3.1.

Rozwiązanie I:

$x_d = \frac{76}{21}$ - wartość dokładna, $x_p = 3{,}8$ - wartość przybliżona,

Korzystamy ze wzoru na błąd względny $b_w = \frac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\%$

$$b_w = \frac{\left|\frac{76}{21} - 3{,}8\right|}{\frac{76}{21}} \cdot 100\% = \frac{\left|\frac{76}{21} - 3\frac{8}{10}\right|}{\frac{76}{21}} \cdot 100\% = \frac{\left|\frac{76}{21} - \frac{38}{10}\right|}{\frac{76}{21}} \cdot 100\% = \frac{\left|\frac{760}{210} - \frac{798}{210}\right|}{\frac{76}{21}} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{\left|-\frac{38}{210}\right|}{\frac{76}{21}} \cdot 100\% = \frac{\frac{38}{210}}{\frac{76}{21}} \cdot 100\% = \frac{38}{210} \cdot \frac{21}{76} \cdot 100\% = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100\% = \frac{1}{20} \cdot 100\% = 5\%$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Obliczamy na kalkulatorze $x_d = \frac{76}{21} \approx 3{,}62$. Ponadto $x_p = 3{,}8$. Wstawiamy to do wzoru

$b_w = \frac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\%$.

$$b_w = \frac{|3{,}62 - 3{,}8|}{3{,}62} \cdot 100\% = \frac{|-0{,}18|}{3{,}62} \cdot 100\% = \frac{0{,}18}{3{,}62} \cdot 100\% \approx 0{,}0497 \cdot 100\% = 4{,}97\% \approx 5\%.$$

3.2.

$x_d = 4\frac{12}{17} = \frac{80}{17}$, $x_p = 5$ korzystamy ze wzoru $b_w = \frac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\%$

$$b_w = \frac{\left|\frac{80}{17} - 5\right|}{\frac{80}{17}} \cdot 100\% = \frac{\left|\frac{80}{17} - \frac{85}{17}\right|}{\frac{80}{17}} \cdot 100\% = \frac{\left|-\frac{5}{17}\right|}{\frac{80}{17}} \cdot 100\% = \frac{\frac{5}{17}}{\frac{80}{17}} \cdot 100\% = \frac{5}{17} \cdot \frac{17}{80} \cdot 100\% = \mathbf{6{,}25}\%$$

Odp. **D**

3.3.

$x_d = 1\frac{1}{4} = 1{,}25$, $x_p = 1$ korzystamy ze wzoru $b_w = \frac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\%$

$$b_w = \frac{|1{,}25 - 1|}{1{,}25} \cdot 100\% = \frac{|0{,}25|}{1{,}25} \cdot 100\% = \frac{0{,}25}{1{,}25} \cdot 100\% = \mathbf{20}\%.$$

Odp. **B**

3.4.

$x_d = 0{,}3286, \quad x_p = 0{,}33$ korzystamy ze wzoru $b_w = \dfrac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\%$

$$b_w = \frac{|0{,}3286 - 0{,}33|}{0{,}3286} \cdot 100\% = \frac{|-0{,}0014|}{0{,}3286} \cdot 100\% = \frac{0{,}0014}{0{,}3286} \cdot 100\% = \mathbf{0{,}42604}\% > 0{,}425\%.$$

Odp. **D**

3.5.

$x_d = \dfrac{75}{26}, \quad x_p = 3$ korzystamy ze wzoru $b_w = \dfrac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\%$

$$b_w = \frac{\left|\frac{75}{26} - 3\right|}{\frac{75}{26}} \cdot 100\% = \frac{\left|\frac{75}{26} - \frac{78}{26}\right|}{\frac{75}{26}} \cdot 100\% = \frac{\left|-\frac{3}{26}\right|}{\frac{75}{26}} \cdot 100\% = \frac{\frac{3}{26}}{\frac{75}{26}} \cdot 100\% = \frac{3}{26} \cdot \frac{26}{75} \cdot 100\% = \mathbf{4}\%.$$

Odp. **B**

3.6.

Rozwiązanie I:

$x_d = \pi$ - wartość dokładna

Powszechnie wiadomo, że $\pi \approx 3{,}14$. Jednak $\pi \neq 3{,}14$, tylko $\pi > 3{,}14$, gdyż liczba π jest niewymierna (ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone i nieokresowe). Zatem $x_d > 3{,}14$.

Przybliżamy liczbę π do części dziesiętnych (do jednego miejsca po przecinku).

Cyfrą bezpośrednio następującą po cyfrze części dziesiętnych jest 4, więc **nie zmieniamy** cyfry części dziesiętnych.

3,14... ≈ 3,1

Gdyby po cyfrze części dziesiętnych było 5, 6, 7, 8 lub 9, to wówczas otrzymalibyśmy przybliżony wynik 3,2.

3	,	1	4	1	5	9	2	6	5	...
		D	S	T						

Zatem $x_p = 3{,}1$. Korzystamy ze wzoru na błąd bezwzględny: $b_b = |x_d - x_p|$

$b_b = |\pi - 3{,}1| = \pi - 3{,}1$.

Ponieważ $\pi > 3{,}14$, to $\pi - 3{,}1 > 0{,}04$. Zatem $b_b > 0{,}04$.

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Wstawiamy $x_d = \pi$ oraz $x_p = 3{,}1$ do wzoru $b_b = |x_d - x_p|$. Zatem $b_b = |\pi - 3{,}1|$. Gdyby π było równe dokładnie 3,14, to wtedy zachodziłaby równość $b_b = |3{,}14 - 3{,}1| = 0{,}04$.

Jednak wiemy, że $\pi > 3{,}14$. To powoduje, że $b_b > 0{,}04$.

3.7.

$x_d = 3{,}125, \quad x_p = 3{,}1$ korzystamy ze wzoru $b_b = |x_d - x_p|$

$b_b = |3{,}125 - 3{,}1| = |0{,}025| = \mathbf{0{,}025}$.

Odp. **C**

3.8.

$x_d = \frac{5}{8} = 0{,}625, \quad x_p = 0{,}63$ korzystamy ze wzoru $b_b = |x_d - x_p|$

$b_b = |0{,}625 - 0{,}63| = |-0{,}005| = \mathbf{0{,}005}$.

Odp. **B**

3.9.

$x_d = 4{,}98259, \quad x_p = 4{,}983$ korzystamy ze wzoru $b_b = |x_d - x_p|$

$b_b = |4{,}98259 - 4{,}983| = |-0{,}00041| = \mathbf{0{,}00041}$.

Odp. **A**

3.10.

$x_d = \pi, \quad x_p = 3{,}14$ korzystamy ze wzoru $b_b = |x_d - x_p|$

$b_b = |\pi - 3{,}14|$

$\pi \approx 3{,}14\mathbf{1}\ldots$, więc $b_b \approx |3{,}14\mathbf{1} - 3{,}14| = \mathbf{0{,}001} < 0{,}005$.

Odp. **A**

3.11.

$x_d = 3{,}125 \cdot 10^{-2} = 3{,}125 \cdot \frac{1}{10^2} = 3{,}125 \cdot \frac{1}{100} = 3{,}125 \cdot 0{,}01 = 0{,}03125.$

Zaokrąglamy do części tysięcznych, czyli do trzech miejsc po przecinku. Następną cyfrą, bezpośrednio po cyfrze części tysięcznych, jest 2 (mniejsza od 5). Oznacza to, że **nie zmieniamy** cyfry części tysięcznych.

0	,	0	3	1	2	5
		D	S	T		

Zatem $x_p = 0{,}031$.

Korzystamy ze wzoru na błąd względny:

$$b_w = \frac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\% = \frac{|0{,}03125 - 0{,}031|}{0{,}03125} \cdot 100\% = \frac{|0{,}00025|}{0{,}03125} \cdot 100\% = \frac{0{,}00025}{0{,}03125} \cdot 100\% =$$

$$= 0{,}008 \cdot 100\% = \mathbf{0{,}8}\%$$

Odp. **B**

3.12.

$$x_d = 6{,}4 \cdot 10^{-4} = 6{,}4 \cdot \frac{1}{10^4} = 6{,}4 \cdot \frac{1}{10000} = 6{,}4 \cdot 0{,}0001 = 0{,}00064.$$

0	,	0	0	0	6	4

Czwarta cyfra po przecinku to 6.
Bezpośrednio następuje po niej cyfra 4 (mniejsza od 5).
Oznacza to, że **nie zmieniamy** tej **6**.
Zatem $x_p = 0{,}0006$.

Korzystamy ze wzoru na błąd względny:

$$b_w = \frac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\% = \frac{|0{,}00064 - 0{,}0006|}{0{,}00064} \cdot 100\% = \frac{|0{,}00004|}{0{,}00064} \cdot 100\% = \frac{0{,}00004}{0{,}00064} \cdot 100\% =$$

$$= 0{,}0625 \cdot 100\% = \mathbf{6{,}25}\%$$

Odp. **C**

3.13.

$$x_d = 8 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot \frac{1}{10^3} = 8 \cdot \frac{1}{1000} = 0{,}008.$$

0	,	0	0	8
		D	S	T

Cyfra setek to 0.
Bezpośrednio po cyfrze setek jest 8 (ósemka jest nie mniejsza niż 5).
Oznacza to, że cyfrę setek **zwiększamy o 1**.
Zatem $x_p = 0{,}01$.

Korzystamy ze wzoru na błąd względny:

$$b_w = \frac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\% = \frac{|0{,}008 - 0{,}01|}{0{,}008} \cdot 100\% = \frac{|-0{,}002|}{0{,}008} \cdot 100\% = \frac{0{,}002}{0{,}008} \cdot 100\% =$$

$$= 0{,}25 \cdot 100\% = \mathbf{25}\%$$

Odp. **A**

3.14.

$$x_d = 6 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot \frac{1}{10^2} = 6 \cdot \frac{1}{100} = 0{,}06$$

0	,	0	6
		D	S

Cyfra dziesiątek to 0.
Bezpośrednio po cyfrze dziesiątek jest 6 (szóstka jest nie mniejsza niż 5)
Oznacza to, że cyfrę dziesiątek **zwiększamy o 1**.
Zatem $x_p = 0{,}1$.

Korzystamy ze wzoru na błąd względny:

$$b_w = \frac{|0{,}06 - 0{,}1|}{0{,}06} \cdot 100\% = \frac{|-0{,}04|}{0{,}06} \cdot 100\% = \frac{0{,}04}{0{,}06} \cdot 100\% = 66{,}6666...\% = \mathbf{66\frac{2}{3}}\%.$$

Odp. **D**

3.15.

$x_d = 8 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot \frac{1}{10^4} = 8 \cdot \frac{1}{10000} = 0{,}0008.$

0	,	0	0	0	8
		D	S	T	

Cyfra części tysięcznych to 0.
Bezpośrednio po niej jest 8 (ósemka jest nie mniejsza niż 5).
Oznacza to, że cyfrę tysięcy **zwiększamy o 1**.
Zatem $x_p = 0{,}001$.

$$b_w = \frac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\% = \frac{|0{,}0008 - 0{,}001|}{0{,}0008} \cdot 100\% = \frac{|-0{,}0002|}{0{,}0008} \cdot 100\% = \frac{0{,}0002}{0{,}0008} \cdot 100\% = \mathbf{25}\%$$

Odp. **B**

3.16.

$x_d = 72 + 80 + 79 + 70 + 74 = 375, \quad x_p = 360$

$$b_w = \frac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\% = \frac{|375 - 360|}{375} \cdot 100\% = \frac{15}{375} \cdot 100\% = 4\%$$

Odp. **C**

3.17.

$x_d = 202 + 213 + 189 = 604, \quad x_p = 600$

$$b_w = \frac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\% = \frac{|604 - 600|}{604} \cdot 100\% = \frac{4}{604} \cdot 100\% \approx \mathbf{0{,}66225}\% < \underbrace{0{,}66666\%}_{\frac{2}{3}\%}.$$

Odp. **A**

3.18.

$$x_d = \frac{1530 + 1905 + 1444 + 1313 + 1629 + 1554}{6} = 1562{,}5, \quad x_p = 1500$$

$$b_w = \frac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\% = \frac{|1562{,}5 - 1500|}{1562{,}5} \cdot 100\% = \frac{62{,}5}{1562{,}5} \cdot 100\% = 0{,}04 \cdot 100\% = \mathbf{4}\%.$$

Odp. **B**

3.19.

Z wykresu wynika, że oceny ucznia to: 1, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5.

Zatem $x_d = \frac{1+1+2+3+3+3+3+3+3+3+3+4+4+4+5+5}{16} = 3{,}125, \quad x_p = 3{,}1$

$$b_w = \frac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\% = \frac{|3{,}125 - 3{,}1|}{3{,}125} \cdot 100\% = \frac{0{,}025}{3{,}125} \cdot 100\% = 0{,}008 \cdot 100\% = \mathbf{0{,}8}\%.$$

Odp. **B**

3.20.

$x_d = 27 + 24 + 28 + 22 + 24 = 125, \quad x_p = 130$

$$b_w = \frac{|x_d - x_p|}{x_d} \cdot 100\% = \frac{|125-130|}{125} \cdot 100\% = \frac{|-5|}{125} \cdot 100\% = \frac{5}{125} \cdot 100\% = 0{,}04 \cdot 100\% = \mathbf{4}\%.$$

Odp. **D**

3.21.

$\frac{2-3\cdot|4-6|}{3-2\cdot|6-4|}$ obliczamy wartości wyrażeń „między kreskami”

$\frac{2-3\cdot|-2|}{3-2\cdot|2|}$ opuszczając wartość bezwzględną:

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$\frac{2-3\cdot 2}{3-2\cdot 2}$ po opuszczeniu wartości bezwzględnej

liczymy zgodnie z kolejnością wykonywania działań

$$\frac{2-3\cdot 2}{3-2\cdot 2} = \frac{2-6}{3-4} = \frac{-4}{-1} = \mathbf{4}.$$

Odp. **D**

3.22.

$\frac{4-2\cdot|1-6|}{2}$ obliczamy wartość wyrażenia „między kreskami”

$\frac{4-2\cdot|-5|}{2}$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$\frac{4-2\cdot 5}{2}$ liczymy zgodnie z kolejnością wykonywania działań

$$\frac{4-2\cdot 5}{2} = \frac{4-10}{2} = \frac{-6}{2} = -\mathbf{3}.$$

Odp. **A**

3.23.

$3-|2-4|$ obliczamy wartość wyrażenia „między kreskami”

$3-|-2|$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$3-2$ liczymy zgodnie z kolejnością wykonywania działań

$3-2=\mathbf{1}.$

Odp. **C**

3.24.

$\dfrac{1}{2-|7-4|}$ obliczamy wartość wyrażenia „między kreskami”

$\dfrac{1}{2-|3|}$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$\dfrac{1}{2-3}$ liczymy zgodnie z kolejnością wykonywania działań

$\dfrac{1}{2-3}=\dfrac{1}{-1}=\mathbf{-1}$.

Odp. **C**

3.25.

$1+|3-8|-2\cdot|9-5|$ obliczamy wartości wyrażeń „między kreskami”

$1+|-5|-2\cdot|4|$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$1+5-2\cdot 4$ liczymy zgodnie z kolejnością wykonywania działań

$1+5-2\cdot 4=1+5-8=\mathbf{-2}$.

Odp. **B**

3.26.

$\dfrac{3-|4-5|}{2\cdot|7-9|}+1$ obliczamy wartości wyrażeń „między kreskami”

$\dfrac{3-|-1|}{2\cdot|-2|}+1$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$\dfrac{3-1}{2\cdot 2}+1$ liczymy zgodnie z kolejnością wykonywania działań

$\dfrac{3-1}{2\cdot 2}+1=\dfrac{2}{4}+1=\dfrac{1}{2}+1=1\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$.

Liczba przeciwna do $\dfrac{3}{2}$ ma przeciwny znak, więc chodzi o liczbę $-\mathbf{\dfrac{3}{2}}$.

Odp. **B**

3.27.

$|4-2|+|2-4|$ obliczamy wartości wyrażeń „między kreskami”

$|2|+|-2|$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$2+2$ liczymy zgodnie z kolejnością wykonywania działań

$2+2=4$, więc liczba przeciwna to **–4**.

Odp. **C**

3.28.

$\frac{|3-9|}{3}$ obliczamy wartość wyrażenia „między kreskami”

$\frac{|-6|}{3}$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$\frac{6}{3}$ liczymy zgodnie z kolejnością wykonywania działań

$\frac{6}{3}=2$, więc liczba przeciwna to **–2**.

Odp. **A**

3.29.

$|8-2|-|4-6|$ obliczamy wartości wyrażeń „między kreskami”

$|6|-|-2|$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$6-2$ liczymy zgodnie z kolejnością wykonywania działań

$6-2=4$, więc liczba przeciwna to **–4**.

Odp. **B**

3.30.

$\frac{8}{6-2\cdot|2-3|}$ obliczamy wartość wyrażenia „między kreskami”

$\frac{8}{6-2\cdot|-1|}$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$\frac{8}{6-2\cdot 1}$ liczymy zgodnie z kolejnością wykonywania działań

$\frac{8}{6-2\cdot 1}=\frac{8}{6-2}=\frac{8}{4}=2$, więc liczba przeciwna $\boldsymbol{p}$ **= –2**.

Odp. **B**

3.31.

$2-\dfrac{3-2\cdot|4-7|}{2+|5-4|}-8$ obliczamy wartości wyrażeń „między kreskami”

$2-\dfrac{3-2\cdot|-3|}{2+|1|}-8$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$2-\dfrac{3-2\cdot 3}{2+1}-8$ liczymy zgodnie z kolejnością wykonywania działań

$$2-\frac{3-2\cdot 3}{2+1}-8=2-\frac{3-6}{3}-8=2-\frac{-3}{3}-8=2-(-1)-8=2+1-8=-5.$$

O wyniku -5 myślimy jak $\dfrac{-5}{1}$.

Liczba odwrotna do $\dfrac{-5}{1}$ to $\dfrac{1}{-5}$ (trzeba zamienić miejscami licznik z mianownikiem).

$\dfrac{1}{-5}=-\mathbf{\dfrac{1}{5}}$.

Odp. **B**

3.32.

$\dfrac{|3-9|}{18}$ obliczamy wartość wyrażenia „między kreskami”

$\dfrac{|-6|}{18}$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$\dfrac{6}{18}$ skracamy ułamek przez 6

$\dfrac{6}{18}=\dfrac{1}{3}$.

Liczba odwrotna do liczby $\dfrac{1}{3}$ to $\dfrac{3}{1}$, czyli **3**.

Odp. **D**

3.33.

$\frac{|4-2|}{3}-3$ obliczamy wartość wyrażenia „między kreskami”

$\frac{|2|}{3}-3$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$\frac{2}{3}-3$ sprowadzamy do wspólnego mianownika i liczymy

$\frac{2}{3}-3=\frac{2}{3}-\frac{9}{3}=\frac{-7}{3}$.

Liczba odwrotna do $\frac{-7}{3}$ to $\frac{3}{-7}$, więc $\frac{3}{-7}=-\mathbf{\frac{3}{7}}$.

Odp. **A**

3.34.

$\frac{-2}{|12-20|}$ obliczamy wartość wyrażenia „między kreskami”

$\frac{-2}{|-8|}$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$\frac{-2}{8}$ skracamy ułamek przez 2

$\frac{-2}{8}=\frac{-1}{4}$, zatem odwrotność $r=\frac{4}{-1}=\mathbf{-4}$.

Odp. **C**

3.35.

$\frac{4}{2-|9-4|}-|4-7|$ obliczamy wartości wyrażeń „między kreskami”

$\frac{4}{2-|5|}-|-3|$ opuszczając wartość bezwzględną

minus, który jest między kreskami – znika
a minus, który nie jest między kreskami – nie znika

$\frac{4}{2-5}-3$ liczymy zgodnie z kolejnością wykonywania działań

$\frac{4}{-3}-3=-\frac{4}{3}-3=-\frac{4}{3}-\frac{9}{3}=\frac{-13}{3}$ sprowadzamy do wspólnego mianownika

Liczba odwrotna do $\frac{-13}{3}$ to $\frac{3}{-13}=-\mathbf{\frac{3}{13}}$.

Odp. **B**