4.1.

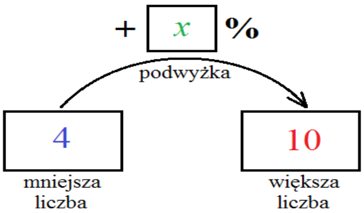
Rozwiązanie I:

Zadania od 4.1. do 4.25. są związane z podwyżkami, co sugerują słowa kluczowe: „podrożał”, „wyższa”, „większa”, „podwyższono”, „wzrosło” itp.

Do tych zadań można zastosować schemat widoczny obok.

Mniejsza liczba będzie w tych zadaniach **zawsze** po lewej stronie schematu, a większa – jako liczba po podwyżce – po prawej.

Tworzymy równanie zgodnie ze schematem:



$$4+\frac{x}{100}\cdot 4=10 \qquad \Big|\cdot 100$$

$$100\cdot 4+100\cdot\frac{x}{100}\cdot 4=100\cdot 10$$

$$400+4x=1000$$

$$4x=1000-400$$

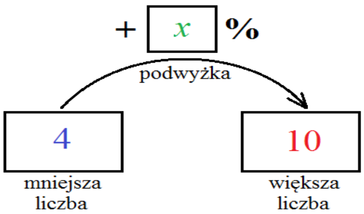
$$4x=600 \qquad |:4 \qquad \to \qquad x=\frac{600}{4}=\mathbf{150}$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Wykorzystamy schemat z rozwiązania I oraz kalkulator.

Sprawdzamy po kolei propozycje z odpowiedzi.



A. $\boxed{4}\boxed{+}\boxed{6}\boxed{\%}$ → 4,24

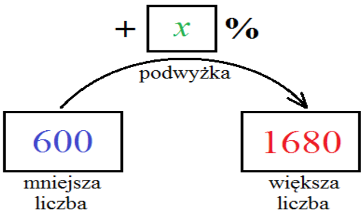
B. $\boxed{4}\boxed{+}\boxed{6}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 6,4

C. $\boxed{4}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 10, więc odp.**C** jest prawidłowa

4.2.

Rozwiązanie I:

Tworzymy równanie zgodnie ze schematem:



$$600+\frac{x}{100}\cdot 600=1680 \quad \Big|\cdot 100$$

$$\mathbf{100}\cdot 600+\mathbf{100}\cdot\frac{x}{100}\cdot 600=\mathbf{100}\cdot 1680$$

$$60000+600x=168000$$

$$600x=168000-60000$$

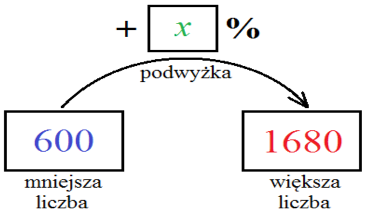
$$600x=108000 \quad |:600 \quad \rightarrow \quad x=\frac{108000}{600}=\mathbf{180}$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Wykorzystamy kalkulator oraz schemat z rozwiązania I.

Sprawdzamy po kolei propozycje z odpowiedzi.



A. 6 0 0 + 8 0 % → 1080

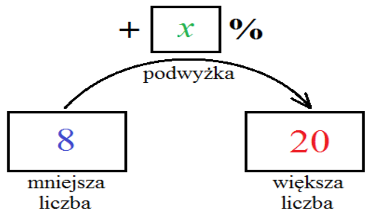
B. 6 0 0 + 1 0 8 % → 1248

C. 6 0 0 + 1 8 0 % → 1680, co oznacza że odp. **C** jest prawidłowa.

4.3.

Rozwiązanie I:

Tworzymy równanie zgodnie ze schematem:



$$8 + \frac{x}{100} \cdot 8 = 20 \qquad \Big| \cdot 100$$

$$\mathbf{100} \cdot 8 + \mathbf{100} \cdot \frac{x}{100} \cdot 8 = \mathbf{100} \cdot 20$$

$$800 + 8x = 2000$$

$$8x = 2000 - 8000$$

$$8x = 1200 \quad |:8 \qquad \rightarrow \qquad x = \frac{1200}{8} = \mathbf{150}$$

Odp. **A**

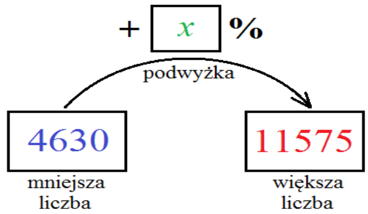
Rozwiązanie II:

Wykorzystamy kalkulator oraz schemat z rozwiązania I.

Sprawdzamy po kolei propozycje z odpowiedzi.

A. | 8 | + | 1 | 5 | 0 | % | → 20, więc odp. **A** jest poprawna.

4.4.
Rozwiązanie I:
Tworzymy równanie zgodnie ze schematem:



$$4630 + \frac{x}{100} \cdot 4630 = 11575 \qquad \Big| \cdot 100$$

$$\mathbf{100} \cdot 4630 + \mathbf{100} \cdot \frac{x}{100} \cdot 4630 = \mathbf{100} \cdot 11575$$

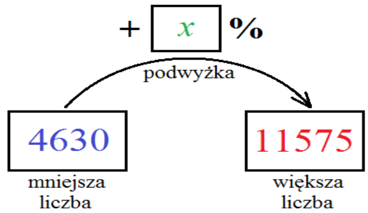
$$463000 + 4630x = 1157500$$

$$4630x = 1157500 - 463000$$

$$4630x = 694500 \quad \Big| : 4630 \qquad \rightarrow \qquad x = \frac{694500}{4630} = \mathbf{150}$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:
Wykorzystamy kalkulator oraz schemat z rozwiązania I.
Sprawdzamy po kolei propozycje z odpowiedzi.

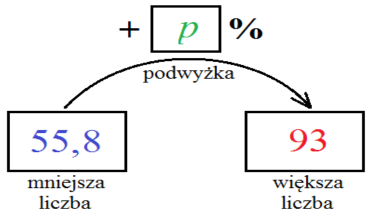


A. $\boxed{4}\boxed{6}\boxed{3}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{6}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 7408
B. $\boxed{4}\boxed{6}\boxed{3}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 10186
C. $\boxed{4}\boxed{6}\boxed{3}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 11575, co oznacza, że odp. **C** jest poprawna.

4.5.

Rozwiązanie I:

Tworzymy równanie zgodnie ze schematem:



$$55{,}8+\frac{p}{100}\cdot 55{,}8=93 \qquad \Big|\cdot 100$$

$$\mathbf{100}\cdot 55{,}8+\mathbf{100}\cdot\frac{p}{100}\cdot 55{,}8=\mathbf{100}\cdot 93$$

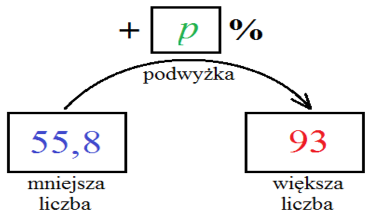
$$5580+55{,}8p=9300$$

$$55{,}8p=9300-5580$$

$$55{,}8p=3720 \quad |:55{,}8 \qquad \rightarrow \qquad p=\frac{3720}{55{,}8}=66{,}66666...=\mathbf{66\frac{2}{3}}\ .$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:



Korzystamy z przybliżenia $\frac{2}{3}\approx 0{,}67$, wówczas $66\frac{2}{3}\approx 66{,}67$

Teraz już możemy wykorzystać kalkulator:

A. $\boxed{5}\boxed{5}\boxed{,}\boxed{8}\boxed{+}\boxed{0}\boxed{,}\boxed{4}\boxed{\%}$ → 56,0232

B. $\boxed{5}\boxed{5}\boxed{,}\boxed{8}\boxed{+}\boxed{4}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 78,12

C. $\boxed{5}\boxed{5}\boxed{,}\boxed{8}\boxed{+}\boxed{0}\boxed{,}\boxed{6}\boxed{7}\boxed{\%}$ → 56,17386

D. $\boxed{5}\boxed{5}\boxed{,}\boxed{8}\boxed{+}\boxed{6}\boxed{6}\boxed{,}\boxed{6}\boxed{7}\boxed{\%}$ → $93{,}00186\approx 93$, więc odp. **D** jest poprawna

---

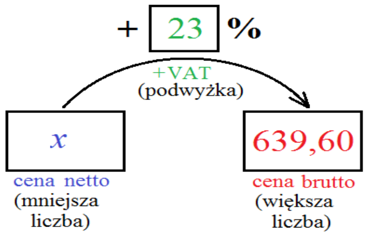
4.6.

Rozwiązanie I:

Cena netto – cena towaru (usługi) **bez podatku VAT**

VAT – podatek od towaru (usługi), będący pewnym procentem ceny netto

Cena brutto – cena towaru (usługi) **z podatkiem VAT**



Cena netto + VAT = Cena brutto

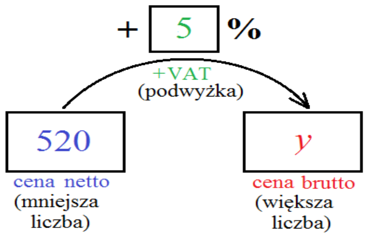
$$x+\frac{23}{100}\cdot x=639{,}60 \qquad \Big|\cdot 100$$

$$100x+23x=63960$$

$$123x=63960 \qquad |:123$$

$$x=\frac{63960}{123} \qquad \rightarrow \qquad x=520$$

Cena netto = 520 zł



$$520+\frac{5}{100}\cdot 520=y \qquad \Big|\cdot 100$$

$$52000+5\cdot 520=100y$$

$$54600=100y \qquad |:100$$

$$y=546$$

Cena brutto z podatkiem VAT 5 % = 546 zł

Odp. **D**

Uwaga! Cenę brutto y można łatwiej policzyć za pomocą kalkulatora, naciskając kolejno przyciski: $\boxed{5}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{5}\boxed{\%}$

Rozwiązanie II:

$$639{,}60:1{,}23=520$$

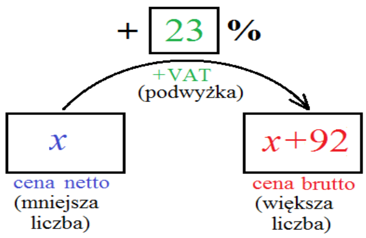
przy stawce VAT równej 23 %, trzeba cenę brutto **podzielić** przez 1,23, aby uzyskać cenę netto

$\boxed{5}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{5}\boxed{\%}$ → **546**, co oznacza że odp. **D** jest poprawna.

4.7.

Rozwiązanie I:

$$x+\frac{23}{100}\cdot x=x+92 \qquad \Big| \cdot 100$$



$$\mathbf{100}x+\mathbf{100}\cdot\frac{23}{100}x=\mathbf{100}x+\mathbf{100}\cdot 92$$

$$100x+23x=100x+9200$$

$$100x+23x-100x=9200$$

$$23x=9200 \quad |:23 \qquad \rightarrow \qquad x=\frac{9200}{23}=400$$

$\boldsymbol{x+92}$ $=400+92=\mathbf{492}$ (cena brutto)

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

$92:23=4$ obliczamy 1 % ceny towaru

$4\cdot 100=400$ obliczamy całą cenę (netto) towaru

Do ceny netto (400zł) doliczamy dany VAT (92zł) więc cena brutto to **492 zł**.

Odp. **D** jest poprawna

4.8.

Rozwiązanie I:

$$x+\frac{8}{100}\cdot x=324 \qquad \bigg|\cdot 100$$

$$\mathbf{100}x+\mathbf{100}\cdot\frac{8}{100}x=\mathbf{100}\cdot 324$$

$$100x+8x=32400$$

$$108x=32400 \quad |:108 \quad \rightarrow \quad x=\frac{32400}{108}=\mathbf{300}$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

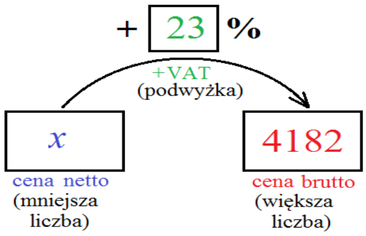
W odpowiedziach są propozycje cen netto. Dzięki temu można wykorzystać kalkulator:

A. $\boxed{2}\boxed{9}\boxed{8}\boxed{,}\boxed{0}\boxed{8}\boxed{+}\boxed{8}\boxed{\%}$ → 321,9264

B. $\boxed{3}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{8}\boxed{\%}$ → 324, więc odp. **B** jest poprawna.

4.9.

Rozwiązanie I:



$$x + \frac{23}{100} \cdot x = 4182 \qquad \Big| \cdot 100$$

$$\mathbf{100}x + \mathbf{100} \cdot \frac{23}{100} x = \mathbf{100} \cdot 4182$$

$$100x + 23x = 418200$$

$$123x = 418200 \quad |:123 \quad \rightarrow \quad x = \frac{418200}{123} = \mathbf{3400}$$

VAT = 4182 – 3400 = **782** zł.

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

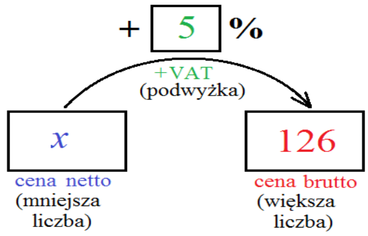
4182 : 1,23 = 3400

przy stawce VAT równej 23 %, trzeba cenę brutto **podzielić** przez 1,23, aby uzyskać cenę netto

VAT = brutto – netto = 4182 – 3400 = **782**.

4.10.

Rozwiązanie I:

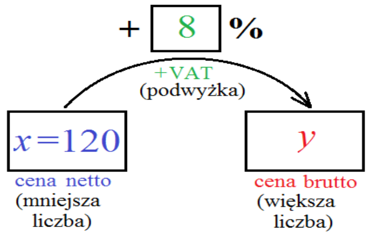


$$x+\frac{5}{100}\cdot x=126 \qquad \Big|\cdot 100$$

$$\mathbf{100}x+\mathbf{100}\cdot\frac{5}{100}x=\mathbf{100}\cdot 126$$

$$100x+5x=12600$$

$$105x=12600 \quad |:105 \quad \rightarrow \quad x=\frac{12600}{105}=\mathbf{120}$$



$$120+\frac{8}{100}\cdot 120=y$$

$$120+0{,}08\cdot 120=y \quad \rightarrow \quad 120+9{,}6=y \quad \rightarrow \quad y=\mathbf{129{,}6}$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

126 : 1,05 = 120

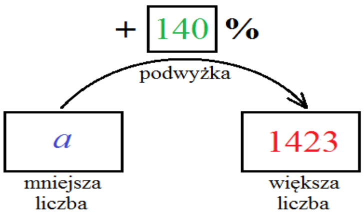
przy stawce VAT równej 5 %, trzeba cenę brutto **podzielić** przez 1,05, aby otrzymać cenę netto

Mając cenę netto 120 zł, wykorzystujemy kalkulator, doliczając 8 % VAT:

$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{8}\boxed{\%}$ → otrzymujemy wynik **129,6**, więc odp. **B** jest poprawna.

4.11.

Rozwiązanie I:



$$a+\frac{140}{100}\cdot a=1423 \qquad \Big|\cdot 100$$

$$\mathbf{100}a+\mathbf{100}\cdot\frac{140}{100}a=\mathbf{100}\cdot 1423$$

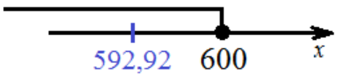
$$100a+140a=142300$$

$$240a=142300 \qquad |:240$$

$$a=\frac{142300}{240}$$

Wykonujemy dzielenie na kalkulatorze:

$a\approx 592{,}92$



Liczba 592,92 należy do przedziału $\left(-\infty,600\right\rangle$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Sprawdzamy po kolei odpowiedzi z użyciem kalkulatora.

Sprawdzamy odp. A, zakładając że $a = 600$

Naciskamy na kalkulatorze przyciski: $\boxed{6}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{4}\boxed{0}\boxed{\%}$

Otrzymujemy wynik 1440; ponieważ $1423 < 1440$, to $a < 600$, czyli $a\in\left(-\infty,600\right\rangle$.

4.12.

Rozwiązanie I:

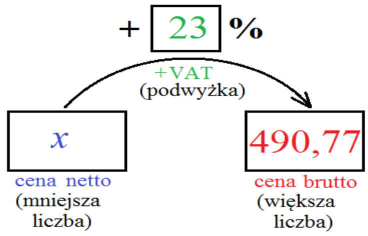
$$x+\frac{23}{100}\cdot x=490{,}77 \quad \Big|\cdot 100$$

$$\mathbf{100}x+\mathbf{100}\cdot\frac{23}{100}x=\mathbf{100}\cdot 490{,}77$$

$$100x+23x=49077$$

$$123x=49077 \quad |:123 \quad \rightarrow \quad x=\frac{49077}{123}=\mathbf{399}$$

Odp. **C**



Rozwiązanie II:

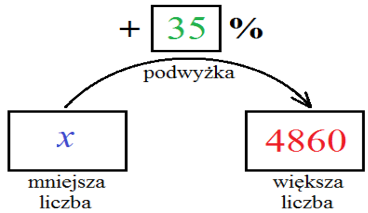
490,77 : 1,23 = **399**

przy stawce VAT równej 1,23 %, trzeba cenę brutto **podzielić** przez 1,23, aby otrzymać cenę netto

Cena netto równa 399 zł oznacza, że odp. **C** jest poprawna.

4.13.
Rozwiązanie I:

$$x+\frac{35}{100}\cdot x=4860 \qquad \Big|\cdot 100$$



$$\mathbf{100}x+\mathbf{100}\cdot\frac{35}{100}x=\mathbf{100}\cdot 4860$$

$$100x+35x=486000$$

$$135x=486000 \quad |:135 \quad \rightarrow \quad x=\frac{486000}{135}=\mathbf{3600}$$

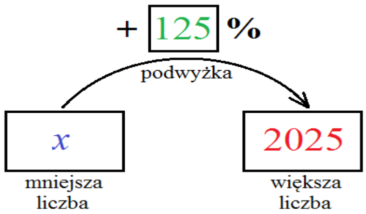
Liczba $\boldsymbol{x=3600}$ należy tylko do przedziału **B**. W przypadku odpowiedzi C mamy otwarte (niezamalowane) kółko przy liczbie 3600, więc przedział C **nie zawiera** liczby **3600**.
Odp. **B**

Rozwiązanie II:
4860 : 1,35 = **3600**

o sytuacji w zadaniu można myśleć jak o towarze objętym 35 % VAT-em, którego cena brutto wynosi 4860 zł, a szukana jest cena netto.

4.14.

Rozwiązanie I:



$$x+\frac{125}{100}\cdot x=2025 \qquad \Big|\cdot 100$$

$$\mathbf{100}x+\mathbf{100}\cdot\frac{125}{100}x=\mathbf{100}\cdot 2025$$

$$100x+125x=202500$$

$$225x=202500 \quad |:225 \quad \rightarrow \quad x=\frac{202500}{225}=\mathbf{900}$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Po kolei sprawdzamy prawdziwość podanych odpowiedzi, używając kalkulatora:

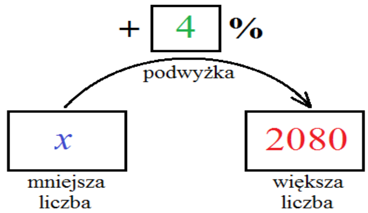
A. | 1 | 6 | 2 | 0 | + | 1 | 2 | 5 | % | → 3645

B. | 9 | 0 | 0 | + | 1 | 2 | 5 | % | → 2025, więc odp. **B** jest poprawna.

4.15.

Rozwiązanie I:

x – tegoroczna miesięczna pensja minimalna



$$x+\frac{4}{100}\cdot x=2080 \qquad |\cdot 100$$

$$\mathbf{100}x+\mathbf{100}\cdot\frac{4}{100}x=\mathbf{100}\cdot 2080$$

$$100x+4x=208000$$

$$104x=208000 \quad |:104 \quad \rightarrow \quad x=\frac{208000}{104}=\mathbf{2000}$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Po kolei sprawdzamy poprawność podanych odpowiedzi, używając kalkulatora:

A. $\boxed{2}\boxed{0}\boxed{4}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{4}\boxed{\%}$ → 2121,6

B. $\boxed{1}\boxed{9}\boxed{9}\boxed{6}\boxed{,}\boxed{8}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{4}\boxed{\%}$ → 2076,672

C. $\boxed{2}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{4}\boxed{\%}$ → 2080, więc odp. **C** jest poprawna.

4.16.

Rozwiązanie I:

Załóżmy, że towar przed podwyżkami kosztował 100 zł.

Obliczamy cenę tego towaru po obu podwyżkach za pomocą kalkulatora:

1	0	0	+	5	0	%	+	2	0	%

→ 180

Towar kosztował 100 zł, a po podwyżkach kosztuje 180 zł, oznacza to że podrożał o **80 %**.

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

x – cena towaru przed podwyżkami

$x \cdot 1{,}50 \cdot 1{,}20 = 1{,}80x$ cena towaru po obu podwyżkach

$1{,}80x - x = 0{,}80x = 80\ \%\ x$ od ceny po podwyżkach odejmujemy cenę przed podwyżkami

Oznacza to, że w wyniku obu podwyżek początkowa cena (x) została zwiększona o **80 %**.

4.17.

Rozwiązanie I:

Załóżmy, że towar przed podwyżkami kosztował 100 zł.

Obliczamy cenę tego towaru po obu podwyżkach za pomocą kalkulatora:

1	0	0	+	3	0	%	+	1	0	%

→ 143

Towar kosztował 100 zł, a po podwyżkach kosztuje 143 zł, oznacza to że podrożał o **43 %**.

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

x – cena towaru przed podwyżkami

$x \cdot 1{,}30 \cdot 1{,}10 = 1{,}43x$ cena towaru po obu podwyżkach

$1{,}43x - x = 0{,}43x = 43\ \%\ x$ od ceny po podwyżkach odejmujemy cenę przed podwyżkami

Oznacza to, że w wyniku obu podwyżek początkowa cena (x) została zwiększona o **43 %**.

4.18.

Rozwiązanie I:

Załóżmy, że wzrost Wojtka w 2015r. to 100 cm.

Obliczamy jego wzrost w 2017r. za pomocą kalkulatora:

1	0	0	+	1	0	%	+	5	%

→ 115,5

W 2015r. Wojtek miał 100 cm wzrostu, a w 2017r. miał 115,5 cm, więc podrósł o **15,5 %**.

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

x – wzrost Wojtka w 2015r.

$x \cdot 1{,}10 \cdot 1{,}05 = 1{,}155x$ obliczamy wzrost Wojtka w 2017r.

$1{,}155x - x = 0{,}155x = 15{,}5\ \%\ x$ od wzrostu z 2017r. odejmujemy wzrost z 2015r.

Oznacza to, że Wojtek w 2017r. był wyższy o **15,5 %** niż w 2015r.

4.19.

Rozwiązanie I:

Załóżmy, że towar przed podwyżkami kosztował 100 zł.

Obliczamy cenę tego towaru po obu podwyżkach za pomocą kalkulatora:

1	0	0	+	1	0	%	+	2	0	%

→ 132

Towar kosztował 100 zł, a po podwyżkach kosztuje 132 zł, oznacza to że podrożał o **32 %**.

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

x – cena towaru przed podwyżkami

$x \cdot 1{,}10 \cdot 1{,}20 = 1{,}32x$	cena towaru po obu podwyżkach
$1{,}32x - x = 0{,}32x = 32\ \%\ x$	od ceny po podwyżkach odejmujemy cenę przed podwyżkami

Oznacza to, że w wyniku obu podwyżek początkowa cena (x) została zwiększona o **32 %**.

4.20.
Rozwiązanie I:
Załóżmy, że kalkulator przed podwyżkami kosztował 100 zł.
Obliczamy cenę tego kalkulatora po obu podwyżkach za pomocą kalkulatora ☺:

1	0	0	+	1	0	%	+	1	0	%

→ 121

Kalkulator kosztował 100 zł, a po podwyżkach kosztuje 121 zł, więc podrożał o **21 %**.
Odp. **C**

Rozwiązanie II:
x – cena kalkulatora przed podwyżkami

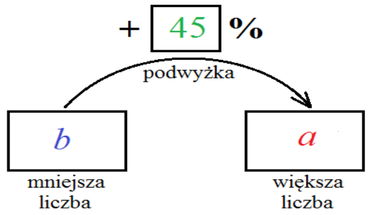
$x \cdot 1{,}10 \cdot 1{,}10 = 1{,}21x$	cena kalkulatora po obu podwyżkach
$1{,}21x - x = 0{,}21x = 21\%x$	od ceny po podwyżkach odejmujemy cenę przed podwyżkami

Oznacza to, że w wyniku obu podwyżek początkowa cena (x) została zwiększona o **21 %**.

4.21.

Rozwiązanie I:

Z treści zadania wynika, że $a > 0$, $b > 0$ oraz liczba a jest większa od liczby b.



$$b + \frac{45}{100} \cdot b = a \qquad \Big| \cdot 100$$

$$\mathbf{100}b + \mathbf{100} \cdot \frac{45}{100} b = \mathbf{100}a$$

$$100b + 45b = 100a$$

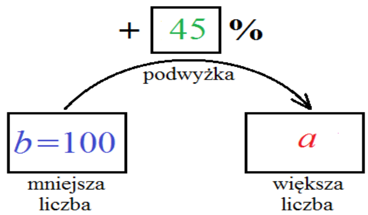
$$145b = 100a \qquad |:145$$

$$b = \frac{100a}{145} \approx 0{,}69a > \frac{2}{3}a$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Liczba a jest większa od liczby b. Zakładamy, że **liczba przed podwyżką** jest równa $b = 100$.



Obliczamy liczbę a (np. za pomocą kalkulatora)

1	0	0	+	4	5	%

→ wynik $a = 145$

Podstawiamy $a = 145$ oraz $b = 100$ do odpowiedzi:

A: $100 < 0{,}55 \cdot 145 \quad \rightarrow \quad 100 < 79{,}75$, nieprawda

B: $100 = 0{,}55 \cdot 145 \quad \rightarrow \quad 100 = 79{,}75$, nieprawda

C: $b = \frac{2}{3}a \quad \rightarrow \quad 100 = \frac{2}{3} \cdot 145$, nieprawda

D: $b > \frac{2}{3}a \quad \rightarrow \quad 100 > \frac{2}{3} \cdot 145 \quad \rightarrow \quad 100 > \frac{290}{3}$

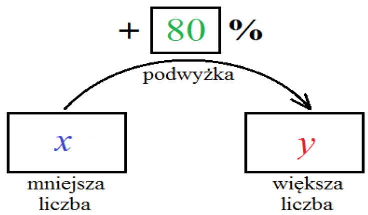
Ponieważ $\frac{290}{3} \approx 96{,}67$, to nierówność $100 > \frac{290}{3}$ jest prawdziwa. Odp. **D** jest prawidłowa.

4.22.

Rozwiązanie I:

Z treści zadania wynika, że $x > 0$, $y > 0$ oraz liczba y jest większa od liczby x.

$$x + \frac{80}{100} \cdot x = y \qquad \Big| \cdot 100$$



$$\mathbf{100}x + \mathbf{100} \cdot \frac{80}{100} x = \mathbf{100} y$$

$$100x + 80x = 100y$$

$$180x = 100y \quad |:180 \quad \rightarrow \quad x = \frac{100}{180} y \quad \rightarrow \quad x = \underbrace{0,(5)y}_{0,5555...y} < \underbrace{\frac{4}{5} y}_{0,8y}.$$

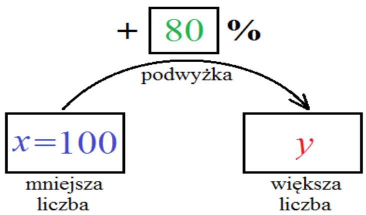
Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Liczba y jest większa od liczby x. Zakładamy, że **liczba przed podwyżką** wynosi $x = 100$.

Obliczamy liczbę y (np. za pomocą kalkulatora)

$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{8}\boxed{0}\boxed{\%}$ → wynik $y = 180$



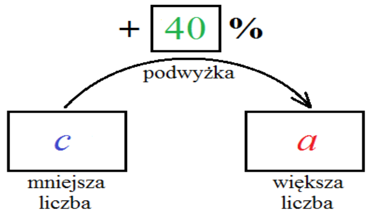
Podstawiamy $y = 180$ oraz $x = 100$,
sprawdzając po kolei odpowiedzi:

A: $\underbrace{100}_{x} < \underbrace{0,8}_{\frac{4}{5}} \cdot \underbrace{180}_{y} \quad \rightarrow \quad 100 < 144$, prawda; oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

4.23.

Rozwiązanie I:

Z treści zadania wynika, że liczba a jest większa od liczby c.



$$c+\frac{40}{100}\cdot c=a \qquad \Big|\cdot 100$$

$$\mathbf{100}c+\mathbf{100}\cdot\frac{40}{100}c=\mathbf{100}a$$

$$100c+40c=100a$$

$$140c=100a \quad |:140$$

$c=\dfrac{100}{140}a$, skracamy ułamek przez 20, otrzymujemy $c=\dfrac{5}{7}a$.

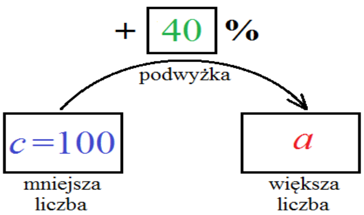
Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Liczba a jest większa od liczby c. Zakładamy, że **liczba przed podwyżką** wynosi $c = 100$.

Obliczamy liczbę a (np. za pomocą kalkulatora)

$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{4}\boxed{0}\boxed{\%}$ → wynik $a = 140$



Podstawiamy $a = 140$ oraz $c = 100$,
sprawdzając po kolei odpowiedzi:

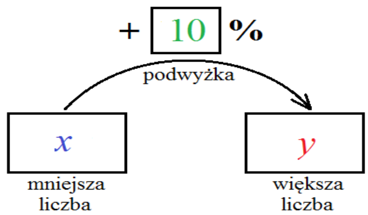
A: $100=\dfrac{5}{7}\cdot 140 \;\rightarrow\; 100=\dfrac{700}{7} \;\rightarrow\; 100=100$, prawda; oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

4.24.

Rozwiązanie I:

Z treści zadania wynika, że $x > 0$, $y > 0$ oraz liczba y jest większa od liczby x.

$$x + \frac{10}{100} \cdot x = y \qquad \Big| \cdot 100$$



$$\mathbf{100}x + \mathbf{100} \cdot \frac{10}{100} x = \mathbf{100} y$$

$$100x + 10x = 100y$$

$$110x = 100y \quad |:110 \quad \rightarrow \quad x = \frac{100}{110} y \quad \rightarrow \quad x = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{11}} y.$$

Odp. **C**

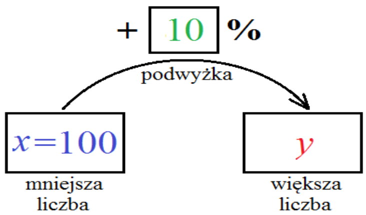
Rozwiązanie II:

Liczba y jest większa od liczby x. Zakładamy, że **liczba przed podwyżką** wynosi $x = 100$.

Obliczamy liczbę y (np. za pomocą kalkulatora)

1	0	0	+	1	0	%

→ wynik $y = 110$



Podstawiamy $y = 110$ oraz $x = 100$,
sprawdzając po kolei odpowiedzi:

A. $\underbrace{100}_{x} < \underbrace{0{,}818181...}_{\frac{9}{11}} \cdot \underbrace{110}_{y} \quad \rightarrow \quad 100 < 89{,}999999... \quad \rightarrow$ sprzeczność

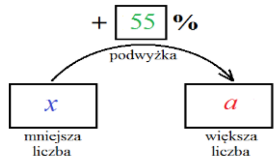
B. $\underbrace{100}_{x} = \underbrace{0{,}818181...}_{\frac{9}{11}} \cdot \underbrace{110}_{y} \quad \rightarrow \quad 100 = 89{,}999999... \quad \rightarrow$ sprzeczność

C. $\underbrace{100}_{x} = \frac{10}{11} \cdot \underbrace{110}_{y} \quad \rightarrow \quad 100 = \frac{10 \cdot 110}{11} \quad \rightarrow \quad 100 = \frac{1100}{11} \quad \rightarrow \quad 100 = 100$, prawda;

oznacza to, że odp. **C** jest poprawna.

4.25.
Rozwiązanie I:
Z treści zadania wynika, że $x > 0$, $a > 0$ oraz liczba a jest większa od liczby x.

$$x + \frac{55}{100} \cdot x = a \qquad \Big| \cdot 100$$



$$100x + 100 \cdot \frac{55}{100} x = 100a$$

$$100x + 55x = 100a$$

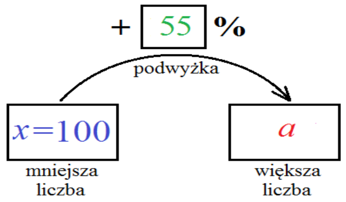
$$155x = 100a \quad |:155 \quad \rightarrow \quad x = \frac{100}{155} a \quad \rightarrow \quad x \approx 0{,}645a < \underbrace{0{,}666...a}_{\frac{2}{3}a}$$

Odp. **A**
Rozwiązanie II:
Liczba a jest większa od liczby x. Zakładamy, że **liczba przed podwyżką** wynosi $x = 100$.

Obliczamy liczbę a (np. za pomocą kalkulatora)

1	0	0	+	5	5	%

→ wynik $a = 155$



Podstawiamy $a = 155$ oraz $x = 100$,
sprawdzając po kolei odpowiedzi:

A. $\underbrace{100}_{x} < \underbrace{0{,}66666...}_{\frac{2}{3}} \cdot \underbrace{155}_{a} \quad \rightarrow \quad 100 < 103{,}3333...$, prawda; więc odp. **A** jest poprawna.

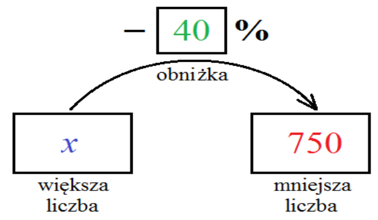
4.26.

Rozwiązanie I:

Zadania od 26. do 45. są związane z obniżkami, co sugerują słowa kluczowe: „obniżono”, „przeceniono”, „zmniejszono”, „mniejsza”, itp.

Do tych zadań można zastosować schemat widoczny obok.

Większa liczba będzie w tych zadaniach **zawsze** po lewej stronie schematu, a mniejsza – jako liczba po obniżce – po prawej.



Układamy równanie, zgodnie ze schematem:

$$x - \frac{40}{100}\cdot x = 750 \qquad \Big| \cdot 100$$

$$100x - 40x = 75000$$

$$60x = 75000 \qquad |:60$$

$$x = \frac{75000}{60} = 1250$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Mając w odpowiedziach A, B, C, D propozycje cen początkowych, sprawdzamy (za pomocą **kalkulatora**) jaka musi być cena pralki przed obniżką, aby cena po obniżce wyniosła 750 zł.

A: $\boxed{7}\boxed{9}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{4}\boxed{0}\boxed{\%}$, wynik 474 zł

B: $\boxed{1}\boxed{0}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{4}\boxed{0}\boxed{\%}$, wynik 630 zł

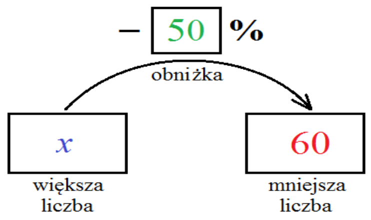
C: $\boxed{1}\boxed{1}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{4}\boxed{0}\boxed{\%}$, wynik 690 zł

D: $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{4}\boxed{0}\boxed{\%}$, wynik 750 zł, zatem odp. **D** jest poprawna.

4.27.

Rozwiązanie I:

Sformułowanie „obniżono o połowę” oznacza, że cenę obniżono o 50 %.



$$x - \frac{50}{100} \cdot x = 60 \quad \Big| \cdot 100$$

$$\mathbf{100}x - \mathbf{100} \cdot \frac{50}{100} x = \mathbf{100} \cdot 60$$

$$100x - 50x = 6000$$

$$50x = 6000 \quad |:50 \quad \rightarrow \quad x = \frac{6000}{50} = \mathbf{120}$$

Odp. **A**

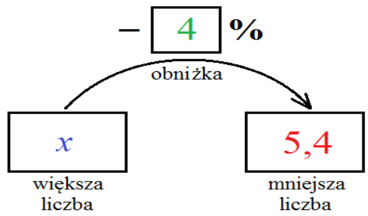
Rozwiązanie II:

Jeśli wiadomo, że cenę spodni obniżono o połowę, to wcześniej kosztowały **2 razy więcej**, więc $60 \cdot 2 = \mathbf{120}$ zł. Odp. **A** jest poprawna.

4.28.

Rozwiązanie I:

$$x-\frac{4}{100}\cdot x=5{,}4 \qquad \Big|\cdot 100$$



$$\mathbf{100}x-\mathbf{100}\cdot\frac{4}{100}x=\mathbf{100}\cdot 5{,}4$$

$$100x-4x=540$$

$$96x=540 \quad |:96 \quad \rightarrow \quad x=\frac{540}{96}=\mathbf{5{,}625}$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Za pomocą kalkulatora sprawdzamy, jaki musiał być początkowy stan rzeki, jeśli po obniżce o 4 % wynosi 5,4 m. Wykorzystujemy podane odpowiedzi:

A. | 5 | , | 4 | 4 | – | 4 | % | → 5,2224

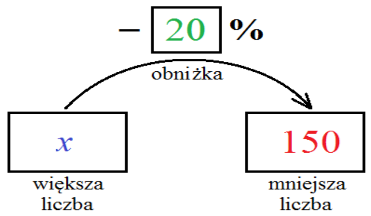
B. | 5 | , | 6 | 1 | 6 | – | 4 | % | → 5,39136

C. | 5 | , | 6 | 2 | 5 | – | 4 | % | → 5,4 , zatem odp. **C** jest poprawna.

4.29.

Rozwiązanie I:

$$x - \frac{20}{100} \cdot x = 150 \qquad \Big| \cdot 100$$



$$\mathbf{100}x - \mathbf{100} \cdot \frac{20}{100} x = \mathbf{100} \cdot 150$$

$$100x - 20x = 15000$$

$$80x = 15000 \quad |:80 \quad \rightarrow \quad x = \frac{15000}{80} = \mathbf{187{,}5}$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Za pomocą kalkulatora sprawdzamy, jaka musiała być początkowa cena krzesła, jeśli po obniżce o 20 % wynosi 150 zł. Wykorzystujemy podane odpowiedzi:

A. $\boxed{1}\boxed{7}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 136

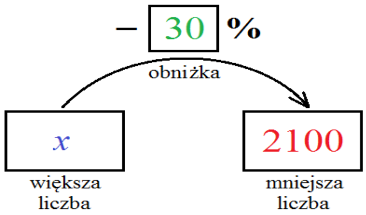
B. $\boxed{1}\boxed{8}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 144

C. $\boxed{1}\boxed{8}\boxed{7}\boxed{,}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 150, zatem odp. **C** jest poprawna.

4.30.

Rozwiązanie I:

$$x-\frac{30}{100}\cdot x=2100 \quad \Big| \cdot 100$$



$$\mathbf{100}x-\mathbf{100}\cdot\frac{30}{100}x=\mathbf{100}\cdot 2100$$

$$100x-30x=210000$$

$$70x=210000 \quad |:70 \quad \rightarrow \quad x=\frac{210000}{70}=\mathbf{3000}$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Za pomocą kalkulatora sprawdzamy, jaka musiała być początkowa cena komputera, jeśli po obniżce o 30 % wynosi 2100 zł. Wykorzystujemy podane odpowiedzi:

A. $\boxed{3}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{3}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 2100, więc odp. **A** jest poprawna.

4.31.

Rozwiązanie I:

Układamy równanie, zgodnie ze schematem przedstawionym obok.

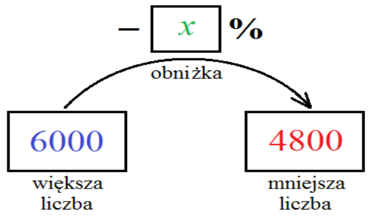
$$6000-\frac{x}{100}\cdot 6000=4800 \qquad \Big|\cdot 100$$

$$600000-6000x=480000$$

$$-6000x=480000-600000$$

$$-6000x=-120000 \qquad |:(-6000)$$

$$x=\frac{-120000}{-6000}=\mathbf{20}$$



Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Za pomocą kalkulatora sprawdzamy, jaka musiała być obniżka ceny kamery, aby po obniżce kamera kosztowała 4800 zł. Wykorzystujemy podane odpowiedzi:

A: $\boxed{6}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{4}\boxed{8}\boxed{\%}$, wynik 3120 zł

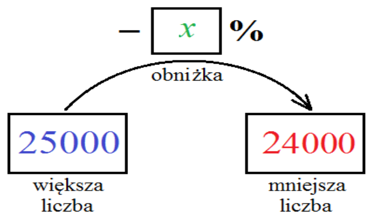
B: $\boxed{6}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{5}\boxed{\%}$, wynik 4500 zł

C: $\boxed{6}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}$, wynik 4800 zł, zatem odp. **C** jest poprawna.

4.32.

Rozwiązanie I:

$$25000-\frac{x}{100}\cdot 25000=24000 \quad \Big|\cdot 100$$



$$\mathbf{100}\cdot 25000-\mathbf{100}\cdot\frac{x}{100}\cdot 25000=\mathbf{100}\cdot 24000$$

$$2500000-25000x=2400000$$

$$-25000x=2400000-2500000$$

$$-25000x=-100000 \qquad |:(-25000)$$

$$x=\frac{-100000}{-25000}=\mathbf{4}$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

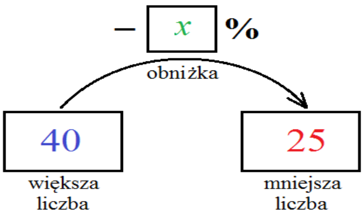
Za pomocą kalkulatora sprawdzamy, jaka musiała być obniżka ceny samochodu, aby po tej obniżce kosztował 24000 zł. Wykorzystujemy podane odpowiedzi:

A: | 2 | 5 | 0 | 0 | 0 | – | 4 | % | → 24000, więc odp. **A** jest poprawna.

4.33.

Rozwiązanie I:

$$40-\frac{x}{100}\cdot 40=25 \qquad \Big| \cdot 100$$



$$\mathbf{100}\cdot 40-\mathbf{100}\cdot\frac{x}{100}\cdot 40=\mathbf{100}\cdot 25$$

$$4000-40x=2500$$

$$-40x=2500-4000$$

$$-40x=-1500 \qquad |:(-40)$$

$$x=\frac{-1500}{-40}=\mathbf{37{,}5}$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Za pomocą kalkulatora sprawdzamy, jaka musiała być obniżka ceny, wykorzystując podane odpowiedzi:

A: $\boxed{4}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{1}\boxed{5}\boxed{\%}$ → 34

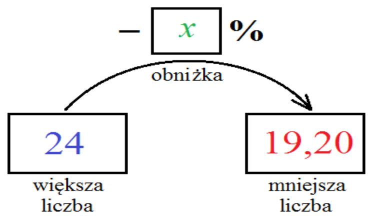
B: $\boxed{4}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{5}\boxed{\%}$ → 30

C: $\boxed{4}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{3}\boxed{7}\boxed{,}\boxed{5}\boxed{\%}$ → 25, więc odp. **C** jest poprawna.

4.34.

Rozwiązanie I:

$$24-\frac{x}{100}\cdot 24=19{,}20 \quad \Big|\cdot 100$$



$$\mathbf{100}\cdot 24-\mathbf{100}\cdot\frac{x}{100}\cdot 24=\mathbf{100}\cdot 19{,}20$$

$$2400-24x=1920$$

$$-24x=1920-2400$$

$$-24x=-480 \qquad |:(-24)$$

$$x=\frac{-480}{-24}=\mathbf{20}$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

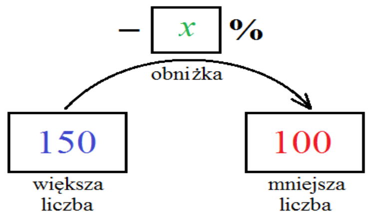
Za pomocą kalkulatora sprawdzamy, jaka musiała być obniżka ceny, aby po obniżce zestaw zabawek kosztował 19,20 zł. Wykorzystujemy podane odpowiedzi:

A: $\boxed{2}\boxed{4}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 19,2 ; oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

4.35.

Rozwiązanie I:

$$150-\frac{x}{100}\cdot 150=100 \quad \Big|\cdot 100$$



$$\mathbf{100}\cdot 150-\mathbf{100}\cdot\frac{x}{100}\cdot 150=\mathbf{100}\cdot 100$$

$$15000-150x=10000$$

$$-150x=10000-15000$$

$$-150x=-5000 \quad |:(-150)$$

$$x=\frac{-5000}{-150}=\mathbf{33{,}33333}...$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Wykorzystujemy to, że $33\frac{1}{3}\%$ to w przybliżeniu 33,33 %.

Za pomocą kalkulatora sprawdzamy, jaka musiała być obniżka ceny pierwszej wizyty kosztującej 150 zł, aby druga wizyta kosztowała 100 zł. Wykorzystujemy podane odpowiedzi:

A. $\boxed{1}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{5}\boxed{\%}$ → 142,5

B. $\boxed{1}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{5}\boxed{\%}$ → 112,5

C. $\boxed{1}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{3}\boxed{3}\boxed{,}\boxed{3}\boxed{3}\boxed{\%}$ → 100,005

D. $\boxed{1}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 75

Spośród uzyskanych wyników, najbliżej wyniku 100 zł jest zdecydowanie odp. **C**, i to ona jest poprawna.

4.36.

Rozwiązanie I:

Zakładamy, że cena początkowa tego towaru to 100 zł.

Cenę końcową obliczamy na kalkulatorze:

1	0	0	–	3	0	%	–	2	0	%

→ 56 zł

Towar przed obniżkami kosztował 100 zł, a po obniżkach 56 zł.

Obniżka to 100 – 56 = 44 zł, co stanowi **44 %** kwoty początkowej (100 zł).

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

x – cena początkowa towaru (przed obniżkami)

$(1-0{,}30)\cdot(1-0{,}20)x = 0{,}70\cdot 0{,}80x = 0{,}56x$ – cena po obniżkach

$x - 0{,}56x = 0{,}44x = \mathbf{44}\%x$ – wielkość obniżki

4.37.

Rozwiązanie I:

Z treści zadania wynika, że za każdym razem cena malała o 50 %.
Zakładamy, że cena początkowa tego towaru to 100 zł.
Cenę końcową obliczamy na kalkulatorze:

1	0	0	–	5	0	%	–	5	0	%

→ 25 zł

Obniżka to 100 – 25 = 75 zł, co stanowi **75 %** kwoty początkowej (100 zł).
Odp. **C**

Rozwiązanie II:

x – cena początkowa towaru (przed obniżkami)
$(1-0{,}50)\cdot(1-0{,}50)x = 0{,}50\cdot 0{,}50x = 0{,}25x$ – cena po obniżkach
$x - 0{,}25x = 0{,}75x = \mathbf{75}\%x$ – wielkość obniżki

4.38.

Rozwiązanie I:

Zakładamy, że Adam początkowo miał 100 zł oszczędności.

Obliczamy kalkulatorem końcową kwotę oszczędności Adama:

1	0	0	−	2	0	%	−	9	0	%

→ 8 zł

Adam stracił 100 – 8 = 92 zł, co stanowi **92 %** kwoty początkowej (100 zł).

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

x – początkowe oszczędności Adama (przed obniżkami)

$(1-0{,}20)\cdot(1-0{,}90)x = 0{,}80\cdot 0{,}10x = 0{,}08x$ – oszczędności Adama po zabraniu pieniędzy przez Piotrka i Rafała

$x - 0{,}08x = 0{,}92x = \mathbf{92}\%x$ – wielkość obniżki

4.39.

Rozwiązanie I:

Załóżmy, że Polska miała przed rozbiorami powierzchnię równą 100 jednostek.

Na kalkulatorze obliczamy powierzchnię Polski po drugim rozbiorze:

$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{3}\boxed{0}\boxed{\%}\boxed{-}\boxed{6}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 28 jednostek

Utracone ziemie = 100 – 28 = **72** jednostki, co stanowi **72 %** początkowej powierzchni (100).

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

x – powierzchnia Polski przed rozbiorami

$(1-0{,}30)\cdot(1-0{,}60)x = 0{,}70\cdot 0{,}40x = 0{,}28x$ – powierzchnia Polski po drugim rozbiorze

$x - 0{,}28x = 0{,}72x = \mathbf{72}\%x$ – utracone ziemie w wyniku obu rozbiorów

4.40.

Rozwiązanie I:

Załóżmy, że $d = 100$. Na kalkulatorze obliczamy liczbę d po obu zmniejszeniach:

1	0	0	−	4	0	%	−	2	0	%

→ 48

Różnica pomiędzy liczbami to 100 – 48 = **52**, więc liczba ***d*** została zmniejszona o **52 %**.

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

d – liczba dodatnia

$(1-0{,}40)\cdot(1-0{,}20)d = 0{,}60\cdot 0{,}80d = 0{,}48d$ – liczba d po zmniejszeniach

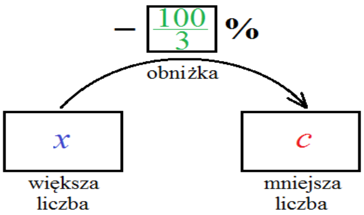
Różnica między liczbami = $d - 0{,}48d = 0{,}52d = \mathbf{52}\%d$

Liczba d została zmniejszona o **52 %**.

4.41.

Rozwiązanie I:

Korzystamy ze schematu przedstawionego obok, uwzględniając $33\frac{1}{3}\% = \frac{100}{3}\%$:



$$x - \frac{\frac{100}{3}}{100}\cdot x = c \quad \Big|\cdot 100$$

$$\mathbf{100}\cdot 100x - \mathbf{100}\cdot\frac{\frac{100}{3}}{100}x = \mathbf{100}\cdot 100c$$

$$100x - \frac{100}{3}x = 100c \quad |\cdot 3$$

$$\mathbf{3}\cdot 100x - \mathbf{3}\cdot\frac{100}{3}x = \mathbf{3}\cdot 100c$$

$$300x - 100x = 300c$$

$$200x = 300c \quad |:200 \quad \rightarrow \quad x = \frac{300}{200}c \quad \rightarrow \quad x = \frac{3}{2}c$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Podstawiamy 100 za liczbę podlegającą zmniejszeniu. Zatem $x = 100$. Znając wielkość obniżki (w przybliżeniu jest to 33,33%) możemy za pomocą **kalkulatora** obliczyć liczbę c.

1	0	0	−	3	3	,	3	3	%

, wynik 66,67. Zatem $c = 66{,}67$.

Podstawiamy $x = 100$ oraz $c = 66{,}67$ do odpowiedzi patrząc, który z warunków jest spełniony:

A: $x < \frac{2}{3}c \quad \rightarrow \quad 100 < \frac{2}{3}\cdot 66{,}67 \quad \rightarrow \quad 100 < 44{,}45$

B: $x = \frac{2}{3}c \quad \rightarrow \quad 100 = \frac{2}{3}\cdot 66{,}67 \quad \rightarrow \quad 100 = 44{,}45$

C: $x = \frac{3}{2}c \quad \rightarrow \quad 100 = \frac{3}{2}\cdot 66{,}67 \quad \rightarrow \quad 100 = 100{,}005$, w przybliżeniu $100 = 100$

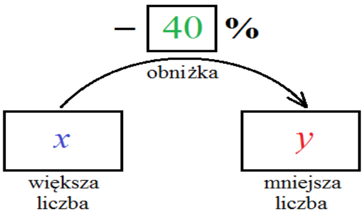
D: $x > \frac{3}{2}c \quad \rightarrow \quad 100 > \frac{3}{2}\cdot 66{,}67 \quad \rightarrow \quad 100 > 100{,}005$, w przybliżeniu $100 > 100$

Oznacza to, że odp. **C** jest poprawna.

4.42.

Rozwiązanie I:

$$x-\frac{40}{100}\cdot x=y \quad \Big|\cdot 100$$



$$\mathbf{100}x-\mathbf{100}\cdot\frac{40}{100}x=\mathbf{100}y$$

$$100x-40x=100y$$

$$60x=100y \qquad |:60$$

$x=\frac{100}{60}y$ → skracamy ułamek przez 20, otrzymując $x=\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}y$.

Odp. **C**

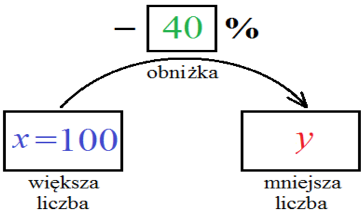
Rozwiązanie II:

Załóżmy, że $x=100$.

Obliczamy y za pomocą kalkulatora:

1	0	0	−	4	0	%

→ $y=60$



Podstawiamy $x=100$ oraz $y=60$ do propozycji odpowiedzi:

A. $100<\frac{3}{5}\cdot 60 \quad\to\quad 100<\frac{180}{5} \quad\to\quad 100<36$ → sprzeczność

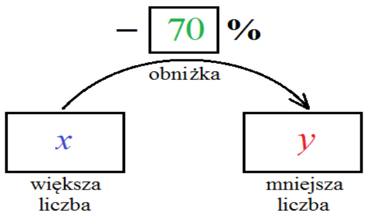
B. $100=\frac{3}{5}\cdot 60 \quad\to\quad 100=\frac{180}{5} \quad\to\quad 100=36$ → sprzeczność

C. $100=\frac{5}{3}\cdot 60 \quad\to\quad 100=\frac{300}{3} \quad\to\quad 100=100$ → prawda, zatem odp. **C** jest poprawna.

4.43.

Rozwiązanie I:

$$x - \frac{70}{100}\cdot x = y \qquad \Big|\cdot 100$$



$$\mathbf{100}x - \mathbf{100}\cdot\frac{70}{100}x = \mathbf{100}y$$

$$100x - 70x = 100y$$

$$30x = 100y \qquad |:30$$

$x = \frac{100}{30}y$ → skracamy ułamek przez 10, otrzymując $x = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{3}}y$.

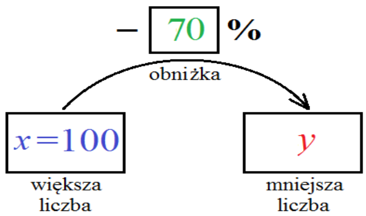
Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Załóżmy, że na początku było $x = 100$ litrów wody w zbiorniku.

Obliczamy y za pomocą kalkulatora:

$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{7}\boxed{0}\boxed{\%}$ → $y = 30$



Podstawiamy $x = 100$ oraz $y = 30$ do propozycji odpowiedzi:

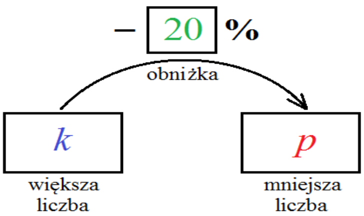
A. $100 = \frac{3}{10}\cdot 30 \rightarrow 100 = \frac{90}{10} \rightarrow 100 = 9$, sprzeczność

B. $100 = \frac{10}{3}\cdot 30 \rightarrow 100 = \frac{300}{3} \rightarrow 100 = 100$ → prawda, więc odp. **B** jest poprawna.

4.44.

Rozwiązanie I:

$$k-\frac{20}{100}\cdot k=p \qquad \Big|\cdot 100$$



$$\mathbf{100}k-\mathbf{100}\cdot\frac{20}{100}k=\mathbf{100}p$$

$$100k-20k=100p$$

$$80k=100p \qquad |:80$$

$$k=\frac{100}{80}p \qquad \to \qquad k=\mathbf{1{,}25}p$$

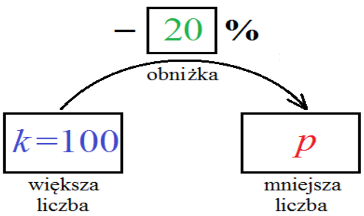
Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Założenie, że $k = 100$ spowoduje, że w łatwy sposób policzymy wartość p:

1	0	0	−	2	0	%

→ $p = 80$



Podstawiamy $k = 100$ oraz $p = 80$ do równań przedstawionych w odpowiedziach:

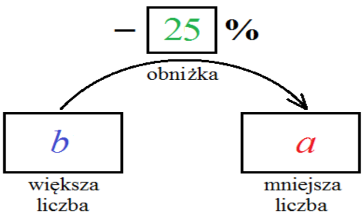
A. $100=0{,}8\cdot 80 \quad \to \quad 100=64$ → sprzeczność

B. $100=0{,}2\cdot 80 \quad \to \quad 100=16$ → sprzeczność

C. $100=1{,}25\cdot 80 \quad \to \quad 100=100$ → prawda, zatem odp. **C** jest poprawna.

4.45.

Rozwiązanie I:



$$b - \frac{25}{100} \cdot b = a \quad \Big| \cdot 100$$

$$\mathbf{100}b - \mathbf{100} \cdot \frac{25}{100} b = \mathbf{100}a$$

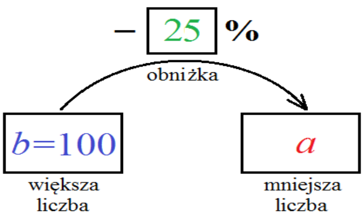
$$100b - 25b = 100a$$

$$75b = 100a \quad |:75$$

$b = \frac{100}{75} a$, skracamy ułamek przez 25 → $b = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}} a$.

Odp. **C**

Rozwiązanie II:



Załóżmy, że większa z liczb, czyli b, jest równa $\boldsymbol{b = 100}$.
Pozwoli to w łatwy sposób obliczyć mniejszą liczbę a.

1	0	0	−	2	5	%

→ $a = 75$

Podstawiamy $b = 100$ oraz $a = 75$ do równań przedstawionych w odpowiedziach:

A. $100 < \frac{3}{4} \cdot 75 \quad \to \quad 100 < \frac{225}{4} \quad \to \quad 100 < 56{,}25$ → sprzeczność

B. $100 = \frac{3}{4} \cdot 75 \quad \to \quad 100 = \frac{225}{4} \quad \to \quad 100 = 56{,}25$ → sprzeczność

C. $100 = \frac{4}{3} \cdot 75 \quad \to \quad 100 = \frac{300}{3} \quad \to \quad 100 = 100$ → prawda, zatem odp. **C** jest poprawna.

4.46.

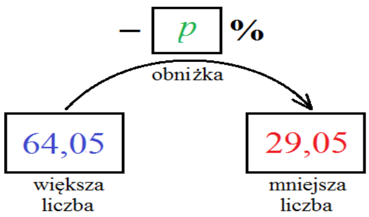
Używając kalkulatora, obliczamy liczbę mln Polaków i Niemców tuż po wojnie:

$\boxed{3}\boxed{5}\boxed{-}\boxed{1}\boxed{7}\boxed{\%}$ → 29,05 mln Polaków

$\boxed{7}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{8}\boxed{,}\boxed{5}\boxed{\%}$ → 64,05 mln Niemców

Ze względu na słowo kluczowe „**mniej**” w treści zadania, używamy schematu **obniżkowego**:

$$64{,}05-\frac{p}{100}\cdot 64{,}05=29{,}05 \qquad \Big|\cdot 100$$



$$\mathbf{100}\cdot 64{,}05-\mathbf{100}\cdot\frac{p}{100}\cdot 64{,}05=\mathbf{100}\cdot 29{,}05$$

$$6405-64{,}05p=2905$$

$$-64{,}05p=2905-6405$$

$$-64{,}05p=-3500 \qquad |:(-64{,}05)$$

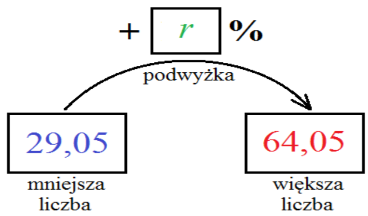
$$p=\frac{-3500}{-64{,}05}=\frac{3500}{64{,}05}\approx\mathbf{54{,}64}$$

Wynik $p\approx 54{,}64$ mieści się między 50 a 60, więc spełniony jest warunek $50<p<60$.

Odp. **C**

4.47.
Używamy schematu **podwyżkowego** (słowo kluczowe „**więcej**”):

$$29{,}05 + \frac{r}{100} \cdot 29{,}05 = 64{,}05 \qquad \Big| \cdot 100$$



$$\mathbf{100} \cdot 29{,}05 + \mathbf{100} \cdot \frac{r}{100} \cdot 29{,}05 = \mathbf{100} \cdot 64{,}05$$

$$2905 + 29{,}05r = 6405$$

$$29{,}05r = 6405 - 2905$$

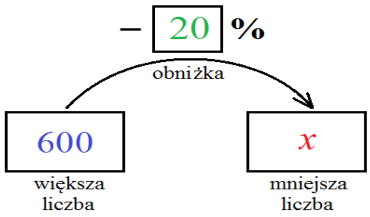
$$29{,}05r = 3500 \qquad | : 29{,}05$$

$$r = \frac{3500}{29{,}05} \approx \mathbf{120{,}48} > 120$$

Odp. **D**

4.48.

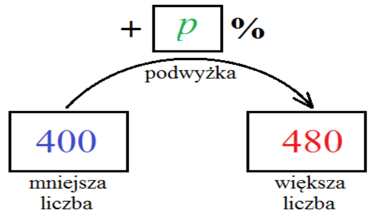
Obliczamy cenę kurtki w sklepie *X* po przecenie.



Zdanie „*W sklepie X kurtkę* ***przeceniono*** *o 20 %.*" zawiera słowo **przeceniono**, dlatego korzystamy ze schematu **obniżkowego** (najłatwiej to obliczyć kalkulatorem):

$\boxed{6}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}$ → $x = 480$ (po przecenie)

Zdanie „*(...) kurtka w sklepie X jest* ***droższa*** *od kurtki ze sklepu Y o:*" zawiera słowo **droższa**, więc tym razem używamy schematu **podwyżkowego**:



$$400 + \frac{p}{100} \cdot 400 = 480 \quad \Big| \cdot 100$$

$$\mathbf{100} \cdot 400 + \mathbf{100} \cdot \frac{p}{100} \cdot 400 = \mathbf{100} \cdot 480$$

$$40000 + 400p = 48000$$

$$400p = 48000 - 40000$$

$$400p = 8000 \quad |:400 \quad \rightarrow \quad p = \frac{8000}{400} = \mathbf{20}.$$

Odp. **B**

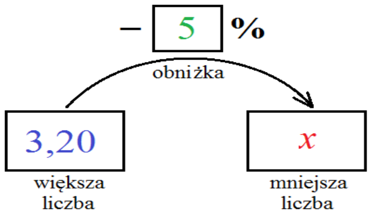
Uwaga! Zamiast rozwiązywać równanie $400 + \frac{p}{100} \cdot 400 = 480$ można też sprawdzać podane w odpowiedziach wartości procentowe, używając kalkulatora:

A. $\boxed{4}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{5}\boxed{\%}$ → 460

B. $\boxed{4}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 480, więc odp. **B** musi być poprawna.

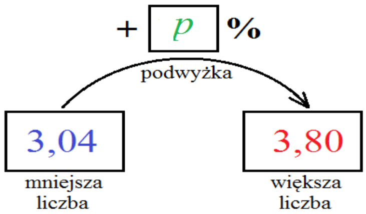
4.49.

Obliczamy aktualną cenę lodów śmietankowych.



Zdanie „*W zeszłym miesiącu lody śmietankowe kosztowały 3,20 zł, a obecnie kosztują o 5 % **mniej***” zawiera słowo **mniej**, więc korzystamy ze schematu **obniżkowego** (najłatwiej wykonać obliczenia kalkulatorem):

$\boxed{3}\boxed{,}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{5}\boxed{\%}$ → 3,04



W zdaniu „*Aktualnie, lody cytrynowe są **droższe** od śmietankowych o*:” występuje słowo **droższe**, więc korzystamy ze schematu **podwyżkowego**:

$$3{,}04+\frac{p}{100}\cdot 3{,}04=3{,}80 \qquad \Big|\cdot 100$$

$$\mathbf{100}\cdot 3{,}04+\mathbf{100}\cdot\frac{p}{100}\cdot 3{,}04=\mathbf{100}\cdot 3{,}80$$

$$304+3{,}04p=380$$

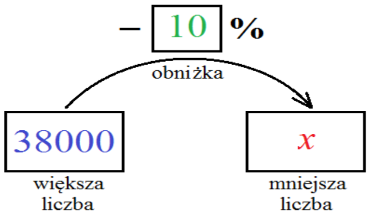
$$3{,}04p=380-304$$

$$3{,}04p=76 \quad |:3{,}04 \quad \rightarrow \quad p=\frac{76}{3{,}04}=\mathbf{25}.$$

Odp. **C**

4.50.

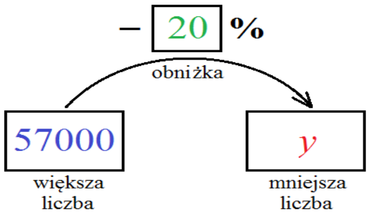
Słowo „**przeceniono**” oznacza, że będziemy korzystać ze schematu **obniżkowego**.



Obliczenie ceny obu pojazdów po obniżkach najłatwiej zrealizować za pomocą kalkulatora:

3	8	0	0	0	−	1	0	%

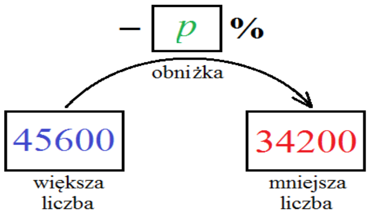
→ $x = \mathbf{34200}$
ford po obniżce



5	7	0	0	0	−	2	0	%

→ $y = \mathbf{45600}$
opel po obniżce

W zdaniu: „*Po przecenach, ford jest **tańszy** od opla o*:” słowo **tańszy** sprawia, że znów należy użyć schematu **obniżkowego**:



Można rozwiązać równanie

$$45600 - \frac{p}{100} \cdot 45600 = 34200$$

jednak łatwiej będzie użyć strategii eliminacji, używając kalkulatora:

A. 4 5 6 0 0 − 5 0 % → $22800 \neq 34200$

B. 4 5 6 0 0 − 4 0 % → $27360 \neq 34200$

C. 4 5 6 0 0 − 3 3 , 3 3 % → $30401{,}52 \neq 34200$

D. 4 5 6 0 0 − 2 5 % → 34200

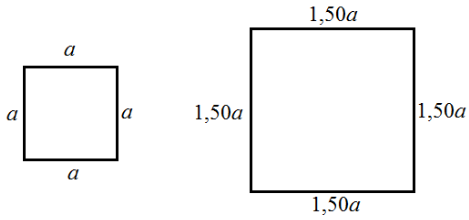
Odp. **D**

4.51.

Rozwiązanie I:

a – bok kwadratu przed wydłużeniem

1,50a – bok kwadratu po wydłużeniu o połowę (czyli o 50 %)



Obliczamy pola obu kwadratów:

$$P_1 = a \cdot a = a^2 \qquad P_2 = 1{,}50a \cdot 1{,}50a = 2{,}25a^2$$

Korzystamy ze schematu podwyżkowego ze względu na słowo kluczowe „**wzrost**”:

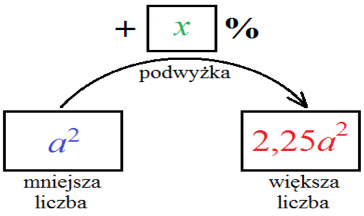
$$a^2 + \frac{x}{100} \cdot a^2 = 2{,}25a^2 \quad \Big| \cdot 100$$

$$100a^2 + a^2 \cdot x = 225a^2 \quad | : a^2$$

$$100 + x = 225$$

$$x = 225 - 100$$

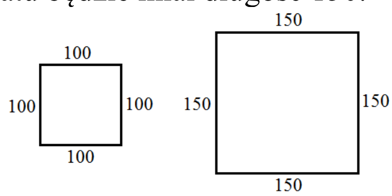
$$x = 125$$



Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Załóżmy, że bok kwadratu przed wydłużeniem ma długość 100. Jeśli go wydłużymy o połowę (o 50 %), to bok nowego kwadratu będzie miał długość 150.



Obliczamy pola obu kwadratów:

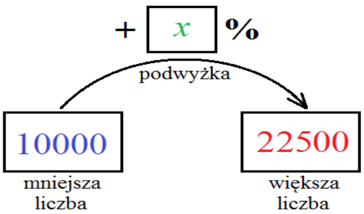
$$P_1 = 100 \cdot 100 = 10000 \qquad P_2 = 150 \cdot 150 = 22500$$

$$10000 + \frac{x}{100} \cdot 10000 = 22500 \quad \Big| \cdot 100$$

$$1000000 + 10000x = 2250000$$

$$10000x = 2250000 - 1000000$$

$$10000x = 1250000 \quad \rightarrow \quad x = 125$$



Uwaga! Zamiast liczyć x za pomocą równania, można wykorzystać kalkulator i proponowane odpowiedzi:

A: | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | + | 2 | 5 | % |, wynik 12500

B: | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | + | 1 | 2 | 5 | % |, wynik 22500 (poprawna odpowiedź)

C: | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | + | 2 | 0 | 0 | % |, wynik 30000

D: | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | + | 2 | 2 | 5 | % |, wynik 32500

4.52.

Rozwiązanie I:

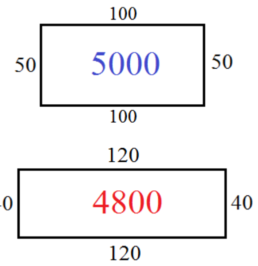
a, *b* – boki prostokąta przed zmianami; $a \cdot b$ - pole prostokąta przed zmianami

1,20*a*, 0,80*b* – boki prostokąta po zmianach $1{,}20a \cdot 0{,}80b = \mathbf{0{,}96}a \cdot b$ – pole po zmianach

Mnożnik **0,96**, który pojawił się przy wyliczeniu pola prostokąta po zmianach długości boków sprawia, że pole prostokąta się **zmniejszyło**, a taką możliwość mamy jedynie w odp. **D**
Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Wymyślamy dowolne dodatnie długości boków prostokąta, spełniające warunek $a > b$.
Np. niech dłuższy bok $\boldsymbol{a} = \mathbf{100}$ oraz krótszy $\boldsymbol{b} = \mathbf{50}$.
Pole prostokąta $a \cdot b = 100 \cdot 50 = 5000$.

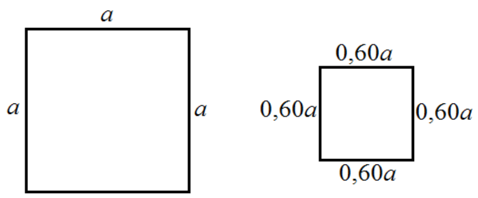


$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}$ → **120**

$\boxed{5}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}$ → **40**

Pole prostokąta po zmianach długości boków wynosi $120 \cdot 40 = 4800$, więc się zmniejszyło.
Oznacza to, że odp. **D** (jedyna mówiąca o zmniejszeniu pola) jest poprawna.

4.53.
Rozwiązanie I:
a – bok kwadratu przed zmniejszeniem
0,60a – bok kwadratu po skróceniu o 40 %

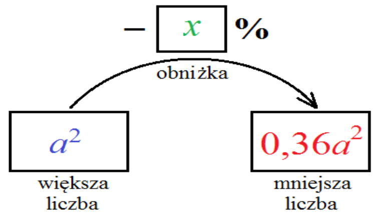


Obliczamy pola obu kwadratów:

$$P_1 = a \cdot a = a^2 \qquad P_2 = 0{,}60a \cdot 0{,}60a = 0{,}36a^2$$

Korzystamy ze schematu **obniżkowego**, ze względu na słowo kluczowe „**zmniejszy się**”:

$$a^2 - \frac{x}{100} \cdot a^2 = 0{,}36a^2 \quad \Big| \cdot 100$$



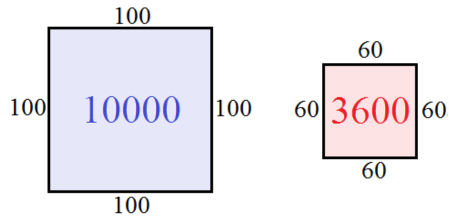
$$\mathbf{100}a^2 - \mathbf{100} \cdot \frac{x}{100} \cdot a^2 = \mathbf{100} \cdot 0{,}36a^2$$
$$100a^2 - a^2 \cdot x = 36a^2 \qquad |: a^2$$
$$100 - x = 36$$
$$-x = 36 - 100$$
$$-x = -64 \quad \rightarrow \quad x = \mathbf{64}$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:
Wymyślamy dowolną długość boku kwadratu, np. $\boldsymbol{a} = \mathbf{100}$.

Po zmniejszeniu o 40 % długość boku kwadratu to $100 - 40\%$ → czyli **60**

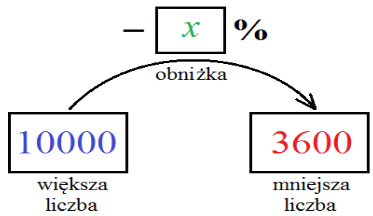
Pola obu kwadratów wynoszą: $100 \cdot 100 = \mathbf{10000}$
oraz $60 \cdot 60 = \mathbf{3600}$.



W zdaniu:
„*(...) pole tego kwadratu **zmniejszy się** o:*”

słowo **zmniejszy się** powoduje,
że będziemy korzystali ze schematu **obniżkowego**.
Można rozwiązać równanie

$$10000 - \frac{x}{100} \cdot 10000 = 3600$$



jednak łatwiej będzie sprawdzić propozycje zamieszczone w odpowiedziach:

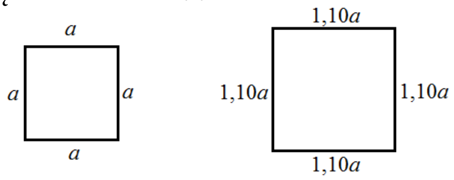
A. $10000 - 10\%$ → $9000 \neq 3600$
B. $10000 - 36\%$ → $6400 \neq 3600$
C. $10000 - 40\%$ → $6400 \neq 3600$
D. $10000 - 64\%$ → 3600

Oznacza to, że odp. **D** jest poprawna.

4.54.

a – bok kwadratu przed zwiększeniem

1,10a – bok kwadratu po zwiększeniu o 10 %



Obliczamy pola obu kwadratów:

$$P_1 = a \cdot a = a^2 \qquad P_2 = 1{,}10a \cdot 1{,}10a = 1{,}21a^2$$

Ułamek 1,**21**a^2 sprawia, że pole kwadratu wzrosło o **21 %**.

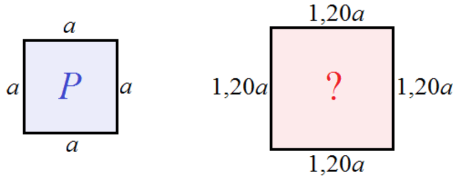
Odp. **C**

4.55.

Rozwiązanie I:

a – bok kwadratu przed zwiększeniem

$1{,}20a$ – bok kwadratu po wydłużeniu o 20 %



Pole mniejszego kwadratu: $a \cdot a = a^2 = P$

Pole większego kwadratu: $1{,}20a \cdot 1{,}20a = 1{,}44\underbrace{a^2}_{P} = \mathbf{1{,}44}P$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Przyjmijmy dowolną liczbę oznaczającą pole kwadratu, np. $\boldsymbol{P = 100}$.

Jeśli pole $P = 100$, to bok kwadratu $a = 10$.

$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}$ → 12 liczymy długość boku kwadratu po wydłużeniu o 20%

Pole kwadratu o boku 12 wynosi $12 \cdot 12 = \mathbf{144}$.

Podstawiamy $P = 100$ do propozycji podanych w odpowiedziach.

Łatwo zgadnąć, że odp. **B** musi być poprawna, bo $1{,}44P = 1{,}44 \cdot 100 = \mathbf{144}$

4.56.
Dla uproszczenia obliczeń zakładamy, że początkowa liczba $b = 100$ i dalsze obliczenia wykonujemy na **kalkulatorze**:
$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{2}\boxed{5}\boxed{\%}$, otrzymujemy ostateczny wynik $r = 390$.
Liczba r stanowi **390 %** liczby b.
Odp. **D**

4.57.
Zakładamy, że $c = 100$ i wykorzystujemy kalkulator:
$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{4}\boxed{0}\boxed{\%}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{0}\boxed{\%}$ → wynik **312**.
Odp. **D**

4.58.
Zakładamy, że $a = 100$ i wykorzystujemy kalkulator:
$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{6}\boxed{0}\boxed{\%}\boxed{\times}\boxed{2}\boxed{=}$ → wynik **320**.
Odp. **C**

4.59.
Zakładamy, że $a = 100$ i wykorzystujemy kalkulator, sprawdzając po kolei odpowiedzi.
Końcowym rezultatem obliczeń musi być liczba **2*a***, czyli **200** (bo założyliśmy $a = 100$)
A. $\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{5}\boxed{\%}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{5}\boxed{\%}$ → wynik $168{,}75 \neq 200$
B. $\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{5}\boxed{\%}\boxed{+}\boxed{6}\boxed{0}\boxed{\%}$ → wynik **200**.
Odp. **B**

4.60.
Zakładamy, że cena masła to 100. Wykorzystujemy kalkulator:
$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{5}\boxed{\%}$ → wynik **138**.
Odp. **D**

4.61.

Rozwiązanie I:

Zakładamy, że towar przed obniżkami kosztował 100 zł. Z treści zadania wynika, że najpierw jego cena zmalała o 40 %, a potem o połowę (czyli o 50 %). Obliczenia wykonujemy na **kalkulatorze**:

$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{-}\boxed{4}\boxed{0}\boxed{\%}\boxed{-}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{\%}$, otrzymujemy wynik 30 zł.

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

x – cena towaru przed obniżkami

$(1-0{,}40)\cdot(1-0{,}50)\cdot x$ – cena towaru po obu obniżkach

$(1-0{,}40)\cdot(1-0{,}50)\cdot x = 0{,}60\cdot 0{,}50\cdot x = 0{,}30x = \mathbf{30}\%x$

4.62.

Rozwiązanie I:

Załóżmy, że x = 100 zł. Obliczenia wykonujemy na kalkulatorze:

1	0	0	−	3	0	%	−	6	0	%

→ wynik 28 zł.

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

x – kwota początkowa

$(1-0{,}30)\cdot(1-0{,}60)\cdot x$ – kwota pozostała po opłaceniu rachunków i żywności

$$(1-0{,}30)\cdot(1-0{,}60)\cdot x = 0{,}70\cdot 0{,}40\cdot x = 0{,}28x = \mathbf{28}\%\, x$$

4.63.

Rozwiązanie I:

Załóżmy, że kalkulator kosztował 100 zł. Obliczenia wykonujemy na kalkulatorze ☺

1	0	0	–	1	0	%	–	5	%

→ wynik 85,5 zł.

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

x – początkowa cena kalkulatora

$(1-0{,}10)\cdot(1-0{,}05)\cdot x$ – cena kalkulatora po obu obniżkach

$(1-0{,}10)\cdot(1-0{,}05)\cdot x = 0{,}90\cdot 0{,}95\cdot x = 0{,}855x = \mathbf{85{,}5}\% x$.

4.64.

Rozwiązanie I:

Załóżmy, że książka przed przecenami kosztowała 100 zł. Korzystamy z kalkulatora:

1	0	0	−	1	5	%	−	2	0	%

→ wynik 68 zł.

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

x – początkowa cena książki

$(1-0{,}15)\cdot(1-0{,}20)\cdot x$ – cena książki po obu obniżkach

$(1-0{,}15)\cdot(1-0{,}20)\cdot x = 0{,}85\cdot 0{,}80\cdot x = 0{,}68x = \mathbf{68}\%x$.

4.65.

Rozwiązanie I:

Załóżmy, że spodnie kosztowały 100 zł przed obniżkami ceny. Korzystamy z kalkulatora:

1	0	0	–	3	0	%	–	7	0	%

→ wynik 21 zł.

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

x – początkowa cena spodni

$(1-0{,}30)\cdot(1-0{,}70)\cdot x$ – cena spodni po obu obniżkach ceny

$(1-0{,}30)\cdot(1-0{,}70)\cdot x = 0{,}70\cdot 0{,}30\cdot x = 0{,}21x = \mathbf{21}\% x$.

4.66.
Niech boki czworokąta mają długości: $3a$, $7a$, $17a$, $23a$.
Wówczas obwód tego czworokąta jest równy $3a + 7a + 17a + 23a = \mathbf{50a}$
Suma dwóch najkrótszych boków: $3a + 7a = \mathbf{10a}$
$$\frac{10a}{50a} = \frac{10}{50} = 0{,}2 = \mathbf{20}\%.$$
Odp. **C**

4.67.
$5x$ – mąka
$4x$ – cukier
$3x$ – jajka
$5x + 4x + 3x = 12x$ → biszkopt
$$\frac{3x}{12x} = \frac{3}{12} = 0{,}25 = \mathbf{25}\%$$
Odp. **B**

4.68.
$9x$, $8x$, $3x$ – boki trójkąta
$9x + 8x + 3x = 20x$ – obwód trójkąta
$9x + 3x = 12x$ – suma długości najdłuższego i najkrótszego boku
$$p = \frac{12x}{20x} = \frac{12}{20} = 0{,}6 = \mathbf{60}\%.$$
Odp. **C**

4.69.
3 – bramki zwycięskiej drużyny,   5 – wszystkie bramki w meczu
$$\frac{3}{5} = 0{,}6 = \mathbf{60}\%.$$
Odp. **B**

4.70.
$4x$ – ilość żółtej farby
x – ilość czerwonej farby
$4x + x = 5x$ – całkowita ilość farby (pomarańczowej)
$$\frac{x}{5x} = \frac{1}{5} = \mathbf{20}\%.$$
Odp. **A**

4.71.

Liczymy 1 % liczby *c*:

$$\frac{4}{3}:150=\frac{4}{3}:\frac{150}{1}=\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{150}=\frac{4}{450}=\frac{2}{225}.$$

Obliczamy całą (100%) liczbę *c*, mnożąc $\frac{2}{225}$ przez 100.

$c=\frac{2}{225}\cdot 100=\frac{2\cdot 100}{225}=\frac{200}{225}$. Skracając ułamek przez 25, otrzymujemy $c=\frac{8}{9}$.

Odwrotnością liczby $c=\frac{8}{9}$ jest liczba $\frac{9}{8}=\mathbf{1{,}125}$.

Odp. **B**

4.72.
Liczymy 1 % ceny pojazdu → 3000 zł : 12 = 250 zł
Cały (100%) pojazd kosztuje → $250 \cdot 100 = \mathbf{25000}$ zł.
Odp. **A**

4.73.

Liczymy 1 % liczby *a* → 80 : 16 = 5

Cała (100%) liczby *a* → $a = 5 \cdot 100 = \mathbf{500}$

O liczbie $a = 500$ myślimy jako $a = \frac{500}{1}$. Wówczas, odwrotność liczby *a* to $\frac{1}{500}$.

Zatem $\frac{1}{500} = \mathbf{0{,}002}$.

Odp. **C**

4.74.

Liczymy 1 % liczby x → $66 : 40 = 1,65$

Cała (100%) liczba x → $x = 1,65 \cdot 100 = \mathbf{165}$.

Odp. **D**

4.75.

Liczymy 1 % książki → $45 : 4 = 11{,}25$

Cała książka → $11{,}25 \cdot 100 = \mathbf{1125}$.

Odp. **B**