28.1.

$$\frac{3+6+4+(x-3)+9+2+1+(-5x+26)}{8}=3{,}5$$ → opuszczamy nawiasy

$$\frac{3+6+4+x-3+9+2+1-5x+26}{8}=3{,}5$$ → redukcja wyrazów podobnych w liczniku

$$\frac{48-4x}{8}=3{,}5 \qquad |\cdot 8$$ → mnożymy obie strony równania przez mianownik

$$\mathbf{8}\cdot\frac{48-4x}{8}=\mathbf{8}\cdot 3{,}5$$ → po lewej stronie skracamy 8

$48-4x=28$

$-4x=28-48$

$-4x=-20 \qquad | : (-4)$

$\boldsymbol{x=5}$

Odp. **A**

28.2.

$$\frac{6+21+8+x+4}{5}=10$$ → dodajemy liczby w liczniku

$$\frac{x+39}{5}=10 \qquad |\cdot 5$$ → mnożymy obie strony równania przez mianownik

$$\mathbf{5}\cdot\frac{x+39}{5}=\mathbf{5}\cdot 10$$ → po lewej stronie skracamy 5

$x+39=50$

$x=50-39$

$\boldsymbol{x=11}$

Odp. **C**

28.3.

$$\frac{7+3+7+m+2+(m-1)}{6}=5$$ → opuszczamy nawiasy

$$\frac{7+3+7+m+2+m-1}{6}=5$$ → redukcja wyrazów podobnych w liczniku

$$\frac{2m+18}{6}=5 \qquad |\cdot 6$$ → mnożymy obie strony równania przez mianownik

$$\mathbf{6}\cdot\frac{2m+18}{6}=\mathbf{6}\cdot 5$$ → po lewej stronie skracamy 6

$2m+18=30$

$2m=30-18$

$2m=12 \qquad | : 2$

$\boldsymbol{m=6}$

Odp. **C**

28.4.

$$\frac{5+(m-3)+(-5m+1)+(-7)}{4}=4 \quad \rightarrow \quad \text{opuszczamy nawiasy}$$

$$\frac{5+m-3-5m+1-7}{4}=4 \quad \rightarrow \quad \text{redukcja wyrazów podobnych w liczniku}$$

$$\frac{-4m-4}{4}=4 \qquad |\cdot 4 \quad \rightarrow \quad \text{mnożymy obie strony równania przez mianownik}$$

$$\mathbf{4}\cdot\frac{-4m-4}{4}=\mathbf{4}\cdot 4 \quad \rightarrow \quad \text{po lewej stronie skracamy 4}$$

$-4m - 4 = 16$

$-4m = 16 + 4$

$-4m = 20 \qquad | : (-4)$

$\boldsymbol{m = -5}$

Odp. **D**

28.5.

$$\frac{4+0+2-5+x+1+8+2x}{8}=2 \quad \rightarrow \quad \text{redukcja wyrazów podobnych w liczniku}$$

$$\frac{3x+10}{8}=2 \qquad |\cdot 8 \quad \rightarrow \quad \text{mnożymy obie strony równania przez mianownik}$$

$$\mathbf{8}\cdot\frac{3x+10}{8}=\mathbf{8}\cdot 2 \quad \rightarrow \quad \text{po lewej stronie skracamy 8}$$

$3x + 10 = 16$

$3x = 16 - 10$

$3x = 6 \qquad | : 3$

$\boldsymbol{x = 2}$

Odp. **B**

28.6.

$\frac{8+12+8+m+4+(-3m+2)+(-7)}{7}=1-m$ → opuszczamy nawiasy

$\frac{8+12+8+m+4-3m+2-7}{7}=1-m$ → redukcja wyrazów podobnych w liczniku

$\frac{-2m+27}{7}=1-m \quad |\cdot 7$ → mnożymy obie strony równania przez mianownik

$\mathbf{7}\cdot\frac{-2m+27}{7}=\mathbf{7}\cdot 1-\mathbf{7}\cdot m$ → skracamy **7** po lewej stronie

$-2m + 27 = 7 - 7m$ → niewiadome na lewą, a wiadome na prawą stronę

$-2m + 7m = 7 - 27$

$5m = -20 \quad | : 5$

$\boldsymbol{m = -4}$

Odp. **B**

28.7.

$\frac{5+3+1+x+6}{5}=\frac{x+5}{3}$ → dodajemy liczby w liczniku

$\frac{x+15}{5}=\frac{x+5}{3}$ → mnożymy równanie „na krzyż”

$5\cdot(x+5)=3\cdot(x+15)$ → wymnażamy nawiasy

$5x + 25 = 3x + 45$ → niewiadome na lewą, a wiadome na prawą stronę

$5x - 3x = 45 - 25$

$2x = 20 \quad | : 2$

$\boldsymbol{x = 10}$

Odp. **D**

28.8.

$\dfrac{-6-4+8+35+(x+1)+(2x+2)}{6}=x+3$ → opuszczamy nawiasy

$\dfrac{-6-4+8+35+x+1+2x+2}{6}=x+3$ → redukcja wyrazów podobnych w liczniku

$\dfrac{3x+36}{6}=x+3 \qquad |\cdot 6$ → mnożymy obie strony równania przez mianownik

$\mathbf{6}\cdot\dfrac{3x+36}{6}=\mathbf{6}\cdot x+\mathbf{6}\cdot 3$ → po lewej stronie skracamy 6

$3x + 36 = 6x + 18$ → niewiadome na lewą, a wiadome na prawą stronę

$3x - 6x = 18 - 36$

$-3x = -18 \qquad |:(-3)$

$\boldsymbol{x = 6}$

Odp. **A**

28.9.

$\dfrac{(x-3)+(5x-2)+(-x-1)+(5x+18)}{4}=4x$ → opuszczamy nawiasy

$\dfrac{x-3+5x-2-x-1+5x+18}{4}=4x$ → redukcja wyrazów podobnych w liczniku

$\dfrac{10x+12}{4}=4x \qquad |\cdot 4$ → mnożymy obie strony równania przez mianownik

$\mathbf{4}\cdot\dfrac{10x+12}{4}=\mathbf{4}\cdot 4x$ → po lewej stronie skracamy 4

$10x + 12 = 16x$ → niewiadome na lewą, a wiadome na prawą stronę

$10x - 16x = -12$

$-6x = -12 \qquad |:(-6)$

$\boldsymbol{x = 2}$

Odp. **C**

28.10.

$$\frac{5+3-3+9+0-9+m-11}{8}=m+1$$ → redukcja wyrazów podobnych w liczniku

$$\frac{m-6}{8}=m+1 \qquad |\cdot 8$$ → mnożymy obie strony równania przez mianownik

$$\mathbf{8}\cdot\frac{m-6}{8}=\mathbf{8}\cdot m+\mathbf{8}\cdot 1$$ → skracamy **8** po lewej stronie

$m - 6 = 8m + 8$ → niewiadome na lewą, a wiadome na prawą stronę

$m - 8m = 8 + 6$

$-7m = 14 \qquad | : (-7)$

$\boldsymbol{m = -2}$

Odp. **C**

28.11.

~~-7~~, 2, -5, ~~3~~, -7, -6 → skreślamy jedną najmniejszą oraz jedną największą liczbę

~~2~~, -5, ~~-7~~, -6 → powtarzamy tę procedurę do momentu pozostania 1 lub 2 liczb

-5, -6 → mediana jest **średnią arytmetyczną** pozostałych **dwóch liczb**.

$M = \frac{-5-6}{2} = \mathbf{-5{,}5}$, zatem spełniony jest warunek $M < -5$.

Odp. **A**

28.12.

5, 9, ~~21~~, 9, 4, 3, ~~2~~ → skreślamy jedną najmniejszą oraz jedną największą liczbę

5, ~~9~~, 9, 4, ~~3~~ → powtarzamy tę procedurę do momentu pozostania 1 lub 2 liczb

5, ~~9~~, ~~4~~

5 ← ***M***

została **jedna liczba 5**, która jest **medianą**.

Odp. **A**

28.13.

~~9~~, -4, ~~-6~~, 3, -2, -3, 4, -3 → skreślamy jedną najmniejszą oraz jedną największą liczbę

~~-4~~, 3, -2, -3, ~~4~~, -3 → powtarzamy tę procedurę do momentu pozostania 1 lub 2 liczb

~~3~~, -2, ~~-3~~, -3

-2, -3 → mediana jest **średnią arytmetyczną** pozostałych **dwóch liczb**.

Zatem $M = \frac{-2-3}{2} = \frac{-5}{2} = -\mathbf{\frac{5}{2}}$.

Odp. **C**

28.14.

1863, ~~966~~, ~~1939~~, 1410, 1795, 1918 → skreślamy najmniejszą i największą

1863, ~~1410~~, 1795, ~~1918~~ → powtarzamy procedurę

1863 1795 → zostały dwie liczby

Mediana jest **średnią arytmetyczną** pozostałych dwóch liczb.

$M = \frac{1863+1795}{2} = \mathbf{1829}$. Zatem liczba o 1 większa od mediany to **1830**.

Odp. **B**

28.15.

Skreślamy po jednej najmniejszej i jednej największej liczbie ze zbioru do momentu, aż zostaną dwie lub jedna liczba.

$\cancel{1}$, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, $\cancel{5}$

$\cancel{1}$, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, $\cancel{5}$,

$\cancel{2}$, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, $\cancel{4}$,

$\cancel{3}$, 3, 3, 3, 3, 4, 4, $\cancel{4}$,

$\cancel{3}$, 3, 3, 3, 4, $\cancel{4}$,

$\cancel{3}$, 3, 3, $\cancel{4}$,

3, 3,

Mediana jest **średnią arytmetyczną** pozostałych dwóch liczb.

$m = \frac{3+3}{2} = \frac{6}{2} = \mathbf{3}$, zatem spełniony jest warunek $3 \le m < 3{,}5$, bo znak „$\le$" w bezpośrednim sąsiedztwie liczby **3** dopuszcza wartość mediany równą **3**.

Odp. **B**

28.16.

Liczymy cztery początkowe wyrazy ciągu:

$a_1 = (-1)^1 \cdot 4^{1-1} = -1 \cdot 4^0 = -1 \cdot 1 = \mathbf{-1}$

$a_2 = (-1)^2 \cdot 4^{2-1} = 1 \cdot 4^1 = 1 \cdot 4 = \mathbf{4}$

$a_3 = (-1)^3 \cdot 4^{3-1} = -1 \cdot 4^2 = -1 \cdot 16 = \mathbf{-16}$

$a_4 = (-1)^4 \cdot 4^{4-1} = 1 \cdot 4^3 = 1 \cdot 64 = \mathbf{64}$

Spośród czterech liczb: **–1, 4, ~~–16~~, ~~64~~** wykreślamy najmniejszą i największą.

Zostają dwie liczby: **–1** oraz **4**. Liczymy ich **średnią arytmetyczną**, zatem $m = \frac{-1+4}{2} = \mathbf{\frac{3}{2}}$.

Odp. **B**

28.17.

Liczymy wyrazy a_3, a_4, a_6, a_9 ciągu (a_n):

$a_3 = (-2)^3 = \mathbf{-8}$

$a_4 = (-2)^4 = \mathbf{16}$

$a_6 = (-2)^6 = \mathbf{64}$

$a_9 = (-2)^9 = \mathbf{-512}$

Spośród czterech liczb: **–8, 16, ~~64~~, ~~–512~~** wykreślamy najmniejszą i największą.
Zostają dwie liczby: **–8** oraz **16**. Liczymy ich **średnią arytmetyczną**, zatem

$M = \frac{-8+16}{2} = \frac{8}{2} = \mathbf{4}$.

Odp. **B**

28.18.

Liczymy wyrazy a_1, a_2, a_4 ciągu (a_n):

$a_1 = \frac{81}{(-3)^1} = \frac{81}{-3} = \mathbf{-27}$

$a_2 = \frac{81}{(-3)^2} = \frac{81}{9} = \mathbf{9}$

$a_4 = \frac{81}{(-3)^4} = \frac{81}{81} = \mathbf{1}$

Spośród trzech liczb: **~~–27~~, ~~9~~, 1** wykreślamy najmniejszą i największą.
Zostaje jedna liczba **1**, która jest medianą.

Odp. **C**

28.19.

Liczymy cztery początkowe wyrazy ciągu:

$a_1 = 2^1 = \mathbf{2}$

$a_2 = 2^2 = \mathbf{4}$

$a_3 = 2^3 = \mathbf{8}$

$a_4 = 2^4 = \mathbf{16}$

Spośród czterech liczb: **~~2~~, 4, 8, ~~16~~** wykreślamy najmniejszą i największą.
Zostają dwie liczby: **4** oraz **8**. Liczymy ich **średnią arytmetyczną**, zatem

$$m = \frac{4+8}{2} = \frac{12}{2} = \mathbf{6}.$$

Odp. **C**

28.20.

Liczymy cztery początkowe wyrazy ciągu:

$a_1 = (-1)^1 \cdot 3^1 = -1 \cdot 3 = \mathbf{-3}$

$a_2 = (-1)^2 \cdot 3^2 = 1 \cdot 9 = \mathbf{9}$

$a_3 = (-1)^3 \cdot 3^3 = -1 \cdot 27 = \mathbf{-27}$

$a_4 = (-1)^4 \cdot 3^4 = 1 \cdot 81 = \mathbf{81}$

Spośród czterech liczb: **–3, 9, ~~–27~~, ~~81~~** wykreślamy najmniejszą i największą.
Zostają dwie liczby: **–3** oraz **9**. Liczymy ich **średnią arytmetyczną**, zatem

$$m = \frac{-3+9}{2} = \frac{6}{2} = \mathbf{3}.$$

Odp. **C**

28.21.

$\frac{6+5+x+8+2}{5}=x+1$ → z warunku na średnią arytmetyczną

$\frac{x+21}{5}=x+1 \quad |\cdot 5$

$x+21=5(x+1)$

$x+21=5x+5$

$x-5x=5-21$

$-4x=-16 \quad |:(-4)$

$\boldsymbol{x=4}$

Obliczamy medianę pięciu liczb: 6, 5, 4, 8, 2.
W tym celu:

6, 5, 4, ~~8~~, ~~2~~ → skreślamy najmniejszą i największą z liczb

~~6~~, **5**, ~~4~~ → powtarzamy powyższą procedurę, zostaje liczba **5** która jest **medianą**.

Odp. **D**

28.22.

$\frac{4+x+3-9+1-20}{6}=\frac{x}{3}$ → z warunku na średnią arytmetyczną

$\frac{x-21}{6}=\frac{x}{3}$ → po redukcji wyrazów podobnych mnożymy równanie „na krzyż"

$6x=3(x-21)$

$6x=3x-63$

$6x-3x=-63$

$3x=-63 \quad |:3$

$\boldsymbol{x=-21}$

Obliczamy medianę sześciu liczb: 4, –21, 3, –9, 1, –20.
W tym celu:

~~4~~, ~~–21~~, 3, –9, 1, –20 → skreślamy najmniejszą i największą z liczb

~~3~~, –9, 1, ~~–20~~ → powtarzamy powyższą procedurę

–9, 1 → zostają dwie liczby, liczymy ich **średnią arytmetyczną**

Zatem $M=\frac{-9+1}{2}=\frac{-8}{2}=\boldsymbol{-4}$.

Odp. **B**

28.23.

$$\frac{5-4-9+x+3-1+21}{7}=x-3 \quad \rightarrow \text{ z warunku na średnią arytmetyczną}$$

$$\frac{x+15}{7}=x-3 \qquad |\cdot 7$$

$$\mathbf{7}\cdot\frac{x+15}{7}=\mathbf{7}\cdot x-\mathbf{7}\cdot 3$$

$$x+15=7x-21$$

$$x-7x=-21-15$$

$$-6x=-36 \qquad |:(-6)$$

$$\boldsymbol{x=6}$$

Obliczamy medianę siedmiu liczb: 5, –4, –9, 6, 3, –1, 21.
W tym celu:
5, –4, ~~–9~~, 6, 3, –1, ~~21~~ → skreślamy najmniejszą i największą z liczb
5, ~~–4~~, ~~6~~, 3, –1, → powtarzamy powyższą procedurę
~~5,~~ **3**, ~~–1,~~ → powtarzamy powyższą procedurę
Zostaje liczba **3**, która jest medianą.

Odp. **A**

28.24.

$$\frac{8+x+2x-6}{4}=\frac{x}{2} \quad \rightarrow \text{ z warunku na średnią arytmetyczną}$$

$$\frac{3x+2}{4}=\frac{x}{2} \quad \rightarrow \text{ po redukcji wyrazów podobnych mnożymy równanie „na krzyż”}$$

$$2(3x+2)=4x$$

$$6x+4=4x$$

$$6x-4x=-4$$

$$2x=-4 \qquad |:2$$

$$\boldsymbol{x=-2}$$

Wyliczony $x = –2$ (czyli $2x = –4$) wskazuje, że należy obliczyć medianę następujących czterech liczb: **8, –2, –4, –6**.

W tym celu:
~~8~~, –2, –4, ~~–6~~ → skreślamy najmniejszą i największą z liczb
–2, –4 → zostały dwie liczby: **–2** i **–4**. Obliczamy ich średnią arytmetyczną:

Zatem $m=\frac{-2-4}{2}=\frac{-6}{2}=\mathbf{-3}$.

Odp. **C**

28.25.

$\frac{2+4+11x+9+5+5}{6}=2x+3$ → z warunku na średnią arytmetyczną

$\frac{11x+25}{6}=2x+3$ → po redukcji wyrazów podobnych w liczniku

$\frac{11x+25}{6}=2x+3 \quad |\cdot 6$

$\mathbf{6}\cdot\frac{11x+25}{6}=\mathbf{6}\cdot 2x+\mathbf{6}\cdot 3$

$11x+25=12x+18$

$11x-12x=18-25$

$-x=-7 \quad |:(-1)$

$\boldsymbol{x=7}$

Dla $\boldsymbol{x=7}$ wartość liczby $\mathbf{11}\boldsymbol{x}$ wynosi $11\cdot 7=\mathbf{77}$.
Oznacza to, że trzeba wyliczyć medianę następujących sześciu liczb: 2, 4, 77, 9, 5, 5.
W tym celu:

~~2~~, 4, ~~77~~, 9, 5, 5 → skreślamy najmniejszą i największą z liczb
~~4,~~ ~~9,~~ 5, 5 → powtarzamy powyższą procedurę
5, 5 → zostają dwie liczby, liczymy ich **średnią arytmetyczną**

Zatem $M=\frac{5+5}{2}=\frac{10}{2}=\mathbf{5}$.

Odp. **A**

28.26.

$35 \cdot 1\frac{1}{5} + 3 = 35 \cdot 1{,}2 + 3 = \mathbf{45}$.

Odp. **D**

28.27.

$5 \cdot 2500 + 2200 = \mathbf{14700}$.

Odp. **D**

28.28.

$9 \cdot 17 + 35 = \mathbf{188}$.

Odp. **B**

28.29.

$4 \cdot 480 + 260 = \mathbf{2180}$.

Odp. **A**

28.30.

$11 \cdot 1600 + 3800 = \mathbf{21400}$.

Odp. **C**

28.31.

Rozwiązanie I:

x – wczorajsza liczba ciężarówek

***x* + 4** – obecna liczba ciężarówek

8*x* – suma lat wszystkich ciężarówek wczoraj

8*x* + 3 + 3 + 3 + 3 – suma lat wszystkich ciężarówek (obecnie)

Wówczas $\frac{8x+3+3+3+3}{x+4}=7$. Rozwiązujemy równanie:

$$\frac{8x+12}{x+4}=7 \qquad |\cdot(x+4)$$

$$8x+12=7(x+4)$$

$$8x+12=7x+28$$

$$8x-7x=28-12$$

$$\boldsymbol{x=16}$$

Ponieważ obecna liczba ciężarówek to ***x*+4**, więc **16 + 4 = 20**.

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Stosujemy strategię eliminacji.

A. 12 pojazdów obecnie oznacza, że wczoraj (przed zakupem 4 pojazdów) było 12 – 4 = **8** ciężarówek.

Załóżmy że każda z nich miała 8 lat, tzn. wiek ciężarówek: 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8.

Po dokupieniu trzyletnich pojazdów wiek ciężarówek to: 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 3, 3, 3, 3.

Sprawdzamy czy średnia arytmetyczna wieku tych 12 pojazdów będzie równa **7**.

Zatem $\frac{8+8+8+8+8+8+8+8+3+3+3+3}{12}=5{,}6666...\neq 7$.

Odp. A odrzucamy.

B. 16 pojazdów obecnie oznacza, że wczoraj (przed zakupem 4 pojazdów) było 16 – 4 = **12** ciężarówek.

Załóżmy że każda z nich miała 8 lat, tzn. wiek ciężarówek: 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8.

Po dokupieniu trzyletnich pojazdów, ich wiek to: 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 3, 3, 3, 3.

Sprawdzamy czy średnia arytmetyczna wieku tych 16 pojazdów będzie równa **7**.

Zatem $\frac{8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+3+3+3+3}{16}=6{,}75\neq 7$.

Odp. B odrzucamy.

C. 20 pojazdów obecnie oznacza, że wczoraj (przed zakupem 4 pojazdów) było 20 – 4 = **16** ciężarówek.

Załóżmy że każda z nich miała 8 lat, tzn. ich wiek: 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8.

Po dokupieniu 3-letnich pojazdów ich wiek: 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 3, 3, 3, 3.

Sprawdzamy czy średnia arytmetyczna wieku tych 20 pojazdów będzie równa **7**.

Zatem $\frac{8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+3+3+3+3}{20}=7$.

Oznacza to, że odp. **C** jest prawidłowa.

28.32.
x **–** liczba uczniów w klasie
x **+ 2** – liczba uczniów w klasie po (ewentualnym) dołączeniu dwóch uczniów
178*x* – suma wzrostu wszystkich uczniów w klasie
178*x* + 160 + 160 – suma wzrostu wszystkich uczniów wraz z dwoma dołączonymi uczniami
Wówczas $\frac{178x+160+160}{x+2}=177$. Rozwiązujemy równanie:

$\frac{178x+160+160}{x+2}=177$ → redukcja wyrazów podobnych w liczniku

$\frac{178x+320}{x+2}=177 \qquad |\cdot(x+2)$

$178x+320=177(x+2)$

$178x+320=177x+354$

$178x-177x=354-320$

$\boldsymbol{x=34}$

Odp. **C**

28.33.
x – liczba pracowników firmy przed zatrudnieniem 28-latka
x **+ 1** – aktualna liczba pracowników firmy
46*x* – suma lat wszystkich pracowników firmy przed zatrudnieniem 28-latka
46*x* + **28** – suma lat wszystkich pracowników firmy
Wówczas $\frac{46x+28}{x+1}=44$. Rozwiązujemy równanie:

$\frac{46x+28}{x+1}=44 \qquad |\cdot(x+1)$

$46x+28=44(x+1)$

$46x+28=44x+44$

$46x-44x=44-28$

$2x=16 \qquad |:2$

$\boldsymbol{x=8}$

Ponieważ aktualna liczba pracowników firmy to ***x*** **+ 1**, więc **8 + 1 = 9**.

Odp. **B**

28.34.

x – liczba świń w hodowli
***x* – 1** – liczba świń w przypadku zabicia najcięższej
250*x* – łączna masa wszystkich świń w hodowli
250*x* – 394 – łączna masa wszystkich świń w przypadku zabicia najcięższej

Wówczas $\frac{250x-394}{x-1}=247$. Rozwiązujemy równanie:

$\frac{250x-394}{x-1}=247 \qquad |\cdot(x-1)$

$250x-394=247(x-1)$

$250x-394=247x-247$

$250x-247x=-247+394$

$3x=147 \qquad |:3$

$\boldsymbol{x=49}$

Odp. **A**

28.35.

n – liczba liczb w zbiorze
***n* + 1** – liczba liczb w zbiorze po dołączeniu liczby 2018
317*n* – suma wszystkich liczb w zbiorze
317*n* + **2018** – suma wszystkich liczb w zbiorze, po dołączeniu liczby 2018

Wówczas $\frac{317n+2018}{n+1}=338$. Rozwiązujemy równanie:

$\frac{317n+2018}{n+1}=338 \qquad |\cdot(n+1)$

$317n+2018=338(n+1)$

$317n+2018=338n+338$

$317n-338n=338-2018$

$-21n=-1680 \qquad |:(-21)$

$\boldsymbol{n=80}$

Odp. **A**

28.36.
$$\bar{x}=\frac{4\cdot 1+6\cdot 2+9\cdot 3+7\cdot 4+3\cdot 5+1\cdot 6}{30}=\frac{4+12+27+28+15+6}{30}=\frac{92}{30}=3{,}06666...\approx \mathbf{3{,}07}\,.$$
Odp. **B**

28.37.
$$\bar{x}=\frac{9\cdot 0+7\cdot 1+5\cdot 2+3\cdot 3+2\cdot 4+1\cdot 8+1\cdot 12}{28}=\frac{0+7+10+9+8+8+12}{28}=\frac{54}{28}\approx \mathbf{1{,}9}\,.$$
Odp. **C**

28.38.
$$\bar{x}=\frac{12\cdot 0+15\cdot 1+5\cdot 2+1\cdot 3+2\cdot 5}{35}=\frac{0+15+10+3+10}{35}=\frac{38}{35}\approx 1{,}08571...\approx \mathbf{1{,}09}\,.$$
Odp. **D**

28.39.
$$\bar{x}=\frac{5\cdot 0+12\cdot 1+7\cdot 2+1\cdot 3+2\cdot 4}{27}=\frac{0+12+14+3+8}{27}=\frac{37}{27}\approx 1{,}08571...\approx \mathbf{1{,}37}\,.$$
Oznacza to, że spełniony jest warunek $\bar{x}<1{,}4$, bo liczba **1,37** jest **mniejsza** niż **1,4**.

Odp. **A**

28.40.
$$\bar{x}=\frac{2\cdot 0+16\cdot 1+12\cdot 2+6\cdot 3+4\cdot 4}{40}=\frac{0+16+24+18+16}{40}=\frac{74}{40}=1{,}85\approx \mathbf{1{,}9}\,.$$
Odp. **D**

28.41.

$$\frac{0\cdot 7+1\cdot 16+2\cdot 8+3\cdot x+4\cdot 11}{7+16+8+x+11}=2$$ → redukcja wyrazów podobnych

$$\frac{0+16+16+3x+44}{x+42}=2$$

$$\frac{3x+76}{x+42}=2 \qquad |\cdot(x+42)$$

$3x+76=2(x+42)$

$3x + 76 = 2x + 84$

$3x - 2x = 84 - 76$

$\boldsymbol{x = 8}$

Łączna liczba osób: 7 + 16 + 8 + **8** + 11 = **50**.

Odp. **C**

28.42.

$$\frac{7\cdot 4+8\cdot x+16\cdot 2+14\cdot 1+9\cdot 3+6\cdot 5+12\cdot 2}{4+x+2+1+3+5+2}=9$$ → redukcja wyrazów podobnych

$$\frac{28+8x+32+14+27+30+24}{x+17}=9$$

$$\frac{8x+155}{x+17}=9 \qquad |\cdot(x+17)$$

$8x+155=9(x+17)$

$8x + 155 = 9x + 153$

$8x - 9x = 153 - 155$

$-x=-2 \qquad | : (-1)$

$\boldsymbol{x = 2}$

Odp. **B**

28.43.

$$\frac{0\cdot 3+1\cdot 5+2\cdot 6+3\cdot 8+4\cdot x+5\cdot 4+6\cdot 4}{3+5+6+8+x+4+4}=3 \qquad \rightarrow \quad \text{redukcja wyrazów podobnych}$$

$$\frac{0+5+12+24+4x+20+24}{x+30}=3$$

$$\frac{4x+85}{x+30}=3 \qquad |\cdot(x+30)$$

$4x+85=3(x+30)$

$4x + 85 = 3x + 90$

$4x - 3x = 90 - 85$

$\boldsymbol{x = 5}$

Sumujemy liczby osób, zatem 3 + 5 + 6 + 8 + **5** + 4 + 4 = **35**.

Odp. **C**

28.44.

Ponieważ 30 sekund to pół minuty, tzn. 30s = 0,5min,
to 5min 30s = **5,5min**.

$$\frac{2\cdot 3+3\cdot 2+4\cdot 4+5\cdot 6+6\cdot x+7\cdot 2+13\cdot 1}{3+2+4+6+x+2+1}=5{,}5 \qquad \rightarrow \quad \text{redukcja wyrazów podobnych}$$

$$\frac{6+6+16+30+6x+14+13}{x+18}=5{,}5$$

$$\frac{6x+85}{x+18}=5{,}5 \qquad |\cdot(x+18)$$

$6x+85=5{,}5(x+18)$

$6x + 85 = 5{,}5x + 99$

$6x - 5{,}5x = 99 - 85$

$0{,}5x = 14 \qquad | : 0{,}5$

$\boldsymbol{x = 28}$

Sumujemy liczby klientów banku, zatem 3 + 2 + 4 + 6 + **28** + 2 + 1 = **46**.

Odp. **D**

28.45.

$$\frac{0 \cdot 3 + 1 \cdot 7 + 2 \cdot x + 4 \cdot 1}{3 + 7 + x + 1} = 1{,}5$$ → redukcja wyrazów podobnych

$$\frac{0 + 7 + 2x + 4}{x + 11} = 1{,}5$$

$$\frac{2x + 11}{x + 11} = 1{,}5 \qquad | \cdot (x + 11)$$

$2x + 11 = 1{,}5(x + 11)$

$2x + 11 = 1{,}5x + 16{,}5$

$2x - 1{,}5x = 16{,}5 - 11$

$0{,}5x = 5{,}5 \qquad | : 0{,}5$

$\boldsymbol{x = 11}$

Odp. **A**

28.46.

$$\bar{x} = \frac{10\% \cdot 0 + 30\% \cdot 1 + 25\% \cdot 2 + 15\% \cdot 3 + 0\% \cdot 4 + 20\% \cdot 5}{10\% + 30\% + 25\%} =$$

$$= \frac{0\% + 30\% + 50\% + 45\% + 0\% + 100\%}{100\%} = \frac{225\%}{100\%} = \frac{225}{100} = \mathbf{2{,}25}$$

Odp. **A**

28.47.

$$\bar{x} = \frac{2\% \cdot 1 + 26\% \cdot 2 + 48\% \cdot 3 + 4\% \cdot 4 + 20\% \cdot 5}{2\% + 26\% + 48\% + 4\% + 20\%} = \frac{2\% + 52\% + 144\% + 16\% + 100\%}{100\%} =$$

$$= \frac{314\%}{100\%} = \mathbf{3{,}14}$$

Odp. **D**

28.48.

$$\bar{x} = \frac{32\% \cdot 1 + 16\% \cdot 2 + 28\% \cdot 3 + 20\% \cdot 4 + 4\% \cdot 5}{32\% + 16\% + 28\% + 20\% + 4\%} = \frac{32\% + 32\% + 84\% + 80\% + 20\%}{100\%} =$$

$$= \frac{248\%}{100\%} = \mathbf{2{,}48}$$

Odp. **B**

28.49.

$$\bar{x} = \frac{42\% \cdot 0 + 36\% \cdot 1 + 12\% \cdot 2 + 7\% \cdot 3 + 3\% \cdot 4}{42\% + 36\% + 12\% + 7\% + 3\%} = \frac{0\% + 36\% + 24\% + 21\% + 12\%}{100\%} =$$

$$= \frac{93\%}{100\%} = \frac{93}{100} = \mathbf{0{,}93}$$

Odp. **A**

28.50.

$$\bar{x} = \frac{10\% \cdot 0 + 24\% \cdot 1 + 22\% \cdot 2 + 16\% \cdot 3 + 14\% \cdot 4 + 14\% \cdot 5}{42\% + 36\% + 12\% + 7\% + 3\%} =$$

$$= \frac{0\% + 24\% + 44\% + 48\% + 56\% + 70\%}{100\%} = \frac{242\%}{100\%} = \frac{242}{100} = \mathbf{2{,}42}$$

Odp. **A**

28.51.

Rozwiązanie I:

5 – liczba fordów

x – liczba volkswagenów

***x*+5** – liczba wszystkich zważonych pojazdów

Wówczas $\frac{1200\cdot 5+1400\cdot x}{5+x}=1360$. Rozwiązujemy równanie:

$$\frac{6000+1400x}{5+x}=1360 \qquad |\cdot(5+x)$$

$6000+1400x=1360(5+x)$

$6000 + 1400x = 6800 + 1360x$

$1400x - 1360x = 6800 - 6000$

$40x = 800 \qquad | : 40$

$\boldsymbol{x = 20}$

Oznacza to, że zważono 5 + 20 = **25** samochodów.

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Przyjmujemy dla uproszczenia założenie, że każdy ford waży 1200kg, a każdy volkswagen waży 1400kg. Rozważamy proponowane odpowiedzi, stosując strategię sprawdzania warunków zadania.

A. Mamy 9 samochodów, więc – obok 5 fordów – są **4** volkswageny.

Masy pojazdów: 1200, 1200, 1200, 1200, 1200, 1400, 1400, 1400, 1400.

Liczymy średnią masę pojazdu sprawdzając, czy wynosi ona 1360:

$$\frac{1200+1200+1200+1200+1200+1400+1400+1400+1400}{9}=1288{,}88888...\neq 1360.$$

Odrzucamy odp. A

B. Mamy 20 samochodów, więc – obok 5 fordów – jest **15** volkswagenów.

Masy pojazdów: $\underbrace{1200,1200,1200,1200,1200}_{5\,sztuk},\underbrace{1400,1400,...,1400}_{15\,sztuk}$.

Liczymy średnią masę pojazdu sprawdzając, czy wynosi ona 1360:

$$\frac{5\cdot 1200+15\cdot 1400}{5+15}=\frac{6000+21000}{20}=1350\neq 1360.$$

Odrzucamy odp. B

C. Mamy 25 samochodów, więc – obok 5 fordów – jest **20** volkswagenów.

Masy pojazdów: $\underbrace{1200,1200,1200,1200,1200}_{5\,sztuk},\underbrace{1400,1400,...,1400}_{20\,sztuk}$.

Liczymy średnią masę pojazdu sprawdzając, czy wynosi ona 1360:

$$\frac{5\cdot 1200+20\cdot 1400}{5+20}=\frac{6000+28000}{25}=\mathbf{1360}.$$

Oznacza to, że przy 25 samochodach wszystkie warunki zadania są spełnione.

Odp. **C** jest poprawna.

28.52.

Rozwiązanie I:

10 – liczba TV w sklepie *A*

x – liczba TV w sklepie *B*

10+*x* – liczba wszystkich TV w obu sklepach

Wówczas $\frac{1800 \cdot 10 + 1600 \cdot x}{10 + x} = 1725$. Rozwiązujemy równanie:

$\frac{18000 + 1600x}{10 + x} = 1725 \qquad |\cdot(10 + x)$

$18000 + 1600x = 1725(10 + x)$

$18000 + 1600x = 17250 + 1725x$

$1600x - 1725x = 17250 - 18000$

$-125x = -750 \qquad | : 40$

$\boldsymbol{x = 6}$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Przyjmujemy dla uproszczenia założenie, że każdy TV ze sklepu *A* kosztuje 1800zł, a każdy TV ze sklepu *B* kosztuje 1600zł.

Rozważamy proponowane odpowiedzi, stosując strategię sprawdzania warunków zadania.

A. Mamy 10 TV w sklepie *A* oraz **5 TV** w sklepie ***B***.

Ceny TV: $\underbrace{1800, 1800, ..., 1800}_{10\,sztuk}, \underbrace{1600, 1600, ..., 1600}_{5\,sztuk}$.

Liczymy średnią cenę telewizora sprawdzając, czy wynosi ona 1725 zł:

$\frac{10 \cdot 1800 + 5 \cdot 1600}{10 + 5} = \frac{18000 + 8000}{15} = \frac{26000}{15} = 1733{,}33333... \neq 1725$.

Odrzucamy odp. A

B. Mamy 10 TV w sklepie *A* oraz **6 TV** w sklepie ***B***.

Ceny TV: $\underbrace{1800, 1800, ..., 1800}_{10\,sztuk}, \underbrace{1600, 1600, ..., 1600}_{6\,sztuk}$.

Liczymy średnią cenę telewizora sprawdzając, czy wynosi ona 1725 zł:

$\frac{10 \cdot 1800 + 6 \cdot 1600}{10 + 6} = \frac{18000 + 9600}{16} = \frac{27600}{16} = \mathbf{1725}$.

Oznacza to, że przy **6 telewizorach** ze sklepu *B* warunki zadania są spełnione.

Odp. **B** jest poprawna.

28.53.
Rozwiązanie I:
50 – liczba pielęgniarek
x – liczba lekarzy
50+*x* – liczba pielęgniarek i lekarzy
Wówczas $\frac{2200 \cdot 50 + 7400 \cdot x}{50 + x} = 3400$. Rozwiązujemy równanie:

$\frac{110000 + 7400x}{50 + x} = 3400 \qquad | \cdot (50 + x)$

$110000 + 7400x = 3400(50 + x)$

$110000 + 7400x = 170000 + 3400x$

$7400x - 3400x = 170000 - 110000$

$4000x = 60000 \qquad | : 4000$

$\boldsymbol{x = 15}$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:
Przyjmujemy dla uproszczenia założenie, że w tym szpitalu każda pielęgniarka zarabia 2200zł miesięcznie, a miesięczna pensja każdego z lekarzy wynosi 7400zł.
Rozważamy proponowane odpowiedzi, stosując strategię sprawdzania warunków zadania.

A. Mamy 50 pielęgniarek i **10 lekarzy**.
Miesięczne ich pensje: $\underbrace{2200, 2200, ..., 2200}_{50\,razy}, \underbrace{7400, 7400, ..., 7400}_{10\,razy}$.
Liczymy średnią pensję sprawdzając, czy wynosi ona 3400 zł:

$\frac{50 \cdot 2200 + 10 \cdot 7400}{50 + 10} = \frac{110000 + 74000}{60} = \frac{184000}{60} = 3066{,}6666... \neq 3400$.

Odrzucamy odp. A

B. Mamy 50 pielęgniarek i **15 lekarzy**.
Miesięczne ich pensje: $\underbrace{2200, 2200, ..., 2200}_{50\,razy}, \underbrace{7400, 7400, ..., 7400}_{15\,razy}$.
Liczymy średnią pensję sprawdzając, czy wynosi ona 3400 zł:

$\frac{50 \cdot 2200 + 15 \cdot 7400}{50 + 15} = \frac{110000 + 111000}{65} = \frac{221000}{65} = \mathbf{3400}$.

Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

28.54.

Rozwiązanie I:

8 – liczba seniorów

x – liczba juniorów

8+*x* – liczba wszystkich zawodników

Wówczas $\frac{150\cdot x+195\cdot 8}{8+x}=165$. Rozwiązujemy równanie:

$\frac{150x+1560}{8+x}=165 \qquad |\cdot(8+x)$

$150x+1560=165(8+x)$

$150x + 1560 = 1320 + 165x$

$150x - 165x = 1320 - 1560$

$-15x = -240 \qquad | : (-15)$

$\boldsymbol{x = 16}$

Mamy 8 seniorów i **16** juniorów, łącznie liczba zawodników to 8 + 16 = **24**.

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Przyjmujemy dla uproszczenia założenie, że każdy junior trenujący w tej drużynie ma 150cm wzrostu, a wzrost każdego z seniorów to 195cm. Rozważamy proponowane odpowiedzi, stosując strategię sprawdzania warunków zadania.

A. Mamy 24 zawodników, więc – obok 8 seniorów – jest 24 – 8 = **16 juniorów**.

Wzrost zawodników drużyny: $\underbrace{150,150,...,150}_{16\,razy},\underbrace{195,195,...,195}_{8\,razy}$.

Liczymy średni wzrost zawodnika drużyny sprawdzając, czy wynosi on 165:

$\frac{16\cdot 150+8\cdot 195}{16+8}=\frac{2400+1560}{24}=\frac{3960}{24}=\mathbf{165}$.

Uzyskany wynik **165**, zgodny z treścią zadania sprawia, że odp. **A** jest poprawna.

28.55.

Rozwiązanie I:

6 – liczba zawodowców

x – liczba amatorów

6+*x* – liczba wszystkich biegaczy

Wówczas $\frac{16 \cdot 6 + 28 \cdot x}{6+x} = 24$. Rozwiązujemy równanie:

$\frac{96+28x}{6+x} = 24 \qquad | \cdot (6+x)$

$96 + 28x = 24(6+x)$

$96 + 28x = 144 + 24x$

$28x - 24x = 144 - 96$

$4x = 48 \qquad | : 4$

$\boldsymbol{x = 12}$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Przyjmujemy dla uproszczenia założenie, że każdy zawodowiec przebiegł trasę biegu w czasie 16 minut, a każdy amator osiągnął czas 28 minut.

A. Mamy **6 zawodowców** oraz **4 amatorów**.

Rezultaty biegu (w minutach): $\underbrace{16,16,16,16,16,16}_{6\,razy},\underbrace{28,28,28,28}_{4\,razy}$.

Liczymy średni czas biegu sprawdzając, czy wynosi on 24 minuty:

$\frac{6 \cdot 16 + 4 \cdot 28}{6+4} = \frac{96+112}{10} = \frac{208}{10} = 20{,}8 \neq 24$.

Odp. A odrzucamy.

B. Mamy **6 zawodowców** oraz **8 amatorów**.

Rezultaty biegu (w minutach): $\underbrace{16,16,16,16,16,16}_{6\,razy},\underbrace{28,28,...,28}_{8\,razy}$.

Liczymy średni czas biegu sprawdzając, czy wynosi on 24 minuty:

$\frac{6 \cdot 16 + 8 \cdot 28}{6+8} = \frac{96+224}{14} = \frac{320}{14} \approx 22{,}857 \neq 24$.

Odp. B odrzucamy.

C. Mamy **6 zawodowców** oraz **12 amatorów**.

Rezultaty biegu (w minutach): $\underbrace{16,16,16,16,16,16}_{6\,razy},\underbrace{28,28,...,28}_{12\,razy}$.

Liczymy średni czas biegu sprawdzając, czy wynosi on 24 minuty:

$\frac{6 \cdot 16 + 12 \cdot 28}{6+12} = \frac{96+336}{18} = \frac{432}{18} = \mathbf{24}$.

Uzyskany wynik **24** – zgodny z treścią zadania – wskazuje, że odp. **C** jest poprawna.

28.56.
Rozwiązanie I:
3*x* – liczba dzieci
x – liczba dorosłych
Obliczamy średni wzrost wszystkich osób, zatem $\frac{130\cdot 3x+180\cdot x}{3x+x}=\frac{390x+180x}{4x}=$
$=\frac{570x}{4x}=\frac{570}{4}=\mathbf{142{,}5}$.
Odp. **A**

Rozwiązanie II:
Przyjmujemy, że w grupie jest **3 dzieci** oraz **1 osoba dorosła**.
Dla uproszczenia przyjmujemy też założenie, że każde z dzieci ma 130 cm wzrostu.
Wzrost osób tej grupy: 130, 130, 130, 180.
Średnia arytmetyczna $\frac{130+130+130+180}{4}=\mathbf{142{,}5}$, więc odp. **A** jest poprawna.

28.57.
Rozwiązanie I:
2*x* – liczba chłopców
x – liczba dziewczyn
Obliczamy średni wzrost wszystkich uczniów, zatem $\frac{156\cdot 2x+150\cdot x}{2x+x}=\frac{312x+150x}{3x}=$
$=\frac{462x}{3x}=\mathbf{154}$.
Odp. **B**

Rozwiązanie II:
Dla przykładu przyjmujemy, że w klasie jest **20 chłopców** oraz **10 dziewczyn**.
Dla uproszczenia przyjmujemy też założenie, że każdy chłopiec w tej klasie ma 156 cm wzrostu, zaś wzrost każdej z dziewczyn to 150 cm.
Wzrost uczniów tej klasy: $\underbrace{156,156,...,156}_{20\,razy},\underbrace{150,150,...,150}_{10\,razy}$
Średnia arytmetyczna $\frac{20\cdot 156+10\cdot 150}{20+10}=\frac{3120+1500}{30}=\frac{4620}{30}=\mathbf{154}$.
Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

28.58.

Rozwiązanie I:

5*x* – liczba sztucznych choinek

***x* –** liczba żywych choinek

120 zł – 12 zł = **108** zł – średnia cena żywej choinki

Obliczamy średnią cenę choinki, zatem $\frac{120 \cdot 5x + 108 \cdot x}{5x + x} = \frac{600x + 108x}{6x} = \frac{708x}{6x} = \frac{708}{6} = \mathbf{118}$.

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Dla przykładu przyjmujemy, że handlarz ma **5 sztucznych** choinek oraz **1 żywą** choinkę.

120 zł – 12 zł = **108** zł – średnia cena żywej choinki

Dla uproszczenia przyjmujemy też założenie, że każda sztuczna choinka kosztuje 120 zł.

Ceny choinek (w zł): 120, 120, 120, 120, 120, 108.

Średnia arytmetyczna $\frac{120 + 120 + 120 + 120 + 120 + 108}{6} = \frac{708}{6} = \mathbf{118}$.

Oznacza to, że odp. **B** jest poprawna.

28.59.

3*x* – liczba zimowych miesięcy

***x* –** liczba niezimowych miesięcy

Wówczas

$\mathbf{3x + x = 12}$ → cały rok ma 12 miesięcy

$4x = 12 \quad | : 4$

$\mathbf{x = 3}$

Oznacza to, że mamy **3 niezimowe** miesiące oraz **9 zimowych**.

Obliczamy średnią temperaturę $\frac{3 \cdot 6 + 9 \cdot (-22)}{3 + 9} = \frac{18 - 198}{12} = \frac{-180}{12} = \mathbf{-15}$.

Odp. **C**

28.60.

2*x* – liczba dziewczyn

***x* –** liczba chłopców

3,4 – 0,6 = **2,8** – średnia arytmetyczna ocen uzyskanych przez chłopców

Liczymy średnią arytmetyczną ocen wszystkie osoby piszące test. Zatem:

$\frac{3{,}4 \cdot 2x + 2{,}8 \cdot x}{2x + x} = \frac{6{,}8x + 2{,}8x}{3x} = \frac{9{,}6x}{3x} = \frac{9{,}6}{3} = \mathbf{3{,}2}$.

Odp. **C**

28.61.

Liczymy średnią arytmetyczną $\overline{a} = \dfrac{8+3+11+7+3}{5} = \mathbf{6{,}4}$.

Dla $a_1 = 8$, $a_2 = 3$, $a_3 = 11$, $a_4 = 7$, $a_5 = 3$, wyliczonej średniej $\overline{a} = 6{,}4$ oraz $\boldsymbol{n = 5}$ (tyle jest liczb w zestawie liczbowym) liczymy **wariancję** (II wersja wzoru z **karty wzorów**, str. 18):

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{(a_1-\overline{a})^2 + (a_2-\overline{a})^2 + \ldots + (a_n-\overline{a})^2}{n} = \frac{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2}{n} - (\overline{a})^2}$$

Zatem:

$$\sigma^2 = \frac{8^2 + 3^2 + 11^2 + 7^2 + 3^2}{5} - (6{,}4)^2$$

$$\sigma^2 = \frac{64+9+121+49+9}{5} - 40{,}96 = \frac{252}{5} - 40{,}96 = 50{,}4 - 40{,}96 = 9{,}44.$$

Odchylenie standardowe σ jest pierwiastkiem kwadratowym z wariancji.

Korzystając z kalkulatora, liczymy pierwiastek z otrzymanego wyniku, zatem $\sigma = \sqrt{9{,}44} \approx \mathbf{3{,}07}$.

Wynik $\sigma \approx \mathbf{3{,}07}$ oznacza, że spełniony jest warunek $\sigma \geq 3$.

Odp. **D**

28.62.

Liczymy średnią arytmetyczną $\overline{a} = \dfrac{5+7+8}{3} = \dfrac{20}{3} = \mathbf{6{,}66666...}$

Dla $a_1 = 5$, $a_2 = 7$, $a_3 = 8$, wyliczonej średniej $\overline{a} = 6{,}66666...$ oraz $\boldsymbol{n = 3}$ (tyle jest liczb w treści zadania) liczymy **wariancję** (druga wersja wzoru z **karty wzorów**, str. 18):

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{(a_1-\overline{a})^2 + (a_2-\overline{a})^2 + \ldots + (a_n-\overline{a})^2}{n} = \frac{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2}{n} - (\overline{a})^2}$$

Zatem:

$$\sigma^2 = \frac{5^2 + 7^2 + 8^2}{3} - (6{,}66666...)^2$$

$$\sigma^2 = \frac{25+49+64}{3} - 44{,}44444... = \frac{138}{3} - 44{,}44444... = 46 - 44{,}44444... = 1{,}55555....$$

Odchylenie standardowe σ jest pierwiastkiem kwadratowym z wariancji.

Korzystając z kalkulatora, liczymy pierwiastek z otrzymanego wyniku, zatem $\sigma = \sqrt{1{,}55555...} \approx \mathbf{1{,}247}$.

Wynik **1,247** należy do przedziału, bo $\dfrac{5}{3} = 1{,}66666...$, zaś liczba **1,247** mieści się **pomiędzy** liczbami **1** a **1,66666...** .

Odp. **B**

28.63.

Liczymy średnią arytmetyczną $\overline{a} = \frac{12+15+16+19}{4} = \frac{62}{4} = \mathbf{15{,}5}$.

Dla $a_1 = 12$, $a_2 = 15$, $a_3 = 16$, $a_4 = 19$, wyliczonej średniej $\overline{a} = 15{,}5$ oraz $\boldsymbol{n} = \mathbf{4}$ (tyle liczb wylosowano) liczymy **wariancję** (II wersja wzoru z **karty wzorów**, str. 18):

$$\sigma^2 = \frac{(a_1-\overline{a})^2+(a_2-\overline{a})^2+\ldots+(a_n-\overline{a})^2}{n} = \frac{a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2}{n} - (\overline{a})^2$$

Zatem:

$$\sigma^2 = \frac{12^2+15^2+16^2+19^2}{4} - (15{,}5)^2 =$$

$$= \frac{144+225+256+361}{4} - 240{,}25 =$$

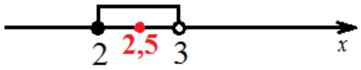
$$= 246{,}5 - 240{,}25 = 6{,}25$$

Odchylenie standardowe σ jest pierwiastkiem kwadratowym z wariancji.

Korzystając z kalkulatora, liczymy pierwiastek z otrzymanego wyniku, zatem $\sigma = \sqrt{6{,}25} = \mathbf{2{,}5}$.

Liczba $\sigma = \mathbf{2{,}5}$ należy do przedziału $\langle 2;3)$,

bo liczba **2,5** znajduje się **pomiędzy 2** a **3**.



Odp. **B**

28.64.

Liczymy średnią arytmetyczną $\overline{a} = \frac{3+21+9+17+17+11}{6} = \mathbf{13}$.

Dla $a_1 = 3$, $a_2 = 21$, $a_3 = 9$, $a_4 = 17$, $a_5 = 17$, $a_6 = 11$, wyliczonej średniej $\overline{a} = 13$ oraz $\boldsymbol{n} = \mathbf{6}$ (tyle jest liczb w zestawie liczbowym) liczymy **wariancję** (II wersja wzoru z **karty wzorów**, str. 18):

$$\sigma^2 = \frac{(a_1-\overline{a})^2+(a_2-\overline{a})^2+\ldots+(a_n-\overline{a})^2}{n} = \frac{a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2}{n} - (\overline{a})^2$$

Zatem:

$$\sigma^2 = \frac{3^2+21^2+9^2+17^2+17^2+11^2}{6} - 13^2$$

$$\sigma^2 = \frac{9+441+81+289+289+121}{6} - 169 = \frac{1230}{6} - 169 = 205 - 169 = \mathbf{36}.$$

Odchylenie standardowe σ jest pierwiastkiem kwadratowym z wariancji.

Liczymy pierwiastek z otrzymanego wyniku, zatem $\sigma = \sqrt{36} = \mathbf{6}$.

Ponieważ $\frac{11}{2} = \mathbf{5{,}5}$ oraz $\frac{13}{2} = \mathbf{6{,}5}$, to liczba $\sigma = \mathbf{6}$ znajduje się **pomiędzy 5,5** a **6,5**.

Oznacza to, że liczba $\sigma = \mathbf{6}$ należy do przedziału $\left(\mathbf{\frac{11}{2}}, \mathbf{\frac{15}{2}}\right\rangle$.

Odp. **B**

28.65.

Liczymy średnią arytmetyczną $\bar{a} = \dfrac{2+1+3+1+4+1+2+1}{8} = \dfrac{15}{8} = \mathbf{1{,}875}$.

Dla $a_1 = 2$, $a_2 = 1$, $a_3 = 3$, $a_4 = 1$, $a_5 = 4$, $a_6 = 1$, $a_7 = 2$, $a_8 = 1$ i wyliczonej średniej $\bar{a} = 1{,}875$ oraz $\boldsymbol{n} = \mathbf{8}$ (tyle jest wszystkich ocen) liczymy **wariancję** (II wersja wzoru z **karty wzorów**, str. 18):

$$\sigma^2 = \frac{(a_1-\bar{a})^2+(a_2-\bar{a})^2+\dots+(a_n-\bar{a})^2}{n} = \frac{a_1^2+a_2^2+\dots+a_n^2}{n} - (\bar{a})^2$$

Zatem:

$$\sigma^2 = \frac{2^2+1^2+3^2+1^2+4^2+1^2+2^2+1^2}{8} - (1{,}875)^2 =$$

$$= \frac{4+1+9+1+16+1+4+1}{8} - 3{,}515625 = \frac{37}{8} - 3{,}515625 = 4{,}625 - 3{,}515625 = \mathbf{1{,}109375}$$

Liczymy pierwiastek

Odchylenie standardowe σ jest pierwiastkiem kwadratowym z wariancji.

z otrzymanego wyniku, zatem $\sigma = \sqrt{1{,}109375} \approx \mathbf{1{,}05}$.

Ponieważ liczba $\sigma \approx \mathbf{1{,}05}$ jest mniejsza od **1,15**, to spełniony jest warunek $\sigma < \mathbf{1{,}15}$.

Odp. **A**