długość **2*r*** (rys. 3).

Odp. **A**

Rozwiązanie II:
W miejsce ***r*** podstawiamy jakąś dodatnią wartość liczbową, może być np. ***r* = 6**, (rys. 1), następnie dla przyjętego ***r* = 6** obliczamy długość tworzącej ***l*** stożka.





Jeśli przyjęliśmy ***r* = 6**, to wówczas średnica podstawy ma długość **12**, tym samym – zgodnie z treścią zadania – przekrój osiowy stożka jest **trójkątem równobocznym**.
Jego bok ma długość **12**, więc tworząca stożka też musi mieć długość **12** (rys. 2).

Podstawiając konsekwentnie ***r* = 6** do propozycji odpowiedzi sprawdzamy, w którym przypadku otrzymamy wynik najbardziej zbliżony do **12**. Zatem:

A. $2r = 2\cdot 6 = \mathbf{12}$

B. $r+2=6+2=8$

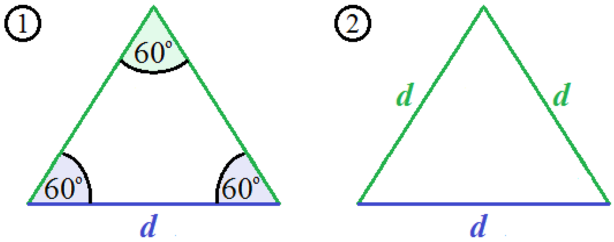
C. $r\sqrt{3}\approx 6\cdot 1{,}73 = 10{,}38$

D. $2r\sqrt{3}\approx 2\cdot 6\cdot 1{,}73 = 20{,}76$

W przypadku odpowiedzi **A** otrzymaliśmy pożądany wynik **12**.

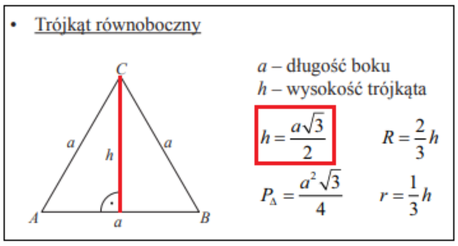
Oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

27.55.
Rysujemy przekrój osiowy stożka ze średnicą podstawy ***d*** jako trójkąt równoboczny, więc wszystkie jego kąty mają miary **60°** (rys. 1).



Jeśli trójkąt jest równoboczny i jeden z jego boków jest równy ***d***, to każdy z dwóch pozostałych też ma długość ***d***, tym samym tworząca stożka ma długość ***d*** (rys. 2).

Wysokość stożka jest równa wysokości trójkąta równobocznego o boku ***d***.

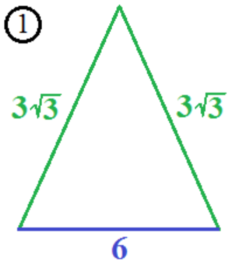


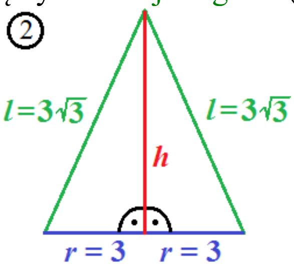
Wykorzystując wzór na wysokość trójkąta równobocznego z **karty wzorów** (str. 9),

otrzymujemy $h=\dfrac{d\sqrt{3}}{2}$.

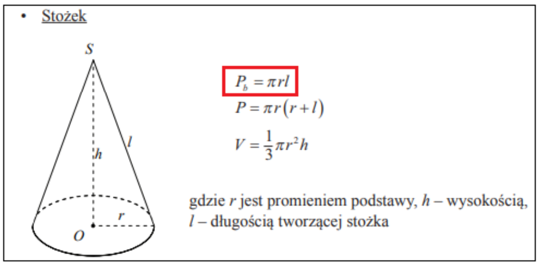
Odp. **C**

27.56.
Rysujemy trójkąt równoramienny będący przekrojem osiowym stożka zwracając uwagę, że ramiona trójkąta muszą być równej długości (rys. 1).





Rysujemy wysokość dzielącą średnicę podstawy stożka na pół, więc promień $\boldsymbol{r = 3}$ (rys. 2).



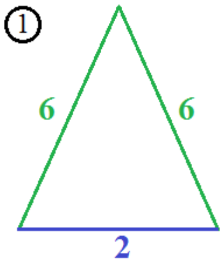
Dla $\boldsymbol{r = 3}$ oraz $\boldsymbol{l = 3\sqrt{3}}$ korzystamy ze wzoru na $\boldsymbol{P_b}$ stożka (rys. 3). Zatem:

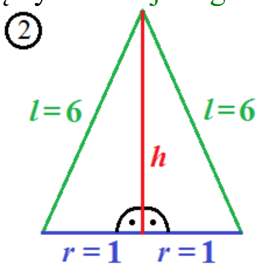
$$P_b = \pi \cdot r \cdot l$$

$$P_b = \pi \cdot 3 \cdot 3\sqrt{3} = \mathbf{9\sqrt{3}}\pi \, .$$

Odp. **A**

27.57.
Rysujemy trójkąt równoramienny będący przekrojem osiowym stożka zwracając uwagę, że ramiona trójkąta muszą być równej długości (rys. 1).

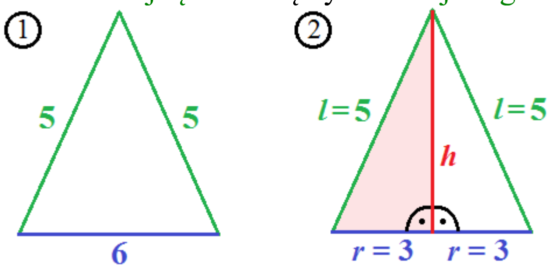




Rysujemy wysokość dzielącą średnicę podstawy stożka na pół, więc promień podstawy ma długość $\boldsymbol{r = 1}$ (rys. 2).

Odp. **A**

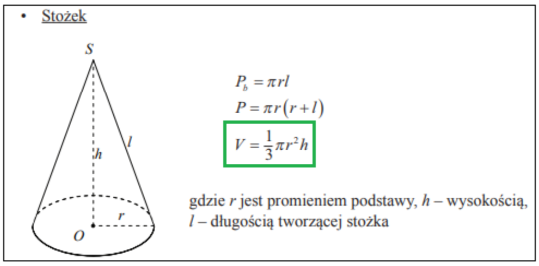
27.58.
Rysujemy trójkąt równoramienny będący przekrojem osiowym stożka zwracając uwagę, że ramiona trójkąta muszą być równej długości (rys. 1).



Rysujemy wysokość ***h*** dzielącą średnicę podstawy stożka na pół, więc promień $\boldsymbol{r = 3}$ (rys. 2).

Z tw. Pitagorasa wyliczamy ***h***. Zatem:

$\boldsymbol{r^2 + h^2 = l^2}$
$3^2 + h^2 = 5^2$
$9 + h^2 = 25$
$h^2 = 25 - 9$
$h^2 = 16 \qquad |\sqrt{\ }$
$\boldsymbol{h = 4}$



Dla $\boldsymbol{r = 3}$ oraz $\boldsymbol{h = 4}$ obliczamy **objętość** stożka (**karta wzorów**, str. 14):

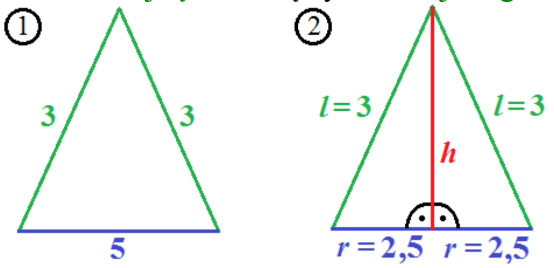
$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4 = \frac{1}{3}\pi \cdot 9 \cdot 4 = \frac{1}{3}\pi \cdot 36 = \boldsymbol{12\pi}\,.$$

Odp. **D**

27.59.

Rysujemy trójkąt równoramienny będący przekrojem osiowym stożka zwracając uwagę, że ramiona trójkąta muszą być równej długości (rys. 1).

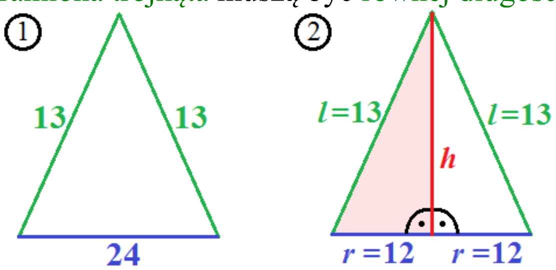


Rysujemy wysokość dzielącą średnicę podstawy stożka na pół, więc promień podstawy ma długość $r = 2{,}5$ oraz **tworząca stożka** jest równa $\boldsymbol{l = 3}$ (rys. 2).

Odp. **B**

27.60.

Rysujemy trójkąt równoramienny będący przekrojem osiowym stożka zwracając uwagę, że ramiona trójkąta muszą być równej długości (rys. 1).



Rysujemy wysokość $\boldsymbol{h}$ dzielącą średnicę podstawy stożka na pół, więc promień podstawy ma długość $\boldsymbol{r = 12}$ (rys. 2).

Z tw. Pitagorasa wyliczamy $\boldsymbol{h}$. Zatem:

$\boldsymbol{r^2 + h^2 = l^2}$

$12^2 + h^2 = 13^2$

$144 + h^2 = 169$

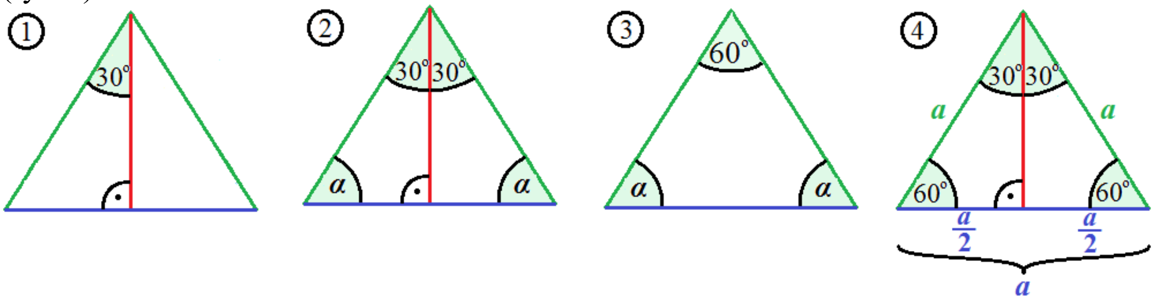
$h^2 = 169 - 144$

$h^2 = 25 \qquad | \sqrt{\ }$

$\boldsymbol{h = 5}$

Odp. **B**

27.61.
Rysujemy przekrój osiowy stożka i zaznaczamy dany kąt **30º** między wysokością stożka a tworzącą (rys. 1). Potem oznaczamy jako ***α*** miarę kąta nachylenia tworzącej do podstawy (rys. 2).

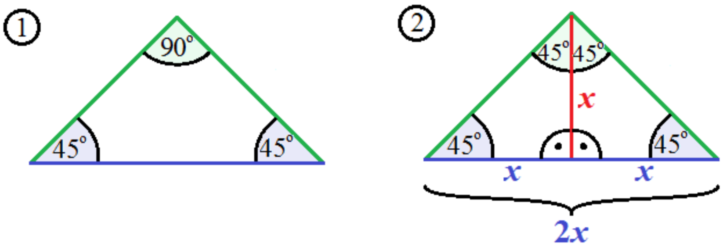


Obliczamy miarę kąta ***α*** (rys. 3). Zatem 180º – 60º = 120º, więc ***α*** = 120º : 2 = **60º** (rys. 4).

Na rys. 4 widać, że promień podstawy równy $\frac{a}{2}$, jest **2 razy krótszy** od tworzącej stożka równej ***a***.

Odp. **B**

27.62.
Rysujemy przekrój osiowy stożka (rys. 1).

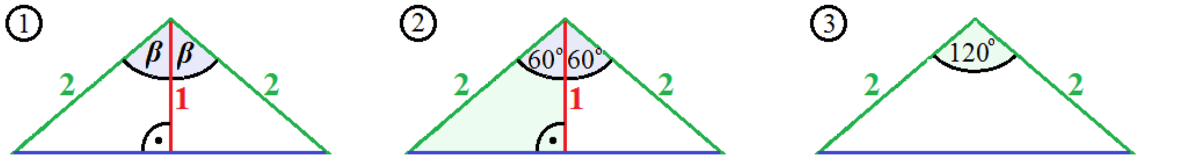


Trójkąt prostokątny równoramienny ma kąty **90°**, **45°**, **45°**

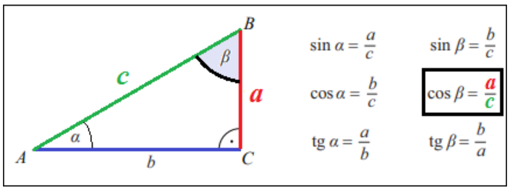
Wysokość stożka dzieli kąt rozwarcia **90º** na pół.
W ten sposób, każdy z powstałych dwóch trójkątów, jest **prostokątny równoramienny**, bo ma kąty **90º**, **45º**, **45º** (rys. 2).
Zatem wysokość stożka o długości ***x*** jest 2 razy krótsza od średnicy podstawy długości ***2x***.

Odp. **C**

27.63.
Rozważmy przykładowy stożek spełniający warunki zadania.
Na jego przekroju osiowym zaznaczamy tworzącą o długości **2** i wysokość równą **1** (rys. 1).



Lewą połowę przekroju osiowego stożka kojarzymy z trójkątem z **karty wzorów** (str. 14).



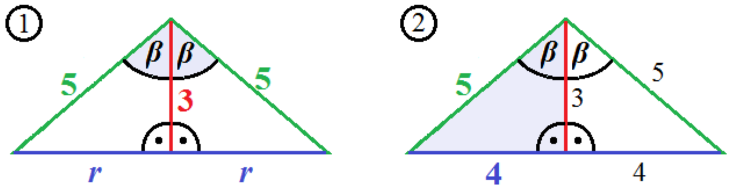
Szukamy **funkcji trygonometrycznej** kąta $\boldsymbol{\beta}$ wiążącej wysokość z tworzącą.

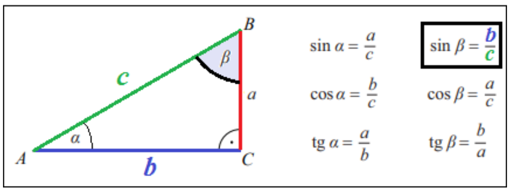
Jest to funkcja $\cos\beta = \mathbf{\frac{1}{2}}$, więc $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{60^{o}}$ (rys. 2).

Jeśli $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{60^{o}}$, to szukany **kąt rozwarcia** stożka wynosi $\mathbf{120^{o}}$ (rys. 3).

Odp. **C**

27.64.
Rozważmy przykładowy stożek spełniający warunki zadania.
Na jego przekroju osiowym zaznaczamy tworzącą o długości **5** i wysokość równą **3**.
Oznaczamy przez $\boldsymbol{\beta}$ miarę **kąta** między tworzącą a wysokością (rys. 1).





Z tw. Pitagorasa wyliczamy $\boldsymbol{r}$. Zatem:

$\boldsymbol{r^2} + \mathbf{3^2} = \mathbf{5^2}$

$r^2 + 9 = 25$

$r^2 = 25 - 9$

$r^2 = 16 \qquad |\sqrt{\ }$

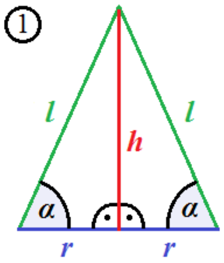
$\boldsymbol{r = 4}$ (rys. 2).

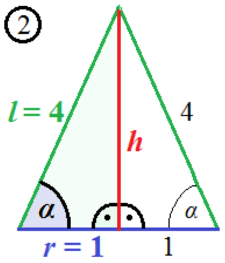
Lewą połowę przekroju osiowego stożka kojarzymy z trójkątem z **karty wzorów** (str. 14).

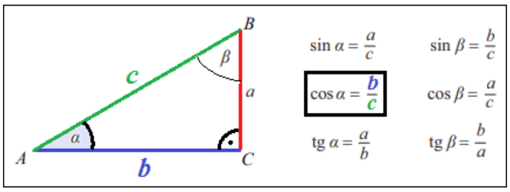
Obliczamy szukaną wartość $\sin\beta$, więc $\sin\beta = \mathbf{\frac{4}{5}} = \mathbf{0{,}8}$.

Odp. **C**

27.65.
Rysujemy przekrój osiowy stożka i zaznaczamy kąt α między tworzącą stożka a płaszczyzną podstawy (rys. 1).
Kojarzymy lewą połowę przekroju osiowego stożka z trójkątem z **karty wzorów** (str. 14).



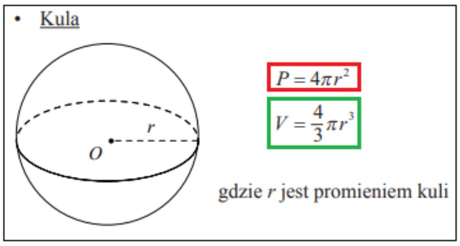




Ze względu na $\cos\alpha = \frac{1}{4}$, rozważamy przykładowy stożek w którym $\boldsymbol{r = 1}$ oraz $\boldsymbol{l = 4}$ (rys. 2).
Jeśli promień $r = 1$, to średnica podstawy ma długość **2**.
Oznacza to, że tworząca stożka, o długości **4**, jest **2 razy dłuższa** od **średnicy podstawy**.

Odp. **A**

27.66.



$4\pi \cdot r^2 = 64\pi$ → z warunku na pole powierzchni

$4\pi \cdot r^2 = 64\pi \quad |:\pi$

$4r^2 = 64 \quad |:4$

$r^2 = 16 \quad |\sqrt{}$

***r* = 4**

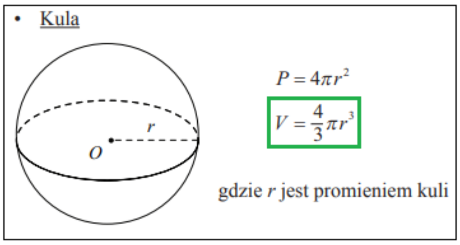
Dla ***r* = 4** korzystamy ze wzoru na objętość (**karta wzorów**, str. 14):

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 64 = \frac{4 \cdot 64}{3}\pi = \frac{\mathbf{256}}{\mathbf{3}}\pi.$$

Odp. **B**

27.67.



$\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = 36\pi$ → z warunku na objętość kuli

$\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = 36\pi \quad |:\pi$

$\frac{4}{3}r^3 = 36 \quad |\cdot \mathbf{3}$

$\mathbf{3} \cdot \frac{4}{3}r^3 = \mathbf{3} \cdot 36$

$4r^3 = 108 \quad |:4$

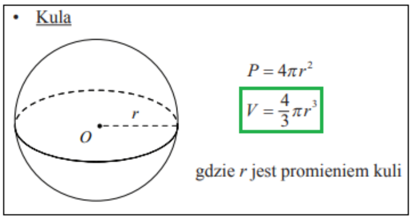
$r^3 = 27 \quad |\sqrt[3]{}$

***r* = 3**

Promień równy $r = 3$ oznacza, że **średnica kuli** jest równa **6**.

Odp. **D**

27.68.
Promień kuli jest połową średnicy, więc $\boldsymbol{r}$ = 12:2 = **6**.



Dla $\boldsymbol{r} = \mathbf{6}$ liczymy objętość kuli (**karta wzorów**, str. 14).

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 216 = \frac{4 \cdot 216}{3}\pi = \mathbf{288}\pi .$$

Odp. **A**

27.69.

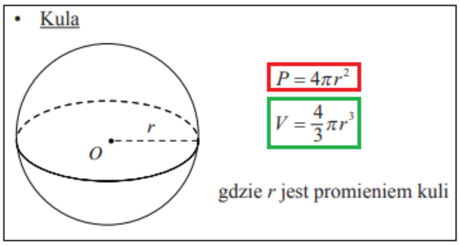
$$4\pi \cdot r^2 = 12\pi \quad \rightarrow \quad \text{z warunku na pole powierzchni}$$

$$4\pi \cdot r^2 = 12\pi \quad |:\pi$$

$$4r^2 = 12 \quad |:4$$

$$r^2 = 3 \quad |\sqrt{}$$

$$r = \sqrt{\mathbf{3}}$$



Promień równy $r = \sqrt{\mathbf{3}}$ oznacza, że **średnica kuli** jest równa $\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{3}}$.

Odp. **C**

27.70.

$$\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{32}{3}\pi \quad \rightarrow \quad \text{z warunku na objętość kuli}$$

$$\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{32}{3}\pi \quad |:\pi$$

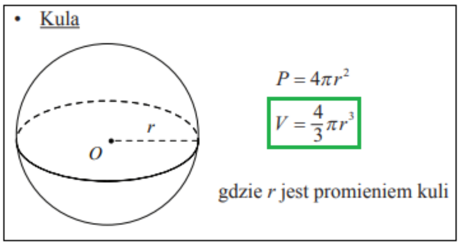
$$\frac{4}{3}r^3 = \frac{32}{3} \quad |\cdot \mathbf{3}$$

$$\mathbf{3} \cdot \frac{4}{3}r^3 = \mathbf{3} \cdot \frac{32}{3}$$

$$4r^3 = 32 \quad |:4$$

$$r^3 = 8 \quad |\sqrt[3]{}$$

$$\boldsymbol{r} = \mathbf{2}$$



Odp. **C**

27.71.

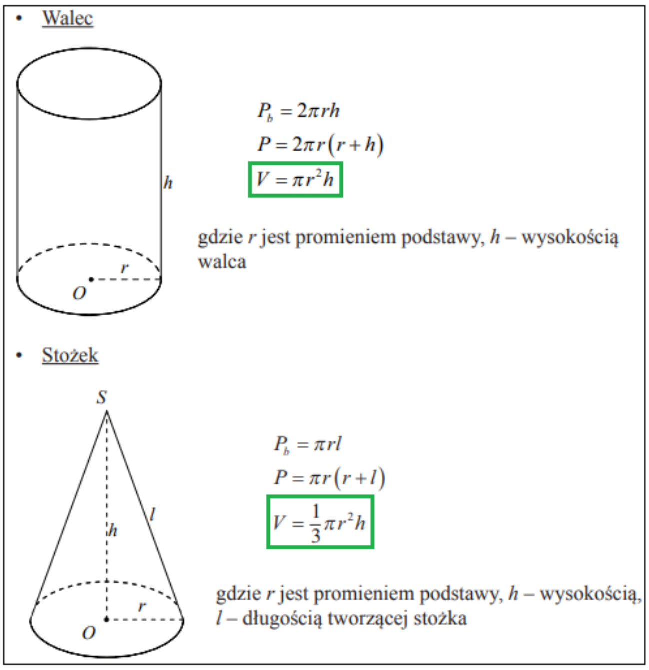
Rozwiązanie I:

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 14), z tym że promień podstawy stożka to nie *r*, tylko ***R***.

Wówczas:

$V_W = \pi \cdot r^2 \cdot h$ → objętość walca

$V_S = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot h$ → objętość stożka



$$\underbrace{\pi \cdot r^2 \cdot h}_{V_W} = \underbrace{\frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot h}_{V_S} \qquad |:\pi$$

$$r^2 \cdot h = \frac{1}{3}R^2 \cdot h \qquad |:h$$

$$r^2 = \frac{1}{3}R^2 \qquad |:R^2$$

$$\frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{3} \qquad |\sqrt{\ }$$

$$\frac{r}{R} = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$\frac{r}{R} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, usuwając niewymierność z mianownika, otrzymujemy $\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \mathbf{\frac{\sqrt{3}}{3}}$.

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Przyjmujemy, że każda z brył ma wysokość ***h* = 5** (równie dobrze może być inna wartość). Stosujemy strategię eliminacji, sprawdzając po kolei każdy z czterech warunków proponowanych w odpowiedziach. Stosujemy przybliżenia $\pi \approx \mathbf{3{,}14}$, $\sqrt{3} \approx \mathbf{1{,}73}$, $\frac{1}{3} = \mathbf{0{,}33}$.

Sprawdzamy, w którym przypadku **objętości obu brył** będą **najbardziej zbliżone** do siebie.

A. Warunek $\frac{r}{R} = 3$.

Aby był on spełniony, to możemy przyjąć np. ***r* = 3** oraz ***R* = 1**.

Obliczamy objętość walca: $V_W = \pi \cdot r^2 \cdot h \approx 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 5 = 3{,}14 \cdot 9 \cdot 5 = \mathbf{141{,}3}$.

Obliczamy objętość stożka: $V_W = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot h \approx 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 5 = 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \cdot 5 = \mathbf{5{,}181}$.

B. Warunek $\frac{r}{R} = \frac{1}{3}$.

Aby był on spełniony, to możemy przyjąć np. ***r* = 1** oraz ***R* = 3**.

Obliczamy objętość walca: $V_W = \pi \cdot r^2 \cdot h \approx 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 5 = 3{,}14 \cdot 1 \cdot 5 = \mathbf{15{,}7}$.

Obliczamy objętość stożka: $V_W = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot h \approx 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 5 = 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 5 = \mathbf{46{,}629}$.

C. Warunek $\frac{r}{R} = \sqrt{3}$, czyli $\frac{r}{R} \approx \mathbf{1{,}73}$.

Aby był on spełniony, to możemy przyjąć np. ***r* = 1,73** oraz ***R* = 1**.

Obliczamy objętość walca: $V_W = \pi \cdot r^2 \cdot h \approx 3{,}14 \cdot 1{,}73^2 \cdot 5 \approx 3{,}14 \cdot 2{,}99 \cdot 5 = \mathbf{46{,}943}$.

Obliczamy objętość stożka: $V_W = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot h \approx 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 5 = 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \cdot 5 = \mathbf{5{,}181}$.

D. Warunek $\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, czyli $\frac{r}{R} \approx \frac{\mathbf{1{,}73}}{\mathbf{3}}$.

Aby był on spełniony, to możemy przyjąć np. ***r* = 1,73** oraz ***R* = 3**.

Obliczamy objętość walca: $V_W = \pi \cdot r^2 \cdot h \approx 3{,}14 \cdot 1{,}73^2 \cdot 5 \approx 3{,}14 \cdot 2{,}99 \cdot 5 = \mathbf{46{,}943}$.

Obliczamy objętość stożka: $V_W = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot h \approx 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 5 = 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 5 = \mathbf{46{,}629}$.

W przypadku odp. **D** objętości obu brył: **46,943** oraz **46,629** są najbardziej zbliżone do siebie.

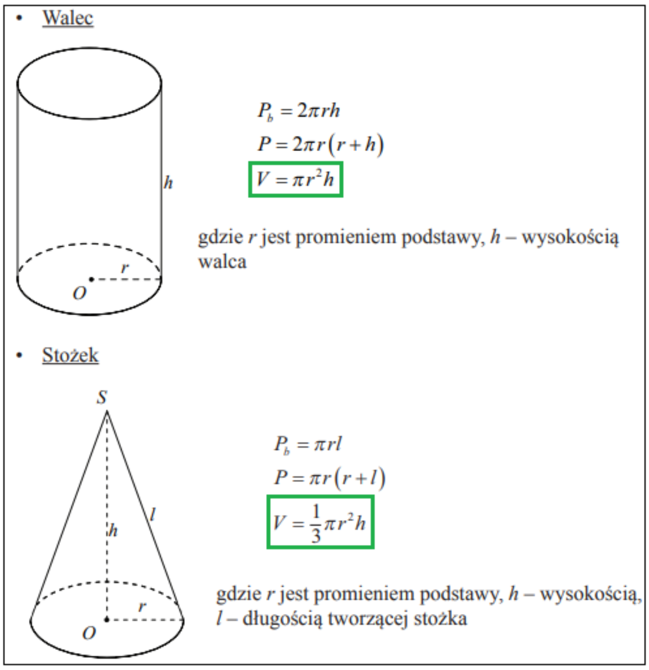
Oznacza to, że odp. **D** jest poprawna.

27.72.

Rozwiązanie I:

Niech $\boldsymbol{r}$ będzie długością promienia podstawy walca.

Wówczas średnica podstawy stożka (zgodnie z treścią zadania) też jest równa r, więc promień podstawy stożka wynosi $0{,}5r$.



Oznaczmy:

$\boldsymbol{h}$ – wysokość walca

$\boldsymbol{H}$ – wysokość stożka

Korzystamy z **karty wzorów** (str. 14), porównując wzory na objętość obu brył.

$V_W = \pi \cdot r^2 \cdot h$ → objętość walca

$V_S = \frac{1}{3}\pi \cdot (0{,}5r)^2 \cdot H$ → objętość stożka

$$\underbrace{\pi \cdot r^2 \cdot h}_{V_W} = \underbrace{\frac{1}{3}\pi \cdot (0{,}5r)^2 \cdot H}_{V_S} \qquad |:\pi$$

$$r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (0{,}5r)^2 \cdot H \qquad |\cdot \mathbf{3}$$

$$\mathbf{3} \cdot r^2 \cdot h = \mathbf{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot (0{,}5r)^2 \cdot H$$

$$3r^2 \cdot h = (0{,}5r)^2 \cdot H$$

$$3r^2 \cdot h = 0{,}25r^2 \cdot H \qquad |:r^2$$

$$3h = 0{,}25H \qquad |\cdot 4$$

$$\mathbf{4} \cdot 3h = \mathbf{4} \cdot 0{,}25 \cdot H$$

$$\mathbf{12}\boldsymbol{h} = \boldsymbol{H}$$

Równanie $\mathbf{12}\boldsymbol{h} = \boldsymbol{H}$ oznacza, że wysokość walca jest **12 razy krótsza** od wysokości stożka.

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

$\boldsymbol{r = 5}$ → przyjmujemy przykładową długość promienia podstawy walca

$2R = 5$, więc $\boldsymbol{R = 2{,}5}$ → przyjmujemy średnicę podstawy stożka równą przyjętej długości promienia podstawy walca

Stosujemy strategię eliminacji, sprawdzając po kolei każdy z czterech warunków proponowanych w odpowiedziach. Stosujemy przybliżenia $\pi \approx \mathbf{3{,}14}$ oraz $\frac{1}{3} = \mathbf{0{,}33}$.

Sprawdzamy, w którym przypadku **objętości obu brył** będą **najbardziej zbliżone** do siebie.

A. Wysokość walca jest **12 razy krótsza** od wysokości stożka.
Przykładowo przyjmijmy wys. walca ***h* = 1**, wys. stożka ***H* = 12**.
Obliczamy *V* walca: $V_W = \pi \cdot r^2 \cdot h \approx 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 1 = 3{,}14 \cdot 25 \cdot 1 = \mathbf{78{,}5}$.

Obliczamy *V* stożka: $V_S = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot H \approx 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 \cdot 12 = 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}25 \cdot 12 = \mathbf{77{,}715}$.

B. Wysokość walca jest **18 razy krótsza** od wysokości stożka.
Przykładowo przyjmijmy wys. walca ***h* = 1**, wys. stożka ***H* = 18**.
Obliczamy *V* walca: $V_W = \pi \cdot r^2 \cdot h \approx 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 1 = 3{,}14 \cdot 25 \cdot 1 = \mathbf{78{,}5}$.

Obliczamy *V* stożka: $V_S = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot H \approx 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 \cdot 18 = 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}25 \cdot 18 \approx \mathbf{116{,}57}$.

C. Wysokość walca jest **12 razy dłuższa** od wysokości stożka.
Przykładowo przyjmijmy wys. walca ***h* = 12**, wys. stożka ***H* = 1**.
Obliczamy *V* walca: $V_W = \pi \cdot r^2 \cdot h \approx 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 12 = 3{,}14 \cdot 25 \cdot 12 = \mathbf{942}$.

Obliczamy *V* stożka: $V_S = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot H \approx 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 \cdot 1 = 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}25 \cdot 1 \approx \mathbf{6{,}48}$.

D. Wysokość walca jest **18 razy dłuższa** od wysokości stożka.
Przykładowo przyjmijmy wys. walca ***h* = 18**, wys. stożka ***H* = 1**.
Obliczamy *V* walca: $V_W = \pi \cdot r^2 \cdot h \approx 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 18 = 3{,}14 \cdot 25 \cdot 18 = \mathbf{1413}$.

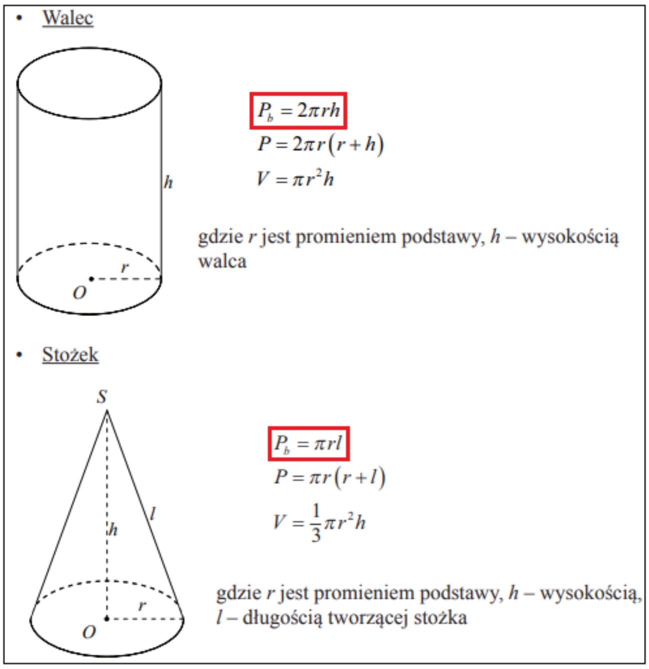
Obliczamy *V* stożka: $V_S = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot H \approx 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 \cdot 1 = 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}25 \cdot 1 \approx \mathbf{6{,}48}$.

W przypadku odp. **A** objętości obu brył: **78,5** oraz **77,715** są najbardziej zbliżone do siebie.

Oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

27.73.

Należy przyrównać do siebie wzory na pola powierzchni bocznych obu brył (**karta wzorów**, str. 14):



$$2\pi \cdot r \cdot h = \pi \cdot r \cdot l \qquad |:\pi$$
$$2r \cdot h = r \cdot l \qquad |:r$$
$$\mathbf{2h = l}$$

Oznacza to, że tworząca stożka jest **2 razy dłuższa** od wysokości walca.

Aby się o tym przekonać, wystarczy do równania $\mathbf{2h = l}$ podstawić w miejsce $\mathbf{h}$ dowolną liczbę, np. $\mathbf{h = 5}$.
Wówczas $\mathbf{2 \cdot 5} = \mathbf{l}$, więc $\mathbf{10 = l}$.

Uzyskaliśmy $\mathbf{h = 5}$ oraz $\mathbf{l = 10}$, więc wyraźnie widać że tworząca stożka musi być **dwa razy dłuższa** od wysokości walca.

Odp. **B**

27.74.

Przyrównujemy wzory na objętości obu brył (**karta wzorów**, str. 14) uwzględniając, że to ***H***, a nie *h* jest **wysokością stożka**.

$$\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot H \qquad |:\pi$$

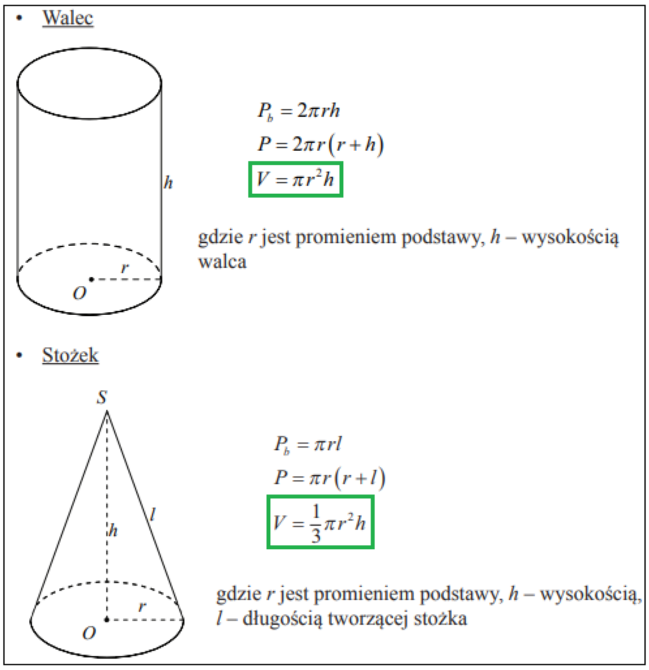
$$r^2 \cdot h = \frac{1}{3}r^2 \cdot H \qquad |: r^2$$

$$h = \frac{1}{3}H \qquad | \cdot 3$$

$$\mathbf{3} \cdot h = \mathbf{3} \cdot \frac{1}{3}H$$

$\boldsymbol{3h} = \boldsymbol{H}$, więc $\boldsymbol{H = 3h}$.

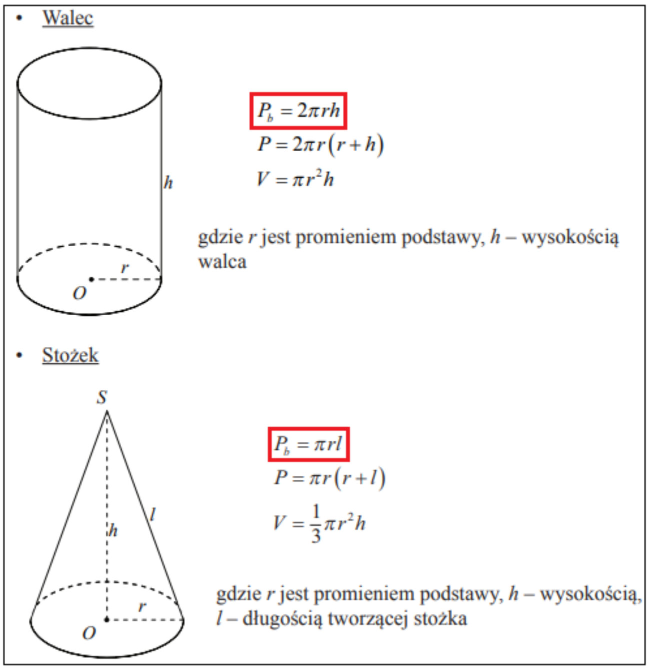
Odp. **A**



27.75.

Z treści zadania wynika, że ***l* = *h***.

Przyrównujemy wzory na pola powierzchni bocznych obu brył uwzględniając, że **promień podstawy stożka** to nie *r*, tylko ***R***.



- Walec

$\boxed{P_b = 2\pi rh}$

$P = 2\pi r(r+h)$

$V = \pi r^2 h$

gdzie *r* jest promieniem podstawy, *h* – wysokością walca

- Stożek

$\boxed{P_b = \pi rl}$

$P = \pi r(r+l)$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

gdzie *r* jest promieniem podstawy, *h* – wysokością, *l* – długością tworzącej stożka

$$2\pi \cdot r \cdot h = \pi \cdot R \cdot l \qquad |:\pi$$

$$2r \cdot h = R \cdot l$$ → korzystamy z ***l* = *h***

$$2r \cdot h = R \cdot h \qquad |:h$$

2*r* = *R*, czyli ***R* = 2*r***.

Odp. **A**