**5.1.**

Z treści zadania wynika, że $x+y=-6$ oraz $x^2+y^2=60$. Należy obliczyć $x\cdot y$.

$\left(\underbrace{x+y}_{-6}\right)^2=\underbrace{x^2+y^2}_{60}+2xy$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(-6)^2=60+2xy$ $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$

$36=60+2xy$ iloczyn $xy$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$-2xy=60-36$

$-2xy=24 \quad |:(-2)$ nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x$ i oddzielnie $y$

$xy=\frac{24}{-2} \quad \rightarrow \quad xy=\mathbf{-12}$.

Odp. **B**

**5.2.**

$$\Big(\underbrace{x+y}_{7}\Big)^2 = \underbrace{x^2+y^2}_{45} + 2xy$$

korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$7^2 = 45 + 2xy$

$49 = 45 + 2xy$

$-2xy = 45 - 49$

$-2xy = -4 \quad |:(-2)$

iloczyn $xy$ traktujemy jak jedną niewiadomą

nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x$ i oddzielnie $y$

$xy = \frac{-4}{-2} \quad \rightarrow \quad xy = \mathbf{2}$ .

Odp. **C**

**5.3.**

$$\left(\underbrace{a+b}_{-3}\right)^2=\underbrace{a^2+b^2}_{83}+2ab$$

korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(-3)^2=83+2ab$

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$

$9=83+2ab$

$-2ab=83-9$

iloczyn $ab$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$-2ab=74 \quad |:(-2)$

nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $a$ i oddzielnie $b$

$ab=\frac{74}{-2} \quad \rightarrow \quad ab=\mathbf{-37}$.

Odp. **D**

**5.4.**

$\left(\underbrace{a+b}_{-10}\right)^2 = \underbrace{a^2+b^2}_{100} + 2ab$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(-10)^2 = 100 + 2ab$ $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$100 = 100 + 2ab$

$-2ab = 100 - 100$ iloczyn $ab$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$-2ab = 0 \quad |:(-2)$ nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $a$ i oddzielnie $b$

$ab = \frac{0}{-2} \quad \rightarrow \quad ab = \mathbf{0}$ .

Odp. **A**

**5.5.**

$\left(\underbrace{p+r}_{-6}\right)^2 = \underbrace{p^2+r^2}_{72} + 2pr$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(-6)^2 = 72 + 2pr$ $(p+r)^2 = p^2 + r^2 + 2pr$

$36 = 72 + 2pr$

$-2pr = 72 - 36$ iloczyn $pr$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$-2pr = 36 \quad |:(-2)$ nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $p$ i oddzielnie $r$

$pr = \frac{36}{-2} \quad \to \quad pr = \mathbf{-18}$.

Odp. **A**

**5.6.**

$\left(\underbrace{a-b}_{-3}\right)^2 = \underbrace{a^2+b^2}_{14} - 2ab$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(-3)^2 = 14 - 2ab$ $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

$9 = 14 - 2ab$

$2ab = 14 - 9$ iloczyn $ab$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$2ab = 5 \quad |:2$ nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $a$ i oddzielnie $b$

$ab = \mathbf{\frac{5}{2}}$.

Odp. **B**

**5.7.**

$$\Big(\underbrace{x-y}_{5}\Big)^2=\underbrace{x^2+y^2}_{31}-2xy$$

korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$$(x-y)^2=x^2+y^2-2xy$$

$5^2=31-2xy$

$25=31-2xy$

$2xy=31-25$

iloczyn $xy$ traktujemy jak jedną niewiadomą
nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x$ i oddzielnie $y$

$2xy=6 \quad |:2$

$xy=\mathbf{3}$.

Odp. **A**

**5.8.**

Z treści zadania wynika, że $x-y=9$ oraz $x^2+y^2=137$. Należy obliczyć $x\cdot y$.

$\Big(\underbrace{x-y}_{9}\Big)^2=\underbrace{x^2+y^2}_{137}-2xy$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$9^2=137-2xy$ $(x-y)^2=x^2+y^2-2xy$

$81=137-2xy$

$2xy=137-81$ iloczyn $xy$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$2xy=56 \quad |:2$ nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x$ i oddzielnie $y$

$xy=\mathbf{28}$.

Odp. **B**

**5.9.**

$$\left(\underbrace{y-x}_{8}\right)^2=\underbrace{y^2+x^2}_{72}-2yx$$

korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(y-x)^2=y^2+x^2-2yx$

$8^2=72-2yx$

$64=72-2yx$

$2yx=72-64$

iloczyn $yx$ traktujemy jak jedną niewiadomą
nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $y$ i oddzielnie $x$

$2yx=8 \quad |:2$

$yx=4 \quad \rightarrow \quad xy=\mathbf{4}$.

Odp. **C**

**5.10.**

$$\Big(\underbrace{x-y}_{-4}\Big)^2=\underbrace{x^2+y^2}_{44}-2xy$$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(-4)^2=44-2xy$ $\quad$ $(x-y)^2=x^2+y^2-2xy$

$16=44-2xy$

$2xy=44-16$ $\quad$ iloczyn $xy$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$2xy=28 \quad |:2$ $\quad$ nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x$ i oddzielnie $y$

$xy=\mathbf{14}$.

Odp. **D**

---

**5.11.**

Z treści zadania wynika, że $x+y=11$ oraz $x \cdot y = 24$. Należy obliczyć $x^2+y^2$.

$\left(\underbrace{x+y}_{11}\right)^2 = x^2+y^2+2\underbrace{xy}_{24}$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$11^2 = x^2+y^2+2\cdot 24$ $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$

$121 = x^2+y^2+48$

$121-48 = x^2+y^2$ sumę $x^2+y^2$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$\mathbf{73} = x^2+y^2$. nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x^2$ i oddzielnie $y^2$

Odp. **D**

**5.12.**

$$\left(\underbrace{a+b}_{8}\right)^2 = a^2 + b^2 + 2\underbrace{ab}_{14}$$

korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$8^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot 14$

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$64 = a^2 + b^2 + 28$

$64 - 28 = a^2 + b^2$

sumę $a^2 + b^2$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$\mathbf{36} = a^2 + b^2$.

nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $a^2$ i oddzielnie $b^2$

Odp. **A**

**5.13.**

Z treści zadania wynika, że $x+y=2$ oraz $x \cdot y=-11$. Należy obliczyć $x^2+y^2$.

Od razu odrzucamy odpowiedzi A i B. Suma kwadratów nigdy nie może być ujemna.

$\left(\underbrace{x+y}_{2}\right)^2 = x^2+y^2+2\underbrace{xy}_{(-11)}$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$2^2 = x^2+y^2+2\cdot(-11)$ $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$

$4 = x^2+y^2-22$

$4+22 = x^2+y^2$ sumę $x^2+y^2$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$\mathbf{26} = x^2+y^2$. nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x^2$ i oddzielnie $y^2$

Odp. **D**

**5.14.**

Z treści zadania wynika, że $x+y=4$ oraz $x \cdot y=4$. Należy obliczyć $x^2+y^2$.

$\left(\underbrace{x+y}_{4}\right)^2 = x^2+y^2+2\underbrace{xy}_{4}$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$4^2 = x^2+y^2+2\cdot 4$ $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$

$16 = x^2+y^2+8$

$16-8 = x^2+y^2$ sumę $x^2+y^2$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$\mathbf{8} = x^2+y^2$. nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x^2$ i oddzielnie $y^2$

Odp. **D**

**5.15.**

$\left(\underbrace{a+b}_{3}\right)^2 = a^2 + b^2 + 2\underbrace{ab}_{(-20)}$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$3^2 = a^2 + b^2 + 2\cdot(-20)$ $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$9 = a^2 + b^2 - 40$

$9 + 40 = a^2 + b^2$ sumę $a^2 + b^2$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$\mathbf{49} = a^2 + b^2$. nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $a^2$ i oddzielnie $b^2$

Odp. **C**

---

**5.16.**
Ponieważ $a < 0$ oraz $b < 0$ (obie liczby ujemne), to ich suma musi być ujemna, tzn. $a+b<0$.
Z tego powodu odrzucamy odpowiedzi A i C (tam suma jest dodatnia).

$(a+b)^2 = \underbrace{a^2+b^2}_{53} + 2\underbrace{ab}_{14}$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(a+b)^2 = 53 + 2\cdot 14$ $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$

$(a+b)^2 = 53 + 28$ sumę $a+b$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$(a+b)^2 = 81$ nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $a$ i oddzielnie $b$

$a+b=\sqrt{81}$ lub $a+b=-\sqrt{81}$ równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania

Ze względu na wcześniejsze założenie $a+b<0$, pasuje tylko $a+b=-\sqrt{81}$, więc $a+b=\mathbf{-9}$
Odp. **D**

**5.17.**

Mamy dodatnie liczby, więc $x > 0$ oraz $y > 0$, zatem suma musi być dodatnia, tzn. $x + y > 0$.

| | |
|---|---|
| $(x+y)^2 = \underbrace{x^2 + y^2}_{4,25} + 2\underbrace{xy}_{1}$ | korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia |
| $(x+y)^2 = 4,25 + 2 \cdot 1$ | $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ |
| $(x+y)^2 = 4,25 + 2$ | sumę $x + y$ traktujemy jak jedną niewiadomą |
| $(x+y)^2 = 6,25$ | nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x$ i oddzielnie $y$ |
| $x + y = \sqrt{6,25}$ lub $x + y = -\sqrt{6,25}$ | równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania |

Ze względu na wcześniejsze założenie $x + y > 0$, pasuje tylko $x + y = \sqrt{6,25}$.

$x + y = \sqrt{6,25} = 2,5 = 2\frac{1}{2} = \mathbf{\frac{5}{2}}$.

Odp. **C**

**5.18.**

Z treści zadania wynika, że $x < 0$, $y < 0$, $x \cdot y = 12$ oraz $x^2 + y^2 = 40$. Należy obliczyć $x + y$.
Suma dwóch ujemnych liczb $x < 0$, $y < 0$ jest ujemna, więc zakładamy że $x + y < 0$.
Odrzucamy odpowiedzi C i D.

$(x+y)^2 = \underbrace{x^2 + y^2}_{40} + 2\underbrace{xy}_{12}$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(x+y)^2 = 40 + 2 \cdot 12$ $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$(x+y)^2 = 40 + 24$ sumę $x + y$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$(x+y)^2 = 64$ nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x$ i oddzielnie $y$

$x + y = \sqrt{64}$ lub $x + y = -\sqrt{64}$ równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania

Ponieważ założyliśmy $x + y < 0$, pasuje tylko ujemne rozwiązanie $x + y = -\sqrt{64}$, czyli $x + y = \mathbf{-8}$.

Odp. **A**

**5.19.**

Mamy dodatnie liczby $x > 0$, $y > 0$, więc ich suma jest dodatnia, tzn. $x + y > 0$.

| | |
|---|---|
| $(x+y)^2 = \underbrace{x^2 + y^2}_{20} + 2\underbrace{xy}_{8}$ | korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia |
| $(x+y)^2 = 20 + 2 \cdot 8$ | $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ |
| $(x+y)^2 = 20 + 16$ | sumę $x + y$ traktujemy jak jedną niewiadomą |
| $(x+y)^2 = 36$ | nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x$ i oddzielnie $y$ |
| $x + y = \sqrt{36}$ lub $x + y = -\sqrt{36}$ | równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania |

Ponieważ $x + y > 0$, to wybieramy dodatnie rozwiązanie $x + y = \sqrt{36}$, zatem $x + y = \mathbf{6}$.

Odp. **A**

**5.20.**

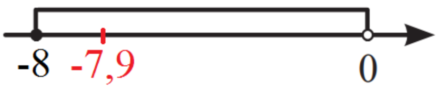
Mamy ujemne liczby $x < 0$ oraz $y < 0$, więc ich suma jest ujemna, tzn. $x + y < 0$.

| | |
|---|---|
| $(x+y)^2 = \underbrace{x^2+y^2}_{57} + 2\underbrace{xy}_{3}$ | korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia |
| $(x+y)^2 = 57 + 2\cdot 3$ | $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$ |
| $(x+y)^2 = 57+6$ | sumę $x+y$ traktujemy jak jedną niewiadomą |
| $(x+y)^2 = 63$ | nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x$ i oddzielnie $y$ |
| $x+y=\sqrt{63}$ lub $x+y=-\sqrt{63}$ | równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania |

Ponieważ $x + y < 0$, to wybieramy ujemne rozwiązanie $x + y = -\sqrt{63}$.

Korzystając z kalkulatora, przybliżamy $\sqrt{63} \approx \mathbf{7{,}9}$, zatem $x + y \approx \mathbf{-7{,}9}$.

Liczba **–7,9** znajduje się między **–8** a **0**, więc należy do przedziału $\langle -8, 0)$.




Odp. **B**

**5.21.**

W założeniu $x < y$ przenosimy $y$ na lewą stronę, otrzymując $x - y < 0$.
Oznacza to, że wyrażenie $x - y$ musi być **ujemne**.
Odrzucamy odp. B i D (bo w tych odpowiedziach $x - y$ jest dodatnie).

| | |
|---|---|
| $(x-y)^2 = \underbrace{x^2 + y^2}_{18} - 2\underbrace{xy}_{5}$ | korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia |
| $(x-y)^2 = 18 - 2 \cdot 5$ | $(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$ |
| $(x-y)^2 = 18 - 10$ | różnicę $x - y$ traktujemy jak jedną niewiadomą |
| $(x-y)^2 = 8$ | nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x$ i oddzielnie $y$ |
| $x - y = \sqrt{8}$ lub $x - y = -\sqrt{8}$ | równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania |

Ponieważ $x - y < 0$, to wybieramy ujemne rozwiązanie $x - y = -\sqrt{8}$, czyli
$x - y = \underbrace{-2\sqrt{2}}_{-\sqrt{8}}$.

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad 2$$

Odp. **C**

**5.22.**

$$\Big(\underbrace{a-b}_{4}\Big)^2=\underbrace{a^2+b^2}_{9}-2ab$$

korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$

$4^2=9-2ab$

$16=9-2ab$

$2ab=9-16$

$2ab=-7 \quad |:2$

$ab=-\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}.$

iloczyn $a\cdot b$ traktujemy jak jedną niewiadomą
nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $a$ i oddzielnie $b$

Odp. **C**

**5.23.**

W założeniu $x < y$ przenosimy $y$ na lewą stronę, otrzymując $x - y < 0$.
Oznacza to, że wyrażenie $x - y$ musi być **ujemne**.
Odrzucamy odp. D (bo w tej odpowiedzi $x - y$ jest dodatnie).

$(x-y)^2 = \underbrace{x^2 + y^2}_{68} - 2\underbrace{xy}_{12}$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(x-y)^2 = 68 - 2 \cdot 12$ $\qquad (x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

$(x-y)^2 = 68 - 24$ różnicę $x - y$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$(x-y)^2 = 44$ nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x$ i oddzielnie $y$

$x - y = \sqrt{44}$ lub $x - y = -\sqrt{44}$ równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania

Ponieważ $x - y < 0$, to wybieramy
ujemne rozwiązanie $x - y = -\sqrt{44}$,
czyli $x - y = -\underbrace{2\sqrt{11}}_{\sqrt{44}}$.

$$\begin{array}{r|l} 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad 2$$

Odp. **C**

**5.24.**

$$\Big(\underbrace{a-b}_{10}\Big)^2=\underbrace{a^2+b^2}_{110}-2ab$$

korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$10^2=110-2ab$

$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$

$100=110-2ab$

iloczyn $a \cdot b$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$2ab=110-100$

nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $a$ i oddzielnie $b$

$2ab=10 \quad |:2$

$ab=\mathbf{5}$.

Odp. **A**

**5.25.**

Z treści zadania wynika, że $x-y=5$ oraz $x^2+y^2=59$. Należy obliczyć $x \cdot y$.

$\left(\underbrace{x-y}_{5}\right)^2=\underbrace{x^2+y^2}_{59}-2xy$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$5^2=59-2xy$ $(x-y)^2=x^2+y^2-2xy$

$25=59-2xy$ iloczyn $x \cdot y$ traktujemy jak jedną niewiadomą

$2xy=59-25$ nie ma potrzeby liczyć oddzielnie $x$ i oddzielnie $y$

$2xy=34 \quad \to \quad xy=\mathbf{17}$.

Odp. **A**

**5.26.**

Ze sformułowania o odwrotności wynika, że $x = \frac{1}{y} \quad \rightarrow \quad xy = 1$

Należy obliczyć kwadrat sumy $x + y$, czyli $(x+y)^2$.

Jeśli liczby $x$ i $y$ są odwrotne, to $x \cdot y = 1$

$(x+y)^2 = \underbrace{x^2 + y^2}_{7} + 2\underbrace{xy}_{1}$

korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$(x+y)^2 = 7 + 2 \cdot 1$

$(x+y)^2 = 7 + 2$

$(x+y)^2 = \mathbf{9}$.

Odp. **B**

**5.27.**

Ze sformułowania o odwrotności wynika, że $a = \frac{1}{b} \quad \rightarrow \quad ab = 1$.

Ze sformułowania o sumie kwadratów wynika, że $a^2 + b^2 = 30$.

Jeśli liczby $a$ i $b$ są odwrotne, to $a \cdot b = 1$

$(a+b)^2 = \underbrace{a^2 + b^2}_{30} + 2\underbrace{ab}_{1}$

korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$(a+b)^2 = 30 + 2 \cdot 1$

$(a+b)^2 = 30 + 2$

$(a+b)^2 = \mathbf{32}$.

Odp. **D**

**5.28.**

Z treści zadania mamy $x < 0$ oraz $x = \frac{1}{y}$.

Jeśli liczby $x$ i $y$ są odwrotne, to $x \cdot y = 1$

Odwrotnością ujemnej liczby $x$ jest ujemna liczba $y$

Z tego wynika, że $y < 0$ oraz $xy = 1$.

Suma liczb ujemnych $x < 0$ oraz $y < 0$ jest ujemna, tzn. $x + y < 0$.

Z tego powodu odrzucamy odpowiedzi C i D.

$(x+y)^2 = \underbrace{x^2 + y^2}_{7} + 2\underbrace{xy}_{1}$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(x+y)^2 = 7 + 2 \cdot 1$ $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$(x+y)^2 = 7 + 2$

$(x+y)^2 = 9$

$x + y = \sqrt{9}$ lub $x + y = -\sqrt{9}$ równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania

Założenie $x + y < 0$ spełnia tylko równanie $x + y = -\sqrt{9}$, zatem $x + y = \mathbf{-3}$.

Odp. **A**

**5.29.**

Z treści zadania mamy $x > 0$ oraz $x = \frac{1}{y}$.

Jeśli liczby $x$ i $y$ są odwrotne, to $x \cdot y = 1$

Odwrotnością dodatniej liczby $x$ jest dodatnia liczba $y$

Z tego wynika, że $y > 0$ oraz $xy = 1$.

Suma liczb dodatnich $x > 0$ oraz $y > 0$ jest dodatnia, tzn. $x + y > 0$.

$(x+y)^2 = \underbrace{x^2 + y^2}_{5} + 2\underbrace{xy}_{1}$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(x+y)^2 = 5 + 2 \cdot 1$ $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$(x+y)^2 = 5 + 2$

$(x+y)^2 = 7$

$x + y = \sqrt{7}$ lub $x + y = -\sqrt{7}$ równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania

Założenie $x + y > 0$ jest spełnione jedynie przez pierwszą równość, $x + y = \sqrt{\mathbf{7}}$.

Odp. **D**

**5.30.**

Z treści zadania wynika, że $a > 0$, $b > 0$, $a \cdot b = 1$ oraz $a^2 + b^2 = 94$.

Suma dodatnich liczb $a$ i $b$ jest dodatnia, tzn. $a + b > 0$.

$(a+b)^2 = \underbrace{a^2 + b^2}_{94} + 2\underbrace{ab}_{1}$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(a+b)^2 = 94 + 2 \cdot 1$ $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$(a+b)^2 = 96$ równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania

$a + b = \sqrt{96}$ lub $a + b = -\sqrt{96}$

Założenie $a + b > 0$ jest spełnione

tylko przez pierwszą równość, $a + b = \sqrt{96}$.

$a + b = \sqrt{96} \quad \rightarrow \quad a + b = \mathbf{4\sqrt{6}}$.

Odp. **C**

$$\begin{array}{r|l}
96 & 2 \\
48 & 2 \\
24 & 2 \\
12 & 2 \\
6 & 2 \\
3 & 3 \\
1 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
2 \\
2
\end{array}$$

**Uwaga!** Zamiast rozkładać liczbę 96 na czynniki pierwsze, można – używając kalkulatora – przybliżyć $\sqrt{96} \approx \mathbf{9{,}8}$ oraz przybliżyć liczbę z odp. C: $4\sqrt{6} \approx 4 \cdot 2{,}45 = \mathbf{9{,}8}$, co oznacza, że odp. **C** musi być poprawna.

**5.31.**

Jeśli liczby $x$ i $y$ są przeciwne, to $x+y=0$

Z treści zadania wynika, że $x+y=0$ oraz $x^2+y^2=24$. Należy obliczyć wartość $x \cdot y$.

$\Big(\underbrace{x+y}_{0}\Big)^2 = \underbrace{x^2+y^2}_{24} + 2xy$

korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$

$0^2 = 24+2xy$

$0 = 24+2xy$

$-2xy = 24 \quad |:(-2) \quad \to \quad xy = \mathbf{-12}$.

Odp. **C**

**5.32.**

Jeśli liczby $x$ i $y$ są przeciwne, to $x+y=0$

Z treści zadania wynika, że $x+y=0$ oraz $x\cdot y=-2{,}25$. Należy obliczyć wartość $x^2+y^2$.

$$\Big(\underbrace{x+y}_{0}\Big)^2=x^2+y^2+2\cdot\underbrace{xy}_{(-2{,}25)}$$

korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$$

$$0^2=x^2+y^2+2\cdot(-2{,}25)$$

$$0=x^2+y^2-4{,}5$$

$$4{,}5=x^2+y^2 \quad\rightarrow\quad 4\frac{1}{2}=x^2+y^2 \quad\rightarrow\quad \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{2}}=x^2+y^2.$$

Odp. **B**

**5.33.**

**Z treści zadania wynika, że** $x+y=0$ **oraz** $x^2+y^2=33$**. Należy obliczyć wartość** $x \cdot y$**.**

Jeśli liczby $x$ i $y$ są przeciwne, to $x+y=0$

$$\left(\underbrace{x+y}_{0}\right)^2=\underbrace{x^2+y^2}_{33}+2xy$$

korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$$

$0^2=33+2xy$

$0=33+2xy$

$-2xy=33 \quad |:(-2)$

$xy=\mathbf{-16{,}5}$.

Odp. **A**

**5.34.**

Z treści zadania wynika, że $x+y=0$ oraz $x\cdot y=-18$.

Jeśli liczby $x$ i $y$ są przeciwne, to $x+y=0$

Należy obliczyć wartość $x^2+y^2$.

$\Big(\underbrace{x+y}_{0}\Big)^2=x^2+y^2+2\underbrace{xy}_{(-18)}$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$0^2=x^2+y^2+2\cdot(-18)$ $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$

$0=x^2+y^2-36$

$\mathbf{36}=x^2+y^2$.

Odp. **D**

**5.35.**

Z treści zadania wynika, że $x+y=0$ oraz $x^2+y^2=2016$. Należy obliczyć wartość $x \cdot y$.

Jeśli liczby $x$ i $y$ są przeciwne, to $x+y=0$

$\left(\underbrace{x+y}_{0}\right)^2 = \underbrace{x^2+y^2}_{2016}+2xy$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$0^2 = 2016+2xy$ $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$

$0=2016+2xy$

$-2xy=2016 \quad |:(-2)$, więc $xy=-\mathbf{1008}$.

Odp. **C**

---

**5.36.**

**Rozwiązanie I**:

$\underbrace{x^2 - y^2}_{-100} = (x-y)\underbrace{(x+y)}_{4\sqrt{5}}$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$-100 = (x-y)\cdot 4\sqrt{5} \quad |:(4\sqrt{5})$ wyznaczamy $x-y$

$\frac{-100}{4\sqrt{5}} = x-y$ skracamy ułamek przez 4

$\frac{-25}{\sqrt{5}} = x-y$ przenosimy $x$ i $y$ na lewo, a liczbę $\frac{-25}{\sqrt{5}}$ na prawo

$y-x = \frac{25}{\sqrt{5}} = \frac{25}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{25\sqrt{5}}{5} = \mathbf{5\sqrt{5}}$ usuwamy niewymierność z mianownika

Odp. **C**

**Rozwiązanie II**:

Wykorzystując kalkulator, korzystamy z przybliżenia $\sqrt{5} \approx 2{,}24$.

Wówczas $x+y \approx \underbrace{4\cdot 2{,}24}_{4\sqrt{5}} \rightarrow x+y = \mathbf{8{,}96}$

$\underbrace{x^2 - y^2}_{-100} = (x-y)\underbrace{(x+y)}_{8{,}96}$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$-100 = (x-y)\cdot 8{,}96 \quad |:8{,}96$ wyznaczamy $x-y$

$\frac{-100}{8{,}96} = x-y$ dzielimy $-100 : 8{,}96$

$-11{,}16 = x-y$ przenosimy $x$ i $y$ na lewo, a liczbę $-11{,}16$ na prawo

$y-x = \mathbf{11{,}16}$ pamiętajmy o zmianie znaków!

Wynik **11,16** jest dodatni, więc odrzucamy ujemne wartości $-20\sqrt{5}$ oraz $-5\sqrt{5}$ w odpowiedziach A i D.

Dla odpowiedzi B i C używamy przybliżenia $\sqrt{5} \approx 2{,}24$:

B: $20\sqrt{5} \approx 20\cdot 2{,}24 = 44{,}8$

C: $5\sqrt{5} \approx 5\cdot 2{,}24 = \mathbf{11{,}2}$

Wynik z odp. **C**, czyli **11,2**, jest bliższy rezultatowi **11,16**, zatem odp. **C** jest poprawna.

**5.37.**

$b^2 - a^2 = 56$ mnożymy stronami przez (–1)

$-b^2 + a^2 = -56$ zamieniamy miejscami $a^2$ i $b^2$

$a^2 - b^2 = -56$ wykorzystujemy wzór skróconego mnożenia

$\underbrace{a^2 - b^2}_{-56} = \underbrace{(a-b)}_{4}(a+b)$ $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$-56 = 4(a+b)$ dzielimy stronami przez 4, wyznaczając $(a+b)$

$-\mathbf{14} = (a+b)$.

Odp. **B**

**5.38.**
**Rozwiązanie I**:

$$\underbrace{a^2 - b^2}_{20} = \underbrace{(a-b)}_{2\sqrt{2}}(a+b)$$ wykorzystujemy wzór skróconego mnożenia $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$20 = 2\sqrt{2}(a+b)$ dzielimy stronami przez $2\sqrt{2}$, wyznaczając $(a+b)$

$\dfrac{20}{2\sqrt{2}} = (a+b)$ skracamy ułamek przez 2

$a+b = \dfrac{10}{\sqrt{2}} = \dfrac{10}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{10\sqrt{2}}{2} = \mathbf{5\sqrt{2}}$ usuwamy niewymierność z mianownika

Odp. **C**

**Rozwiązanie II**:
Wykorzystując kalkulator, korzystamy z przybliżeń $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ oraz $\sqrt{3} \approx 1{,}73$.
Wówczas $a - b \approx \underbrace{2 \cdot 1{,}41}_{2\sqrt{2}} \rightarrow a - b = \mathbf{2{,}82}$

$$\underbrace{a^2 - b^2}_{20} = \underbrace{(a-b)}_{2{,}82}(a+b)$$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$20 = 2{,}82 \cdot (a+b) \quad |: 2{,}82$ wyznaczamy $a + b$

$\dfrac{20}{2{,}82} = a + b$ dzielimy $20 : 2{,}82$

$7{,}09 = a + b$, więc $a + b = \mathbf{7{,}09}$

Dla odpowiedzi C i D używamy przybliżeń, aby ocenić która z odpowiedzi jest bliżej **7,09**:
C: $a + b = 5\sqrt{2} \approx 5 \cdot 1{,}41 = \mathbf{7{,}05}$
D: $a + b = 5\sqrt{3} \approx 5 \cdot 1{,}73 = 8{,}65$.
Odp. **C** jest poprawna.

**5.39.**

wykorzystujemy wzór skróconego mnożenia $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$

$$\underbrace{x^2 - y^2}_{10} = (x-y)\underbrace{(x+y)}_{4}$$

$10 = (x-y) \cdot 4$ — dzielimy stronami przez 4, wyznaczając $(x-y)$

$\frac{10}{4} = x - y$ — skracamy ułamek przez 2

$\frac{5}{2} = x - y$ — przenosimy $y$ i $x$ na lewo, a liczbę $\frac{5}{2}$ na prawo

$y - x = -\mathbf{\frac{5}{2}}$ — pamiętajmy o zmianie znaków przy przenoszeniu!

Odp. **C**

**5.40.**
**Rozwiązanie I**:

$(x+y)=\frac{1}{(x-y)}$ to wynika z treści zadania

mnożymy stronami przez mianownik $(x-y)$

$(x-y)(x+y)=1$ korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia

$x^2-y^2=1$. $(x-y)(x+y)=x^2-y^2$

Odp. **A**

**Rozwiązanie II**:

Z treści zadania mamy $(x+y)=\frac{1}{(x-y)}$, czyli $\frac{(x+y)}{1}=\frac{1}{(x-y)}$.

$\frac{(x+y)}{1}=\frac{1}{(x-y)}$ mnożymy „na krzyż"

$(x+y)(x-y)=1\cdot 1$ wymnażamy wyrażenia w nawiasach po lewej stronie

$x^2-xy+yx-y^2=1$ wyrażenia *xy* i *yx* się znoszą

zostaje $x^2-y^2=1$, więc odp. **A** jest poprawna.