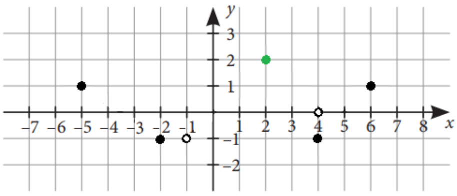
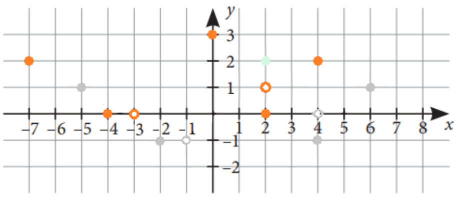
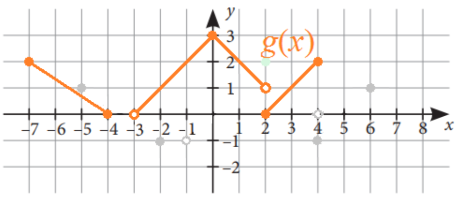
7.1.
Rozwiązanie I:



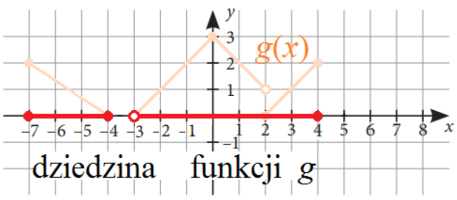
Patrzymy na punkty krańcowe wykresu funkcji oraz zaznaczamy punkty, w których funkcja się załamuje, np. punkt (2,2)



Ze względu na wzór $g(x) = f(x+2)+1$, każdy z tych punktów trzeba przesunąć o 2 w lewo i 1 w górę



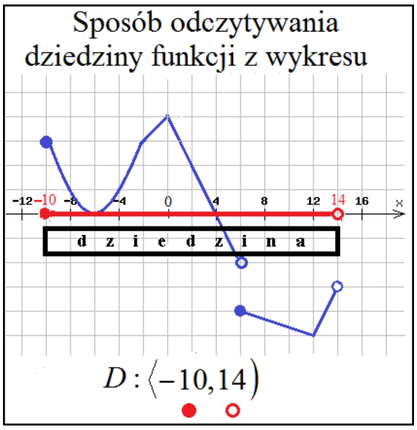
Łączymy przesunięte wcześniej punkty, tworząc wykres funkcji *g*



Wyznaczamy dziedzinę funkcji *g*, patrząc na oś *x*.
Na poniższym rysunku pokazano sposób wyznaczania dziedziny wykresu funkcji na podstawie jej wykresu

$D:\langle -7,-4\rangle \cup (-3,4\rangle$

Odp. **B**



Przesunięcia wykresów funkcji	
wzór funkcji po przesunięciu	wykres funkcji przesuwamy
$g(x)=f(x+3)$	o 3 w lewo
$g(x)=f(x-5)$	o 5 w prawo
$g(x)=f(x)+2$	o 2 w górę
$g(x)=f(x)-1$	o 1 w dół
$g(x)=f(x+4)+3$	o 4 w lewo i 3 w górę
$g(x)=f(x+\frac{1}{2})-7$	o pół w lewo i 7 w dół
$g(x)=f(x-1)+3$	o 1 w prawo i 3 w górę
$g(x)=f(x-5)-\frac{1}{2}$	o 5 w prawo i pół w dół

Rozwiązanie II:

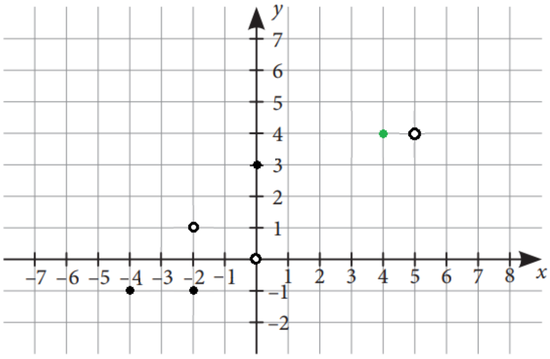
$\langle -5,-2\rangle \cup (-1,6\rangle$ — Dziedzina funkcji *f*

$g(x)=f(x+2)+1$ — Przesunięcie o **2 w lewo** i 1 w górę

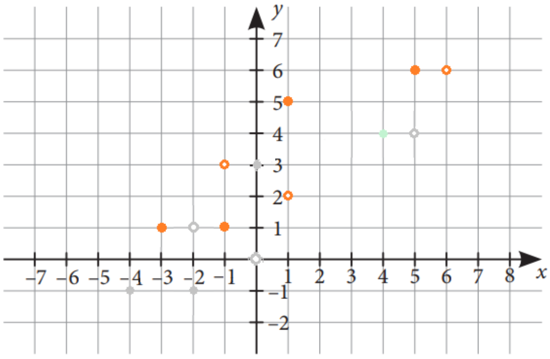
$\langle -5-\mathbf{2}, -2-\mathbf{2}\rangle \cup (-1-\mathbf{2}, 6-\mathbf{2}\rangle$ — Na zmianę dziedziny funkcji *f* ma wpływ jedynie przesunięcie w lewo bądź w prawo. Tutaj przesuwamy o **2 w lewo**, dlatego od każdego krańca dziedziny **odejmujemy 2**

$\langle -7,-4\rangle \cup (-3,4\rangle$ — Dziedzina funkcji *g*. Odp. **B** jest poprawna.

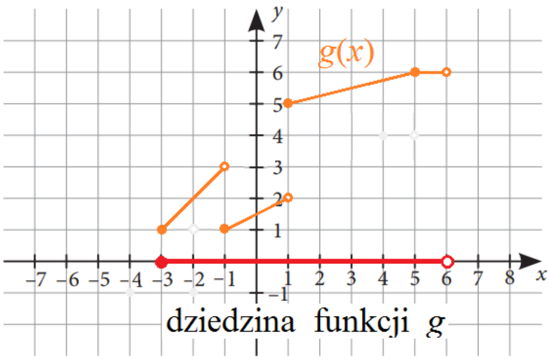
7.2.
Rozwiązanie I:



Patrzymy na krańcowe punkty wykresu funkcji oraz punkty, w których wykres się załamuje – tutaj punkt (4,4)



Ze względu na wzór $g(x)=f(x-1)+2$, każdy z tych punktów należy przesunąć o 1 w prawo oraz 2 w górę



Z wykresu odczytujemy dziedzinę funkcji *g*.

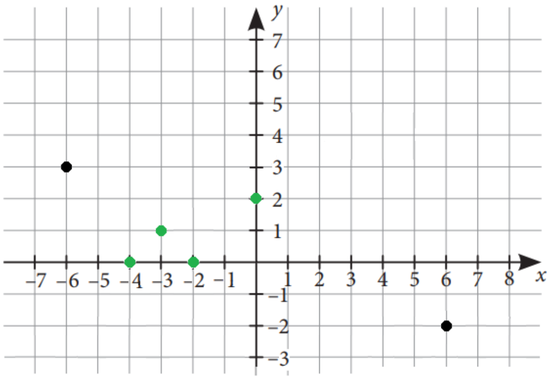
$D:\langle -\mathbf{3},\mathbf{6})$.

Odp. **D**

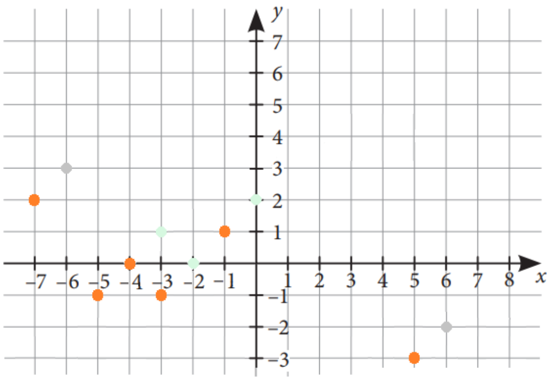
Rozwiązanie II:

$\langle -4,5)$	Dziedzina funkcji *f*
$g(x)=f(x-1)+2$	Przesunięcie o **1 w prawo** i 2 w górę
$\langle -4+\mathbf{1};\ 5+\mathbf{1})$	Na zmianę dziedziny funkcji *f* ma wpływ jedynie przesunięcie w lewo bądź w prawo. Tutaj przesuwamy o **1 w prawo**, dlatego do każdego krańca dziedziny **dodajemy 1**
$\langle -\mathbf{3};\ \mathbf{6})$	Dziedzina funkcji *g*. Odp. **D** jest poprawna.

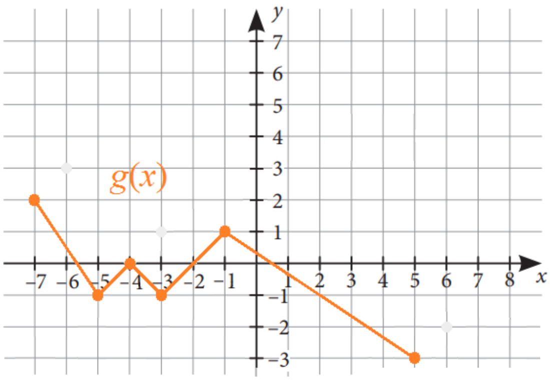
7.3.
Rozwiązanie I:



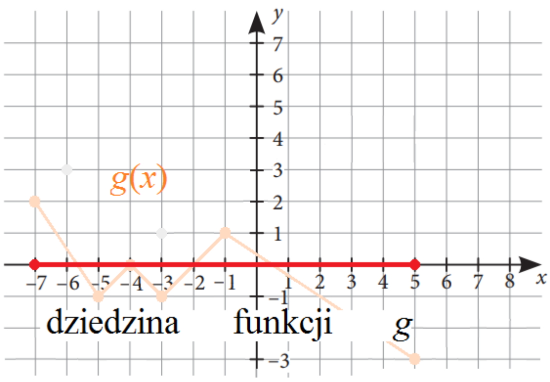
Patrzymy na krańcowe punkty wykresu funkcji oraz punkty, w których wykres się załamuje – tutaj punkty (–4,0), (–3,1), (–2,0), (0,2)



Ze względu na wzór $g(x) = f(x+1) - 1$, każdy z tych punktów należy przesunąć o 1 w lewo oraz 1 w dół



Łączymy przesunięte wcześniej punkty, tworząc wykres funkcji g



Z wykresu odczytujemy dziedzinę funkcji g

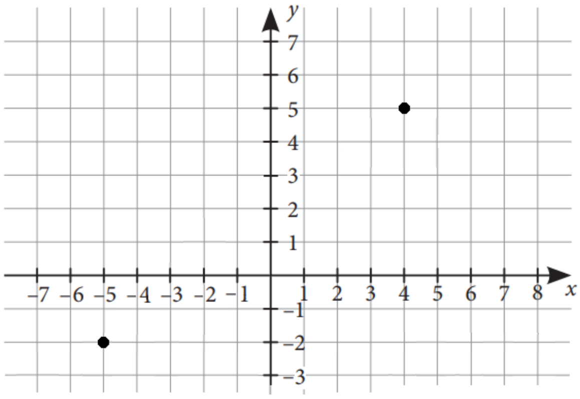
$$D: \langle -7, 5 \rangle .$$

Odp. **C**

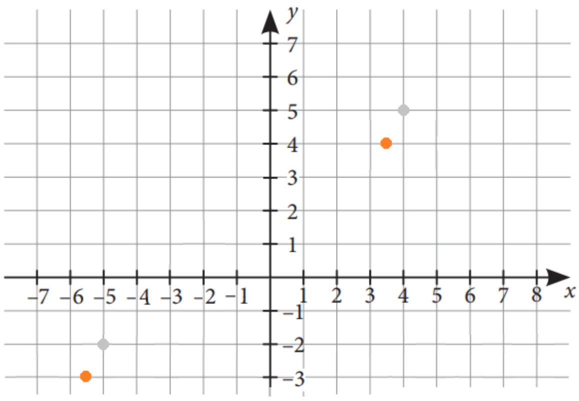
Rozwiązanie II:

$\langle -6, 6\rangle$	Dziedzina funkcji *f*
$g(x) = f(x+1) - 1$	Przesunięcie o **1 w lewo** i 1 w dół
$\langle -6 - \mathbf{1};\ 6 - \mathbf{1}\rangle$	Na zmianę dziedziny funkcji *f* ma wpływ jedynie przesunięcie w lewo bądź w prawo. Tutaj przesuwamy o **1 w lewo**, dlatego od każdego krańca dziedziny **odejmujemy 1**
$\langle -\mathbf{7}, \mathbf{5}\rangle$	Dziedzina funkcji *g*. Odp. **C** jest poprawna.

7.4.
Rozwiązanie I:

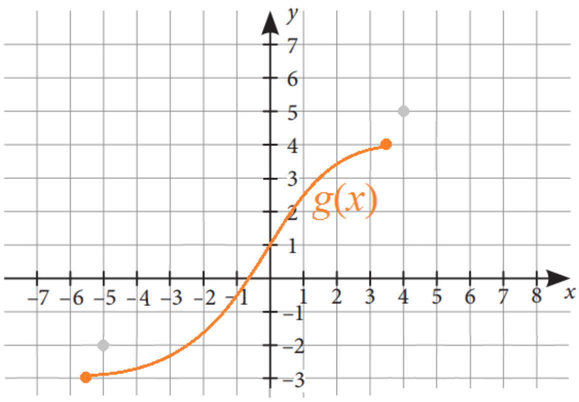


Patrzymy na krańcowe punkty wykresu funkcji

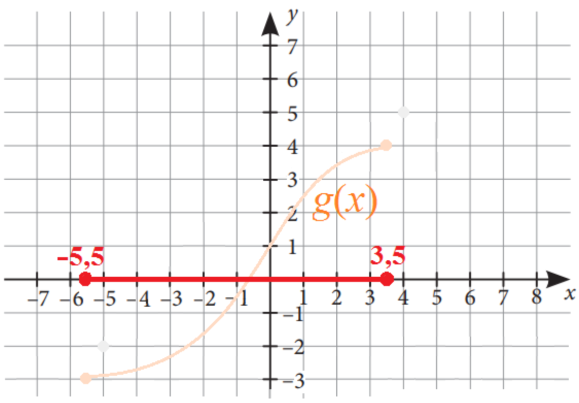


Ze względu na wzór $g(x)=f\left(x+\frac{1}{2}\right)-1$,

każdy z tych punktów należy przesunąć
o 0,5 w lewo oraz 1 w dół



Łączymy przesunięte wcześniej punkty, tworząc wykres funkcji g



Z wykresu odczytujemy dziedzinę funkcji g

$$D:\langle -\mathbf{5{,}5};\ \mathbf{3{,}5}\rangle.$$

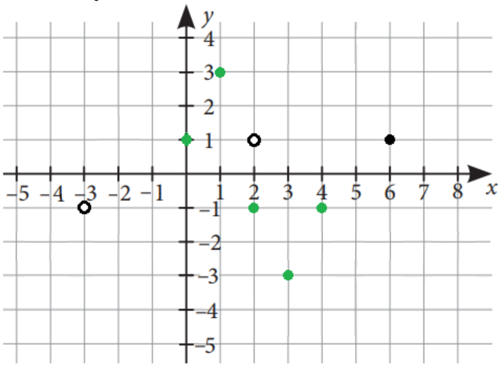
Odp. **A**

Rozwiązanie II:

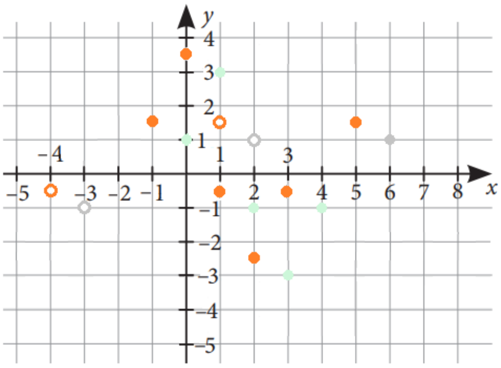
$\langle -5,4\rangle$	Dziedzina funkcji *f*
$g(x)=f\left(x+\frac{1}{2}\right)-1$	Przesunięcie o **0,5 w lewo** i 1 w dół
$\langle -5-\mathbf{0{,}5};\ 4-\mathbf{0{,}5}\rangle$	Na zmianę dziedziny funkcji *f* ma wpływ jedynie przesunięcie w lewo bądź w prawo. Tutaj przesuwamy o **0,5 w lewo**, dlatego od każdego krańca dziedziny **odejmujemy 0,5**
$\langle \mathbf{-5{,}5};\ \mathbf{3{,}5})$	Dziedzina funkcji *g*. Odp. **A** jest poprawna.

7.5.

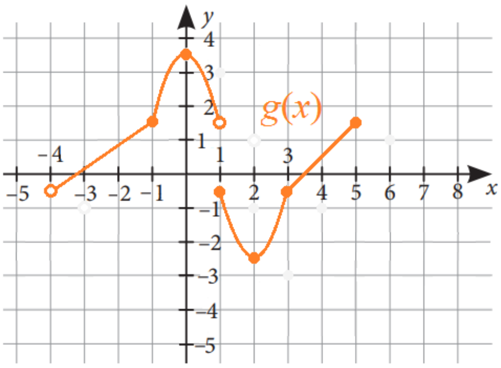
Rozwiązanie I:



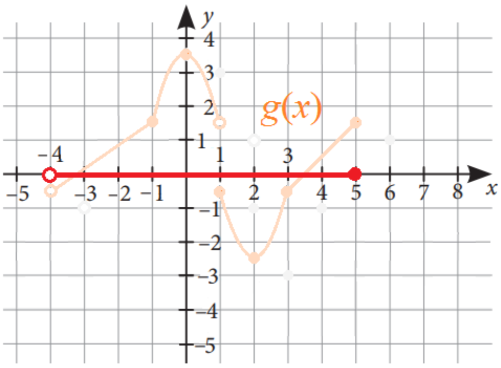
Patrzymy na krańcowe punkty wykresu funkcji oraz punkty, w których wykres się załamuje – tutaj punkty (0,1), (1,3), (2,–1), (3,–3), (4,–1)



Ze względu na wzór $g(x)=f(x+1)+\frac{1}{2}$, każdy z tych punktów należy przesunąć o 1 w lewo oraz 0,5 w górę



Łączymy przesunięte wcześniej punkty, tworząc wykres funkcji g



Z wykresu odczytujemy dziedzinę funkcji g

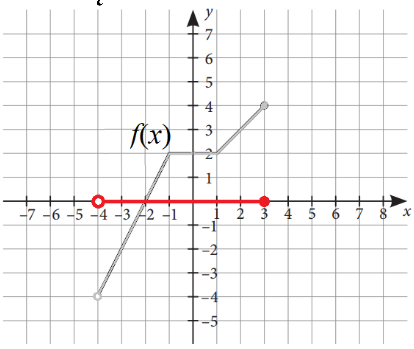
$$D:\left(-\mathbf{4},\mathbf{5}\right\rangle .$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

$\left(-3, 6\right\rangle$	Odczytujemy dziedzinę funkcji *f* z wykresu znajdującego się w treści zadania
$g\left(x\right) = f\left(x+1\right) + \frac{1}{2}$	Przesunięcie o **1 w lewo** i 0,5 w dół
$\left(-3 - \mathbf{1};\ 6 - \mathbf{1}\right\rangle$	Na zmianę dziedziny funkcji *f* ma wpływ jedynie przesunięcie w lewo bądź w prawo. Tutaj przesuwamy o **1 w lewo**, dlatego od każdego krańca dziedziny **odejmujemy 1**
$\left(-\mathbf{4};\ \mathbf{5}\right\rangle$	Dziedzina funkcji *g*. Odp. **A** jest poprawna.

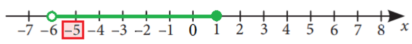
7.6.
Rozwiązanie:



Odczytujemy dziedzinę funkcji f z wykresu:

$$D: (-4; 3\rangle$$

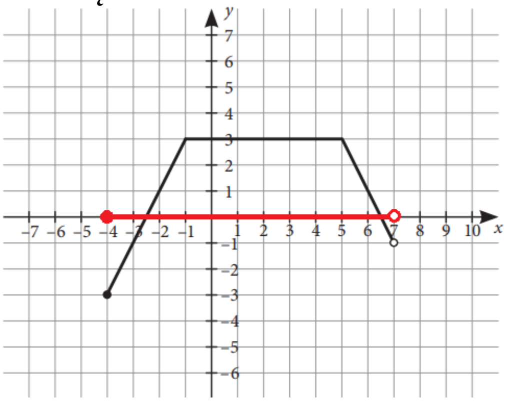
Wzór $g(x) = f(x+2)+1$ oznacza przesunięcie wykresu funkcji f o 2 w lewo i 1 w górę.
Na **zmianę dziedziny** ma jedynie wpływ przesunięcie wykresu o **2 w lewo**.



Oznacza to, że dziedziną funkcji g jest zbiór $(-6; 3\rangle$.
Liczba –6 **nie należy** do zbioru $(-6; 3\rangle$, zatem **najmniejszą całkowitą** liczbą należącą do zbioru $(-6; 3\rangle$ jest liczba **–5**.

Odp. **B**

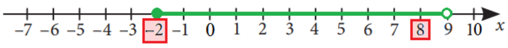
7.7.
Rozwiązanie:



Odczytujemy dziedzinę funkcji f z wykresu:

$$D:\langle -4;\ 7)$$

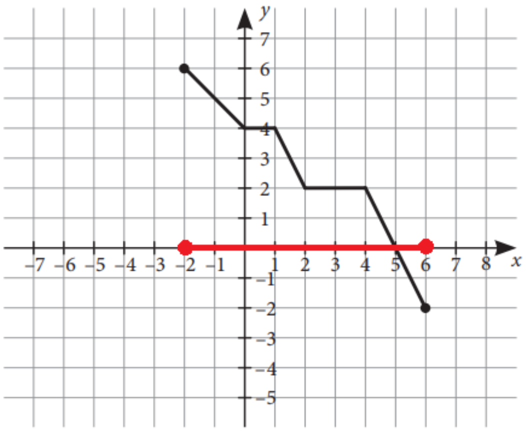
Wzór $g(x)=f(x-2)-3$ oznacza przesunięcie wykresu funkcji f o 2 w prawo i 3 w dół.
Na **zmianę dziedziny** ma jedynie wpływ przesunięcie wykresu o **2 w prawo**.



Oznacza to, że dziedziną funkcji g jest zbiór $\langle -2;\ 9)$
Najmniejsza liczba należąca do tego zbioru to **–2**, zaś największą liczbą jest **8** (dziewiątka nie należy, bo towarzyszy jej otwarte kółko).

Szukana suma to: –2 + 8 = **6**.
Odp. **C**

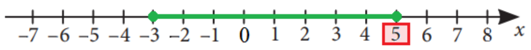
7.8.



Odczytujemy dziedzinę funkcji *f* z wykresu:

$$D: \langle -2;\ 6 \rangle$$

Wzór $g(x) = f(x+1) - 2$ oznacza przesunięcie wykresu funkcji *f* o 1 w lewo i 2 w dół.
Na **zmianę dziedziny** ma jedynie wpływ przesunięcie wykresu o **1 w lewo**.

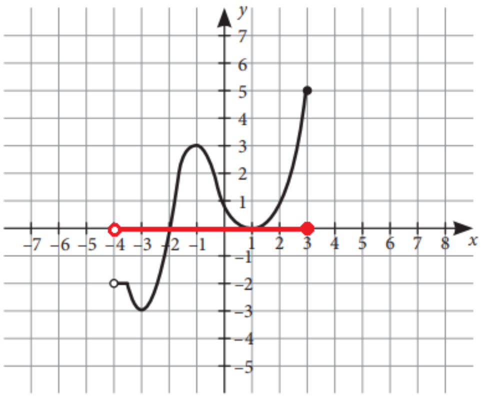


Oznacza to, że dziedziną funkcji *g* jest zbiór $\langle -3;\ 5 \rangle$.

Największa liczba należąca do tego zbioru to **5**.

Odp. **B**

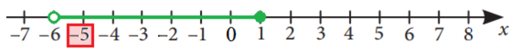
7.9.



Odczytujemy dziedzinę funkcji f z wykresu:

$$D: (-4; 3\rangle$$

Wzór $g(x) = f(x+2) + 2$ oznacza przesunięcie wykresu funkcji f o 2 w lewo i 2 w górę.
Na **zmianę dziedziny** ma jedynie wpływ przesunięcie wykresu o **2 w lewo**.



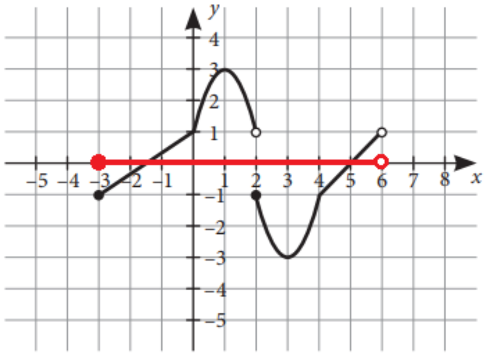
Oznacza to, że dziedziną funkcji g jest zbiór $(-6; 1\rangle$.

Najmniejsza liczba należąca do tego zbioru to **–5** (liczba –6 nie należy, bo towarzyszy jej kółko otwarte).

Odp. **B**

7.10.

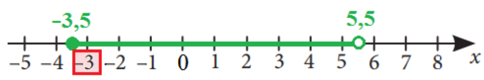
Odpowiedzi A i B odrzucamy na samym wstępie, bo $\frac{11}{2}$ oraz $-\frac{7}{2}$ to nie są liczby całkowite.



Odczytujemy dziedzinę funkcji f z wykresu:

$$D:\langle -3;\, 6)$$

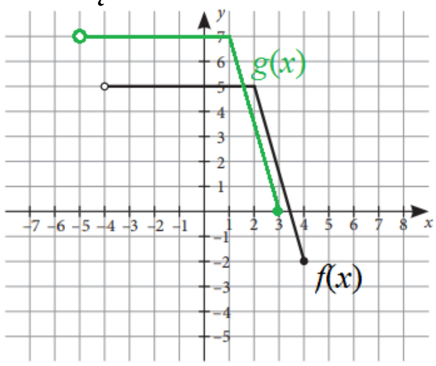
Wzór $g(x)=f\left(x+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}$ oznacza przesunięcie wykresu funkcji f o 0,5 w lewo i 0,5 w dół.
Na **zmianę dziedziny** ma jedynie wpływ przesunięcie wykresu o **0,5 w lewo**.



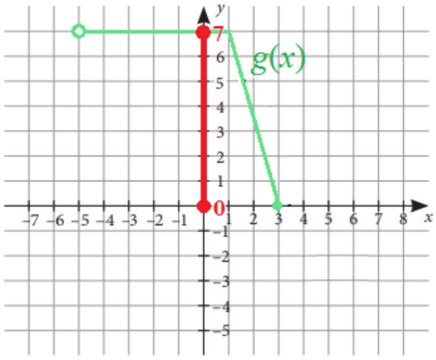
Oznacza to, że dziedziną funkcji g jest zbiór $\langle -3{,}5;\, 5{,}5)$.
Najmniejsza liczba należąca do tego zbioru to **–3**.

Odp. **D**

7.11.
Rozwiązanie I:



Wzór $g(x)=f(x+1)+2$ oznacza, że wykres funkcji g powstaje poprzez przesunięcie wykresu funkcji f o 1 lewo i 2 w górę.



Z wykresu funkcji g odczytujemy zbiór wartości (patrzymy się na oś y).

$ZW: \langle 0; 7\rangle$

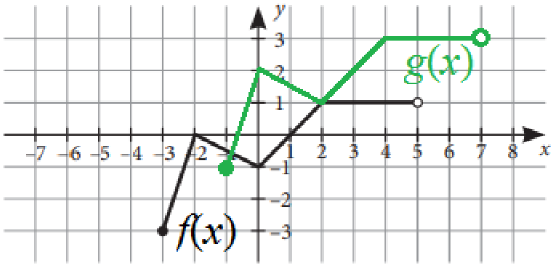
Odp. **C**

Rozwiązanie II:

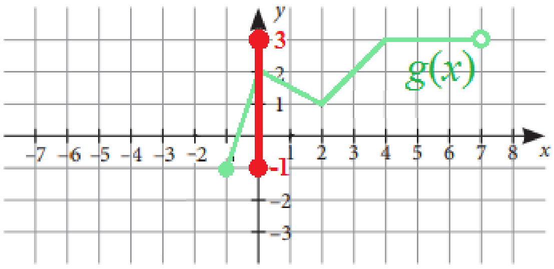
$\langle -2,5\rangle$	z wykresu odczytujemy zbiór wartości funkcji f
	na zmianę zbioru wartości ma jedynie wpływ przesuwanie wykresu w górę bądź w dół
$g(x)=f(x+1)+2$	oznacza przesunięcie wykresu funkcji f o 1 w lewo i **2 w górę**
$\langle -2+\mathbf{2};\ 5+\mathbf{2}\rangle$	przesunięcie o **2 w górę**, dlatego do każdego z krańców zbioru wartości funkcji f **dodajemy 2**
$\langle \mathbf{0};\ \mathbf{7}\rangle$	zbiór wartości funkcji g. Odp. **C** jest poprawna.

7.12.

Rozwiązanie I:



Wzór $g(x) = f(x-2)+2$ oznacza, że wykres funkcji g powstaje poprzez przesunięcie wykresu funkcji f o 2 w prawo i 2 w górę.

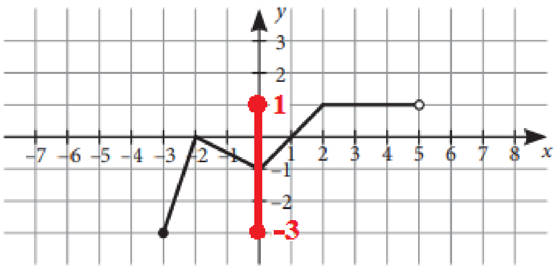


Z wykresu funkcji g odczytujemy zbiór wartości (patrzymy się na oś y).

$$ZW : \langle -\mathbf{1}; \mathbf{3} \rangle$$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:



Z wykresu funkcji f odczytujemy zbiór wartości:

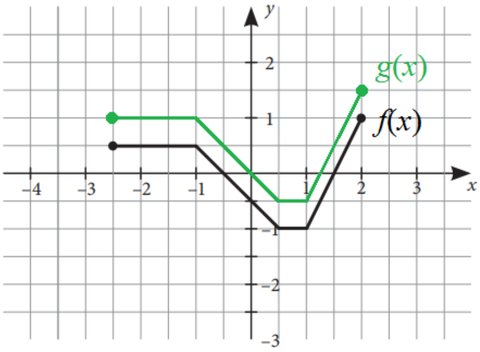
$$ZW : \langle -3; 1 \rangle$$

na zmianę zbioru wartości ma jedynie wpływ przesuwanie wykresu w górę bądź w dół

$g(x) = f(x-2)+2$	oznacza przesunięcie wykresu funkcji f o 2 w prawo i **2 w górę**
$\langle -3+\mathbf{2};\ 1+\mathbf{2} \rangle$	przesunięcie o **2 w górę**, dlatego do każdego z krańców zbioru wartości funkcji f **dodajemy 2**
$\langle -\mathbf{1};\ \mathbf{3} \rangle$	zbiór wartości funkcji g. Odp. **A** jest poprawna

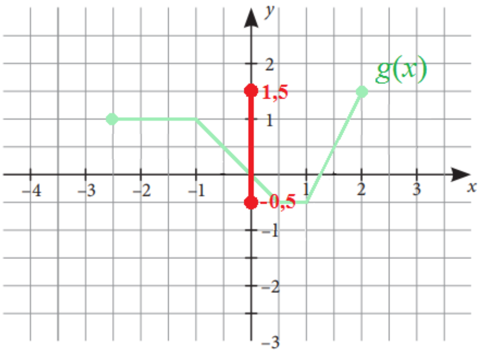
7.13.

Rozwiązanie I:



Wzór $g(x)=f(x)+\frac{1}{2}$ oznacza, że wykres funkcji g powstaje poprzez przesunięcie wykresu funkcji f o 0,5 jednostki w górę.

Uwaga! Zauważmy, że na rysunku do tego zadania mamy zależność: **0,5 jednostki na osi = 1 kratka!**

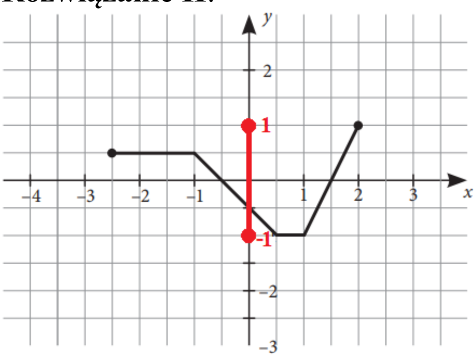


Z wykresu funkcji g odczytujemy zbiór wartości (patrzymy się na oś y).

$ZW: \langle \mathbf{-0{,}5;\ 1{,}5} \rangle$, czyli inaczej: $\left\langle \mathbf{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} \right\rangle$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:



Z wykresu funkcji f odczytujemy zbiór wartości:

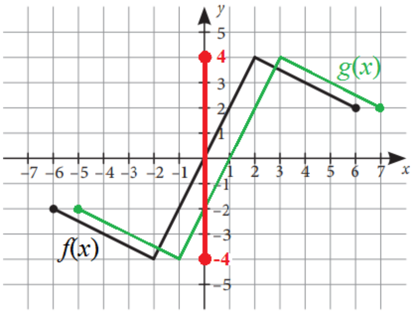
$$ZW: \langle -1;1 \rangle$$

$g(x)=f(x)+\frac{1}{2}$ przesunięcie wykresu funkcji f o **0,5 w górę**

$\langle -1+\mathbf{0{,}5};\ 1+\mathbf{0{,}5} \rangle$ przesunięcie o **0,5 w górę**, dlatego do każdego z krańców zbioru wartości funkcji f **dodajemy 0,5**

$\langle \mathbf{-0{,}5;\ 1{,}5} \rangle$, czyli $\left\langle \mathbf{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} \right\rangle$ zbiór wartości funkcji g. Odp. **B** jest poprawna

7.14.

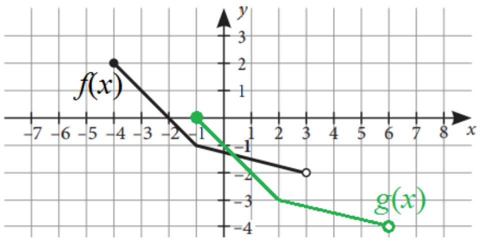


Wzór $g(x) = f(x-1)$ oznacza, że wykres funkcji g powstaje poprzez przesunięcie wykresu funkcji f o 1 w prawo.

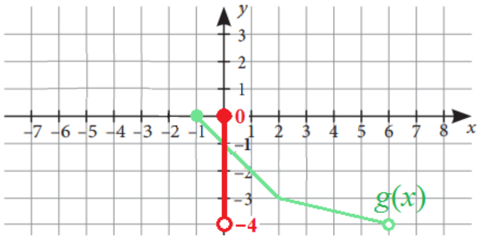
Zbiory wartości obu funkcji f i g są **takie same**: $\langle -4, 4 \rangle$.

Odp. **D**

7.15.
Rozwiązanie I:



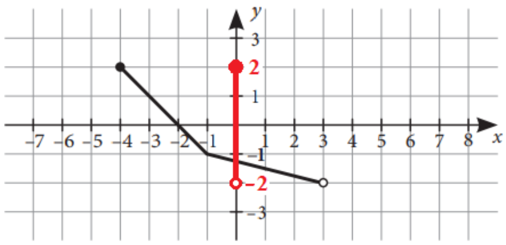
Wzór $g(x) = f(x-3) - 2$ oznacza, że wykres funkcji g powstaje poprzez przesunięcie wykresu funkcji f o 3 w prawo i 2 w dół



Z wykresu funkcji g odczytujemy zbiór wartości:
$$ZW : \langle -\mathbf{4};\ \mathbf{0} \rangle$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:



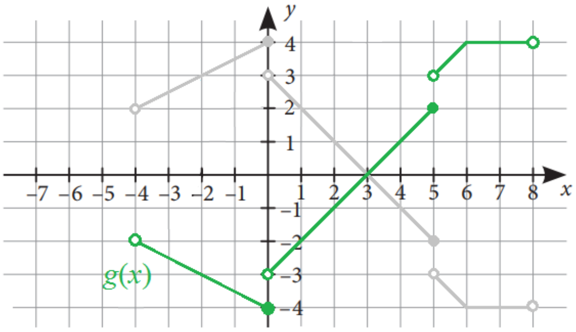
Z wykresu funkcji f odczytujemy zbiór wartości:
$$ZW : \langle -2;\ 2 \rangle$$
na zmianę zbioru wartości ma jedynie wpływ przesuwanie wykresu w górę bądź w dół

$g(x) = f(x-3) - 2$ — przesunięcie wykresu funkcji f o 3 w prawo, **2 w dół**

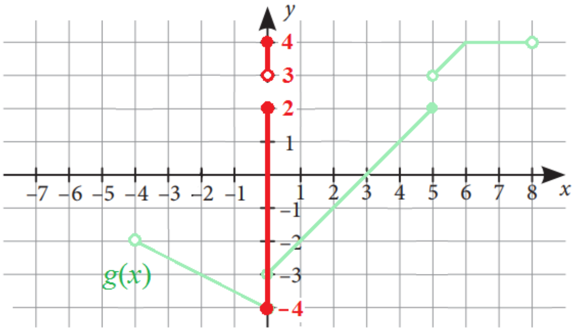
$\langle -2 - \mathbf{2};\ 2 - \mathbf{2} \rangle$ — przesunięcie o **2 w dół**, dlatego od każdego z krańców zbioru wartości funkcji f **odejmujemy 2**

$\langle -\mathbf{4};\ \mathbf{0} \rangle$ — zbiór wartości funkcji g. Odp. **D** jest poprawna

7.16.



Wzór $g(x) = -f(x)$ oznacza, że wykres funkcji g jest odbiciem lustrzanym wykresu funkcji f względem osi x

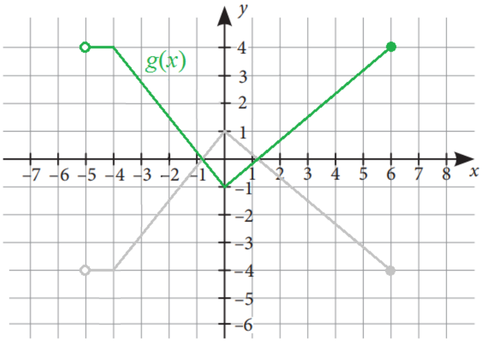


Z rysunku odczytujemy zbiór wartości funkcji g, zatem:

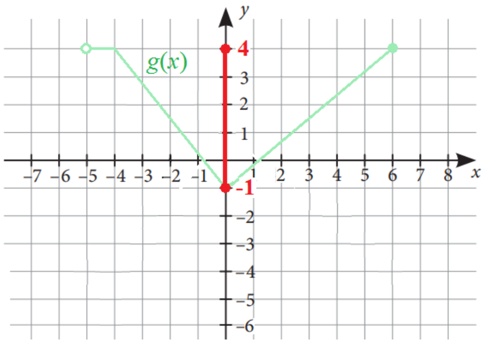
$$\langle -\mathbf{4};\ \mathbf{2}\rangle \cup (\mathbf{3};\ \mathbf{4}\rangle .$$

Odp. **C**

7.17.



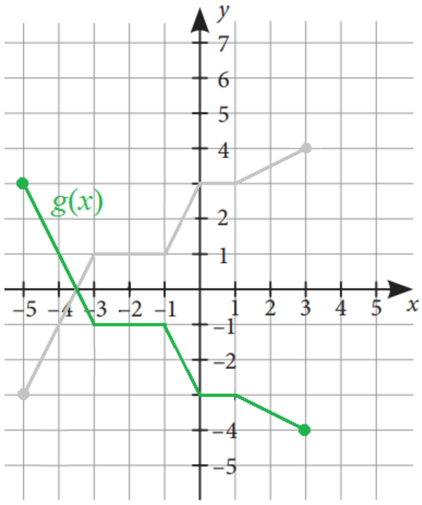
Wzór $g(x) = -f(x)$ oznacza, że wykres funkcji g jest odbiciem lustrzanym wykresu funkcji f względem osi x



Z rysunku odczytujemy
zbiór wartości funkcji g, zatem $ZW : \langle -\mathbf{1};\ \mathbf{4} \rangle$.

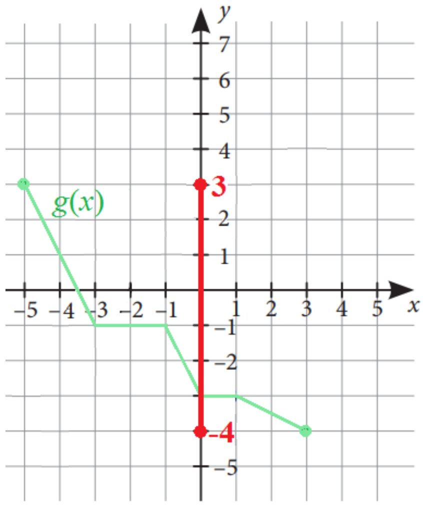
Odp. **D**

7.18.



Przekształcamy wykres funkcji f w symetrii osiowej względem osi Ox.

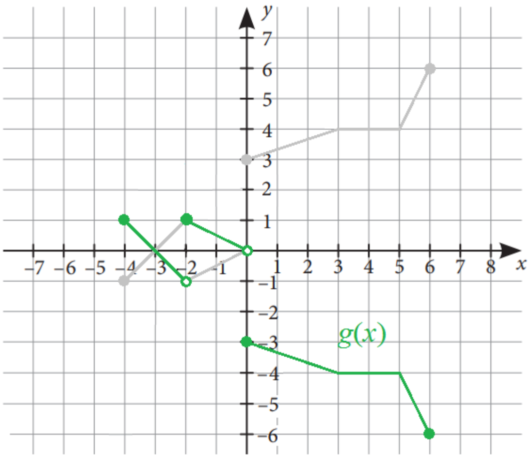
Otrzymujemy w ten sposób wykres funkcji g



Z rysunku odczytujemy
zbiór wartości funkcji g, zatem $ZW : \langle -\mathbf{4};\ \mathbf{3}\rangle$.

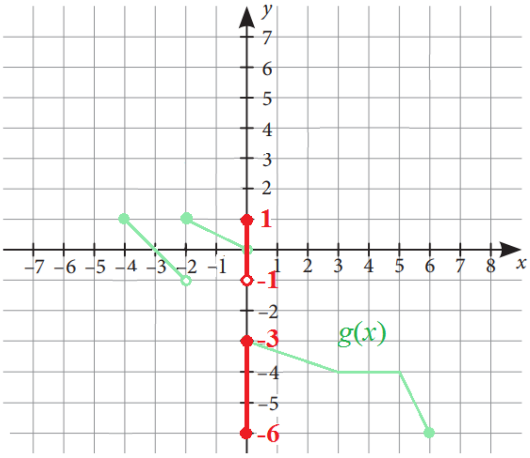
Odp. **C**

7.19.



Wzór $g(x) = -f(x)$ oznacza, że wykres funkcji g powstaje w wyniku odbicia lustrzanego wykresu funkcji f w symetrii osiowej względem osi x.

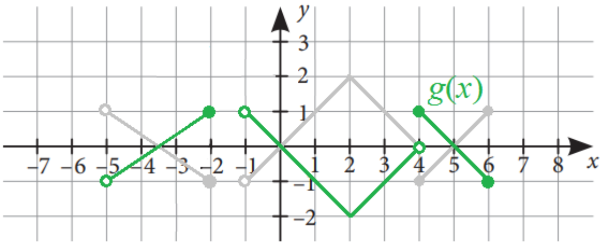
Otrzymujemy w ten sposób wykres funkcji g



Z rysunku odczytujemy zbiór wartości funkcji g, zatem $ZW: \langle -\mathbf{6}; -\mathbf{3}\rangle \cup (-\mathbf{1}; \mathbf{1}\rangle$.

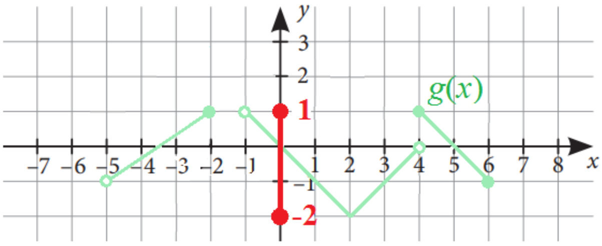
Odp. **B**

7.20.



Przekształcamy wykres funkcji f w symetrii osiowej względem osi Ox.

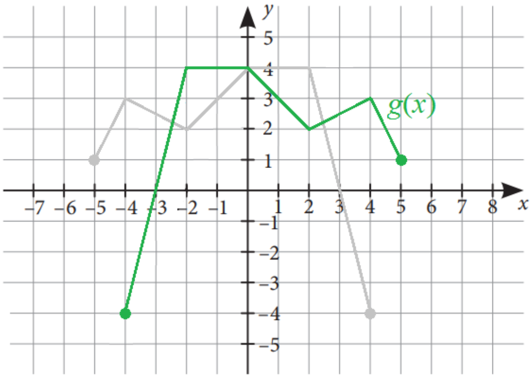
Otrzymujemy w ten sposób wykres funkcji g



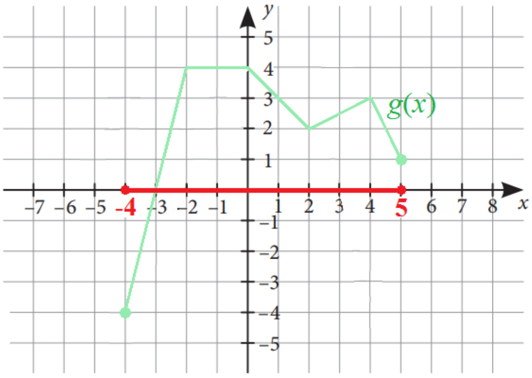
Z rysunku odczytujemy zbiór wartości funkcji g, zatem
$ZW: \langle -\mathbf{2}; \mathbf{1} \rangle$.

Odp. **B**

7.21.



Z treści zadania wynika, że wykres funkcji g jest odbiciem lustrzanym wykresu funkcji f względem osi y

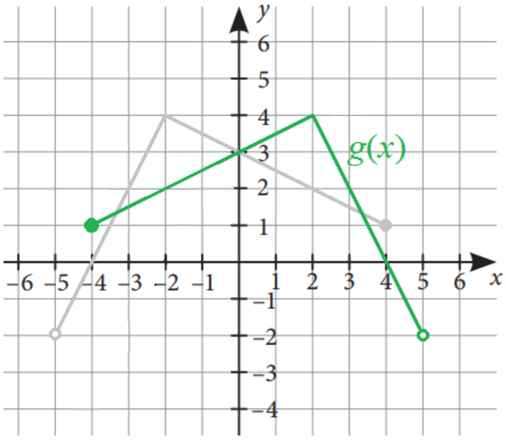


Na podstawie wykresu funkcji g odczytujemy dziedzinę tej funkcji.

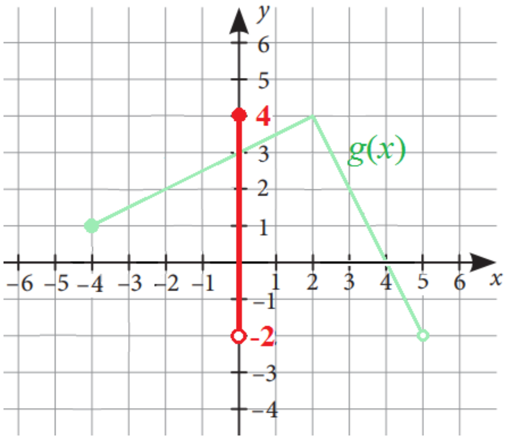
Zatem dziedzina funkcji g to zbiór $\langle -\mathbf{4},\ \mathbf{5}\rangle$.

Odp. **B**

7.22.



Wzór $g(x) = f(-x)$ oznacza, że wykres funkcji g jest odbiciem lustrzanym wykresu funkcji f względem osi y



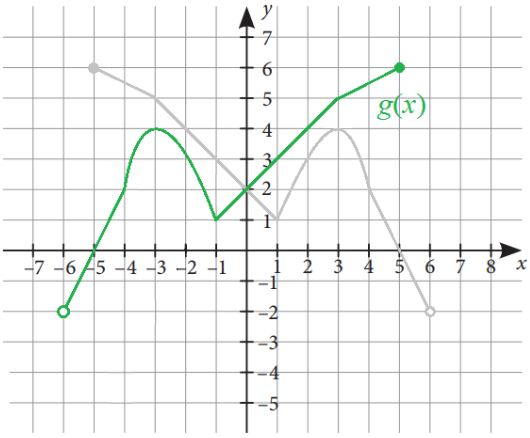
Na podstawie wykresu funkcji g odczytujemy zbiór wartości tej funkcji.

Zatem $ZW : (-\mathbf{2},\ \mathbf{4}\rangle$.

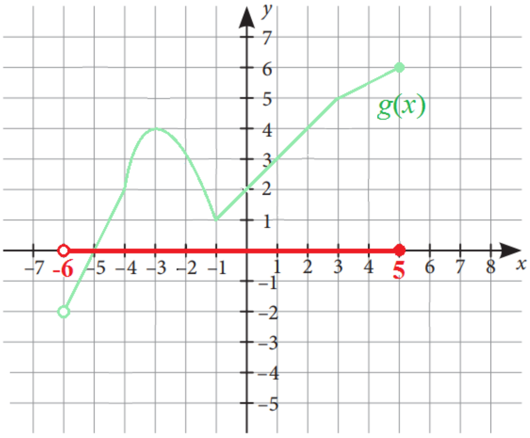
Okazuje się, że przekształcenie $g(x) = f(-x)$ **nie zmienia** zbioru wartości funkcji, tzn. jeśli $g(x) = f(-x)$, to zbiory wartości funkcji f i g są równe.

Odp. **C**

7.23.



Wzór $g(x) = f(-x)$ oznacza, że wykres funkcji g jest odbiciem lustrzanym wykresu funkcji f względem osi y

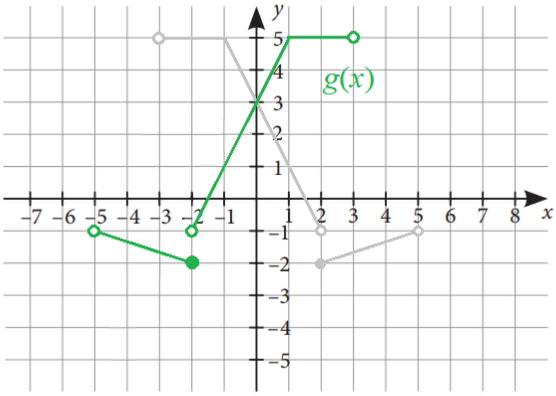


Na podstawie wykresu funkcji g odczytujemy dziedzinę tej funkcji.

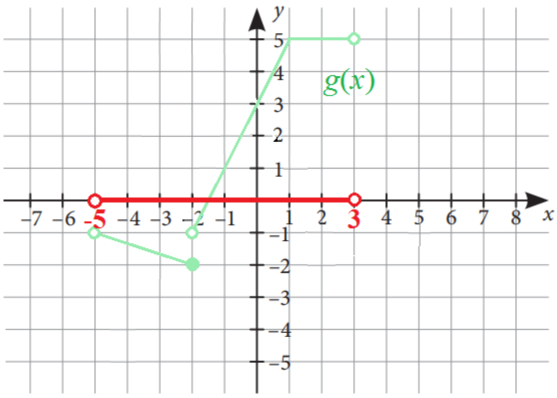
Zatem dziedzina funkcji g to zbiór $\left(-\mathbf{6},\ \mathbf{5}\right\rangle$.

Odp. **A**

7.24.

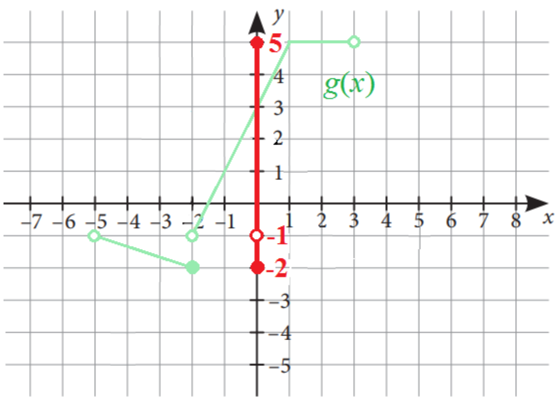


Wzór $g(x) = f(-x)$ oznacza, że wykres funkcji g jest odbiciem lustrzanym wykresu funkcji f względem osi y



Na podstawie wykresu funkcji g odczytujemy dziedzinę tej funkcji.

Zatem $Dg = (-\mathbf{5},\ \mathbf{3})$.

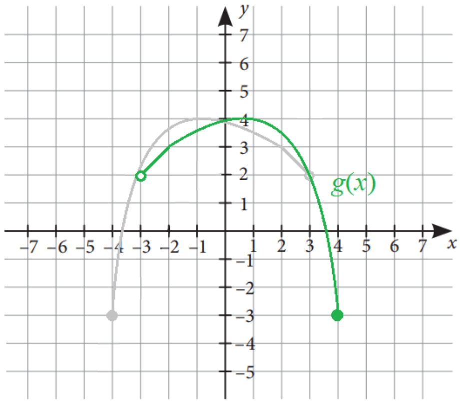


Określamy też zbiór wartości funkcji g:

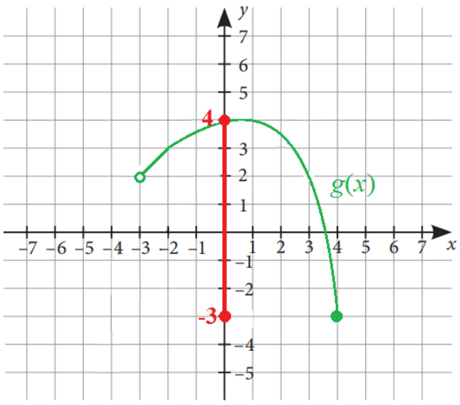
$Zwg : \langle -\mathbf{2}; -\mathbf{1}) \cup (-\mathbf{1}, \mathbf{5}\rangle$.

Odp. **B**

7.25.



Z treści zadania wynika, że wykres funkcji g jest odbiciem lustrzanym wykresu funkcji f względem osi y

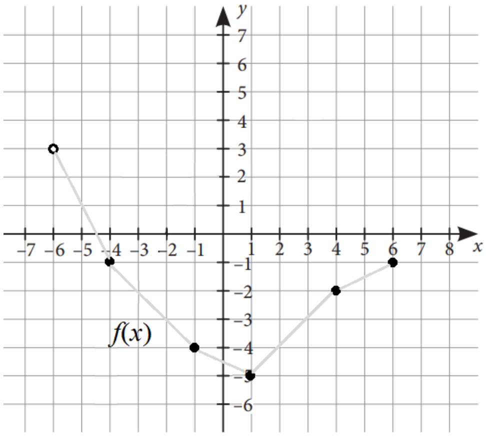


Na podstawie wykresu funkcji g odczytujemy zbiór wartości tej funkcji.

Zatem $ZW: \langle -\mathbf{3}; \mathbf{4} \rangle$.

Odp. **D**

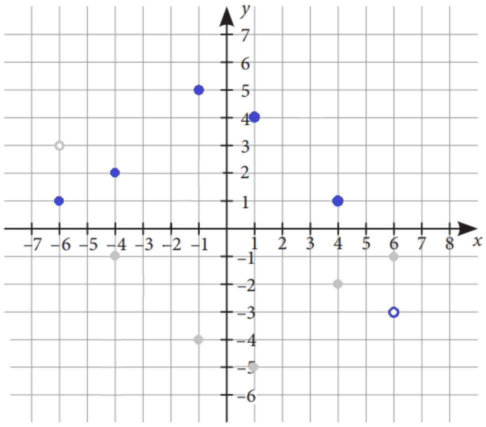
7.26.



Najpierw – dysponując wykresem funkcji f – dążymy do narysowania wykresu funkcji g.

Zwracamy uwagę na punkty krańcowe wykresu funkcji f, a także na punkty, w których funkcja f się załamuje (zmienia kształt).

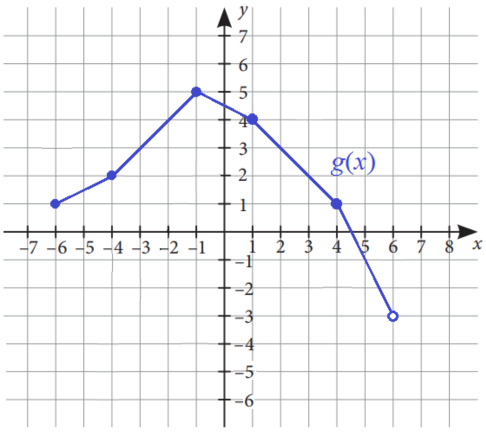
Są to punkty: (–6, 3), (–4, –1), (–1,–4), (1,–5), (4,–2) oraz (6,–1).



Każdemu z tych punktów zmieniamy obie współrzędne na przeciwne:

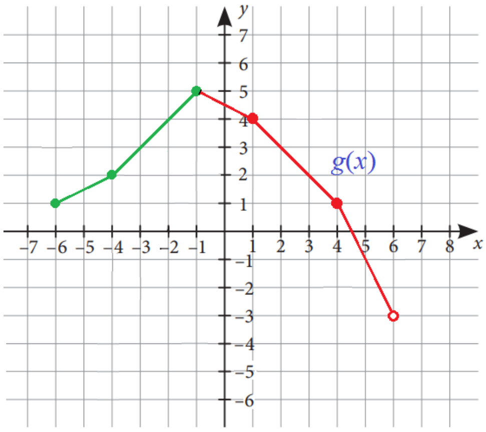
(–6, 3) → **(6, –3)**
(–4, –1) → **(4, 1)**
(–1, –4) → **(1, 4)**
(1, –5) → **(–1, 5)**
(4, –2) → **(–4, 2)**
(6, –1) → **(–6, 1)**

Następnie, umieszczamy na wykresie nowe punkty.



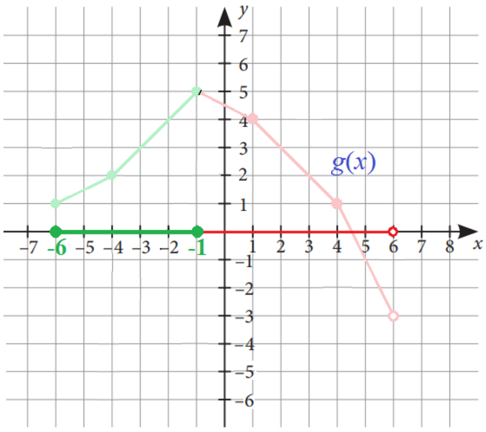
Łączymy zaznaczone wcześniej punkty,

tworząc wykres funkcji g



Określamy fragmenty wykresu, w których

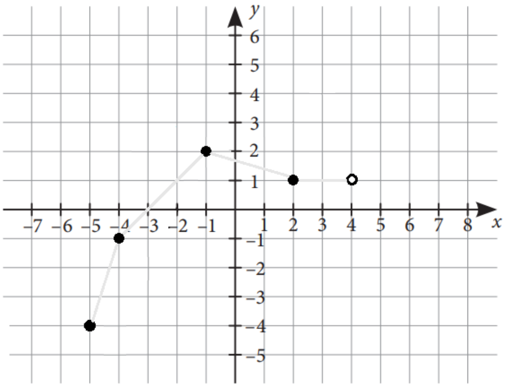
funkcja g jest rosnąca lub malejąca



Najdłuższy (maksymalny) przedział, w którym funkcja g jest rosnąca, to $\langle -\mathbf{6}; -\mathbf{1}\rangle$.

Odp. **C**

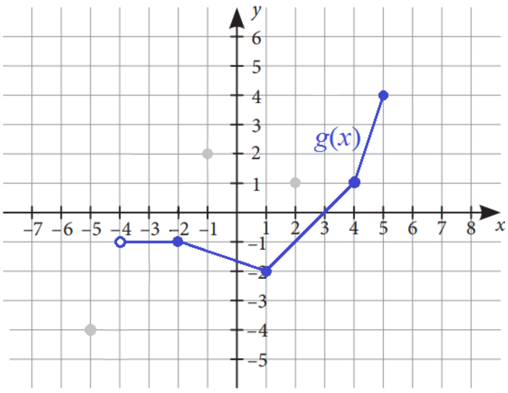
7.27.



Najpierw – dysponując wykresem funkcji *f* – dążymy do narysowania wykresu funkcji *g*.

Zwracamy uwagę na punkty krańcowe wykresu funkcji *f*, a także na punkty, w których funkcja *f* się załamuje (zmienia kształt).

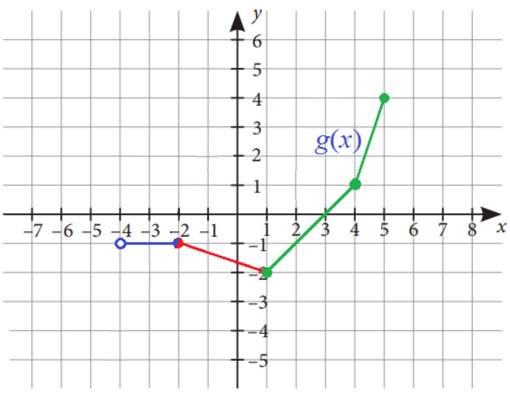
Są to punkty: (–5, –4), (–4, –1), (–1, 2), (2, 1) oraz (4, 1).



Przekształcenie $g(x) = -f(-x)$ oznacza, że każdemu z tych punktów należy zmienić obie współrzędne na przeciwne:

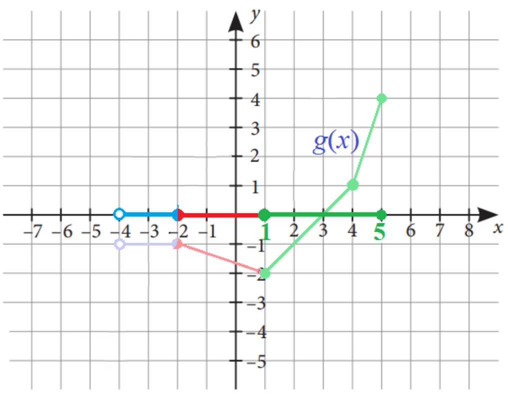
(–5, –4) → **(5, 4)**
(–4, –1) → **(4, 1)**
(–1, 2) → **(1, –2)**
(2, 1) → **(–2, –1)**
(4, 1) → **(–4, –1)**

Umieszczamy na wykresie nowe punkty i łączymy je, tworząc wykres funkcji *g*.



Określamy fragmenty wykresu, w których

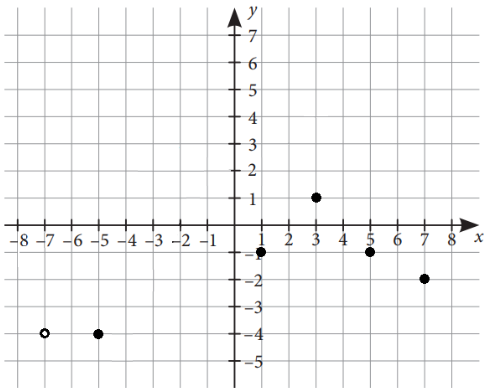
funkcja *g* jest rosnąca, malejąca lub stała



Najdłuższy (maksymalny) przedział, w którym funkcja *g* jest rosnąca, to $\langle \mathbf{1}; \mathbf{5} \rangle$.

Odp. **D**

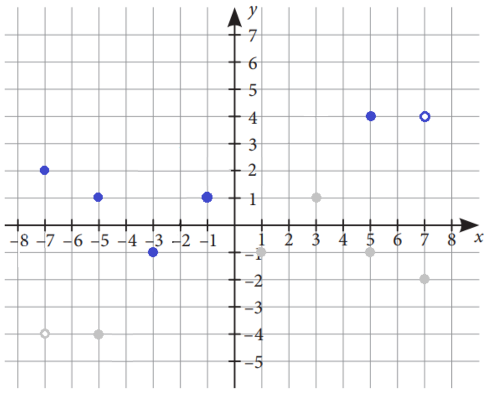
7.28.



Najpierw – dysponując wykresem funkcji *f* – dążymy do narysowania wykresu funkcji *g*.

Zwracamy uwagę na punkty krańcowe wykresu funkcji *f*, a także na punkty, w których funkcja *f* się załamuje (zmienia kształt).

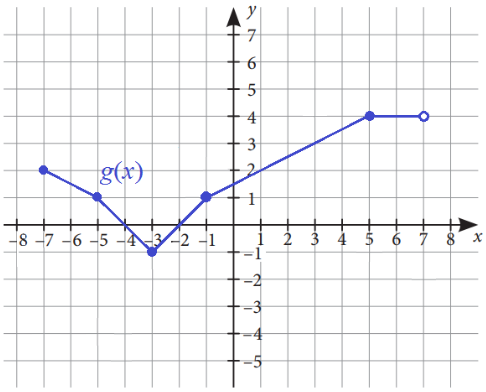
Są to punkty: (–7, –4), (–5, –4), (1, –1), (3, 1), (5, –1) oraz (7,–2).



Każdemu z tych punktów zmieniamy obie współrzędne na przeciwne:

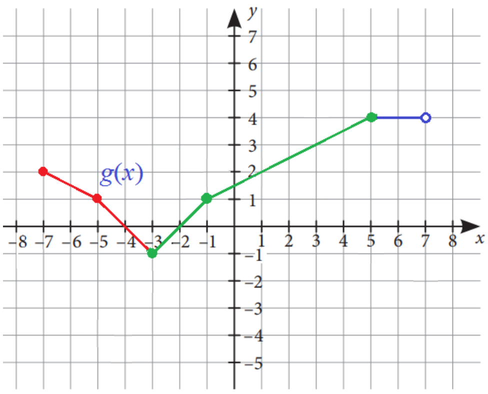
(–7, –4) → **(7, 4)**
(–5, –4) → **(5, 4)**
(1, –1) → **(–1, 1)**
(3, 1) → **(–3, –1)**
(5, –1) → **(–5, 1)**
(7, –2) → **(–7, 2)**

Następnie, umieszczamy na wykresie nowe punkty.



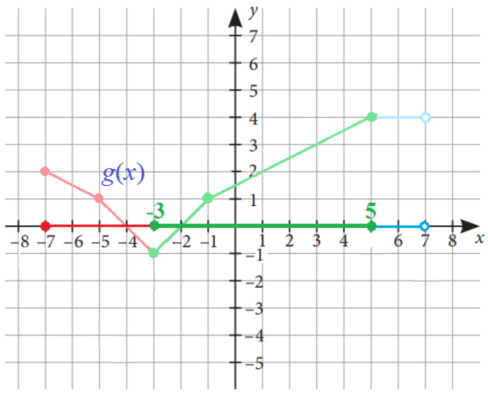
Łączymy zaznaczone wcześniej punkty,

tworząc wykres funkcji *g*



Określamy fragmenty wykresu, w których

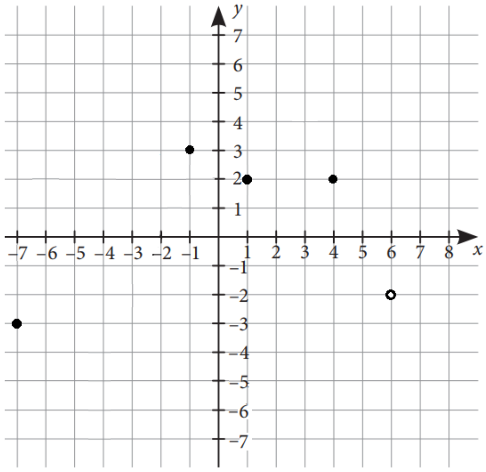
funkcja *g* jest rosnąca, malejąca lub stała



Najdłuższy (maksymalny) przedział, w którym funkcja g jest rosnąca, to $\langle -\mathbf{3};\ \mathbf{5}\rangle$.

Odp. **C**

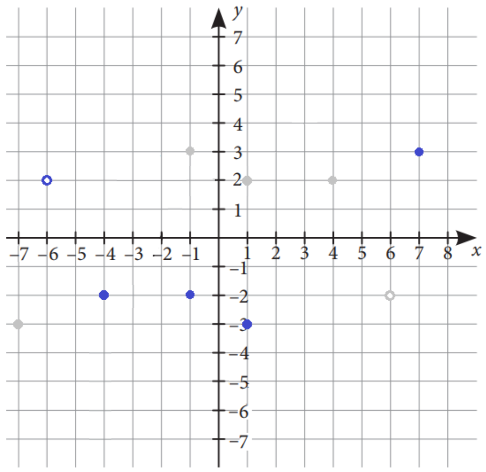
7.29.



Najpierw – dysponując wykresem funkcji f – dążymy do narysowania wykresu funkcji g.

Zwracamy uwagę na punkty krańcowe wykresu funkcji f, a także na punkty, w których funkcja f się załamuje (zmienia kształt).

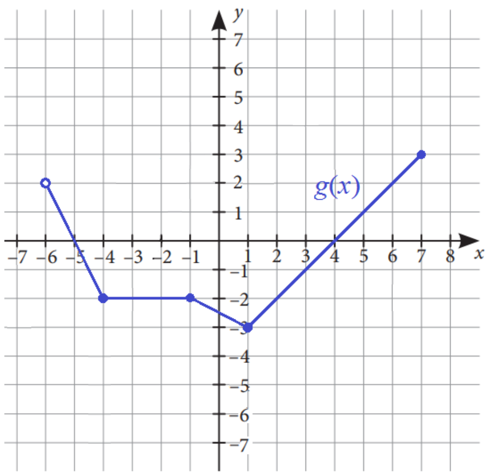
Są to punkty: (–7, –3), (–1, 3), (1, 2), (4, 2) oraz (6, –2).



Każdemu z tych punktów zmieniamy obie współrzędne na przeciwne:

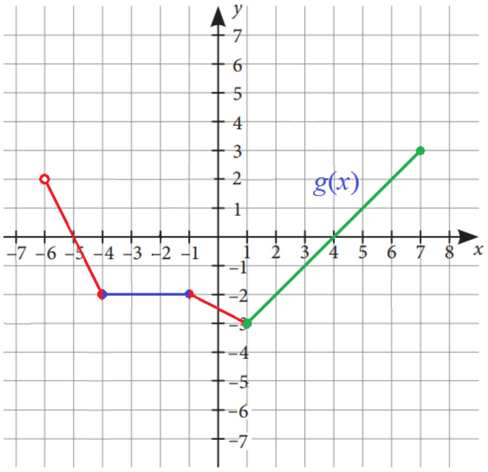
(–7, –3) → **(7, 3)**
(–1, 3) → **(1, –3)**
(1, 2) → **(–1, –2)**
(4, 2) → **(–4, –2)**
(6, –2) → **(–6, 2)**

Następnie, umieszczamy na wykresie nowe punkty.



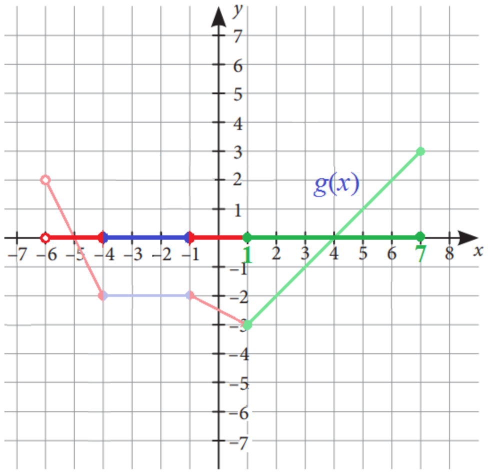
Łączymy zaznaczone punkty,

tworząc wykres funkcji g



Określamy fragmenty wykresu, w których

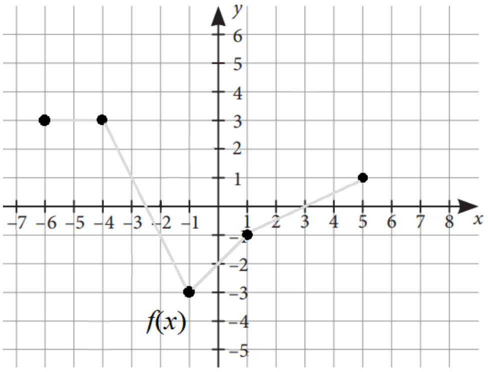
funkcja g jest rosnąca, malejąca lub stała



Najdłuższy (maksymalny) przedział, w którym funkcja g jest rosnąca, to $\langle \mathbf{1}; \mathbf{7} \rangle$.

Odp. **C**

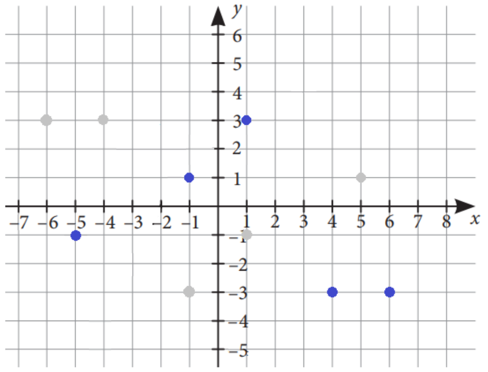
7.30.



Najpierw – dysponując wykresem funkcji *f* – dążymy do narysowania wykresu funkcji *g*.

Zwracamy uwagę na punkty krańcowe wykresu funkcji *f*, a także na punkty, w których funkcja *f* się załamuje (zmienia kształt).

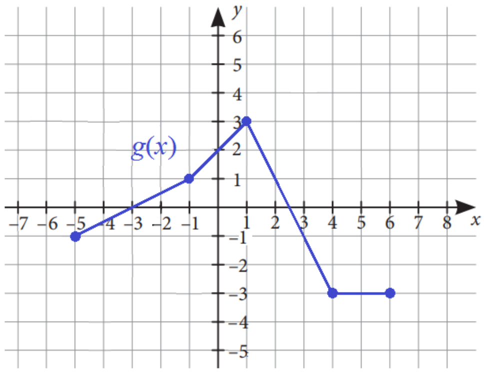
Są to punkty: (–6, 3), (–4, 3), (–1, –3), (1, –1) oraz (5, 1).



Każdemu z tych punktów zmieniamy obie współrzędne na przeciwne:

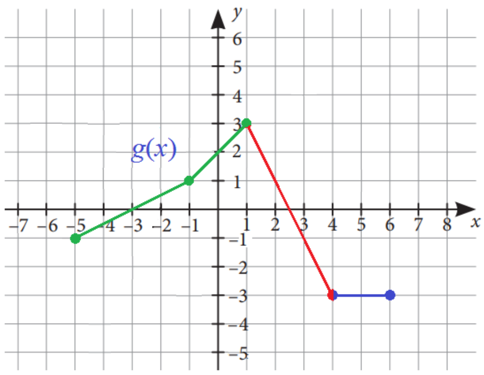
(–6, 3) → **(6, –3)**
(–4, 3) → **(4, –3)**
(–1, –3) → **(1, 3)**
(1, –1) → **(–1, 1)**
(5, 1) → **(–5, –1)**

Następnie, umieszczamy na wykresie nowe punkty.



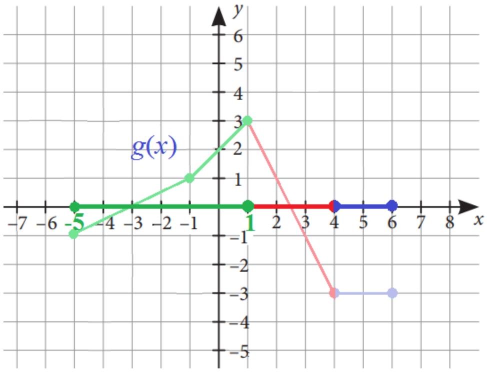
Łączymy zaznaczone punkty,

tworząc wykres funkcji *g*



Określamy fragmenty wykresu, w których

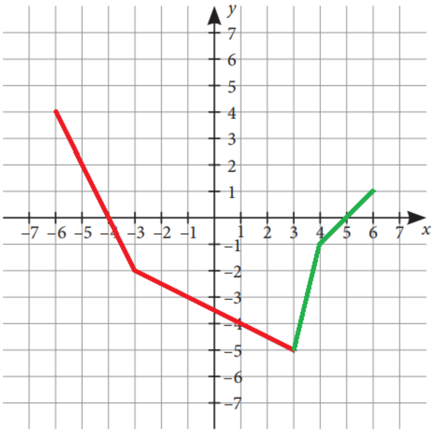
funkcja *g* jest rosnąca, malejąca lub stała



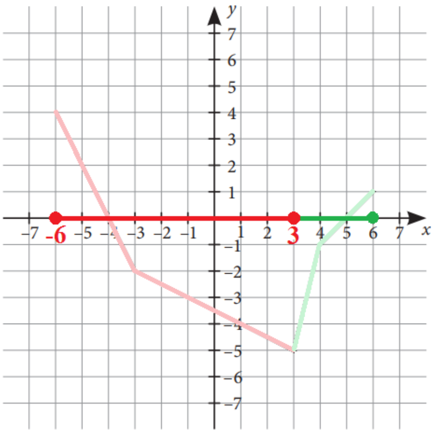
Najdłuższy (maksymalny) przedział, w którym funkcja g jest rosnąca, to $\langle -\mathbf{5}; \mathbf{1}\rangle$.

Odp. **D**

7.31.



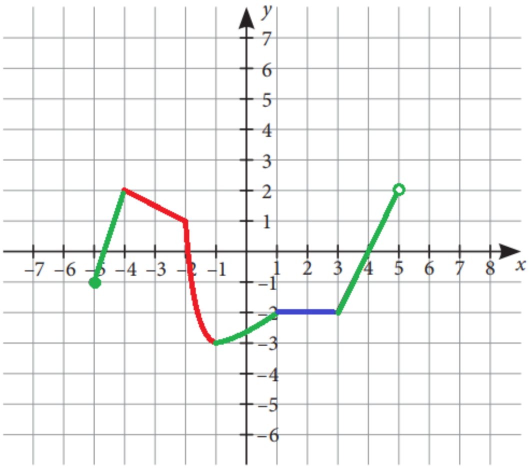
Określamy fragmenty wykresu, w których funkcja jest rosnąca lub malejąca



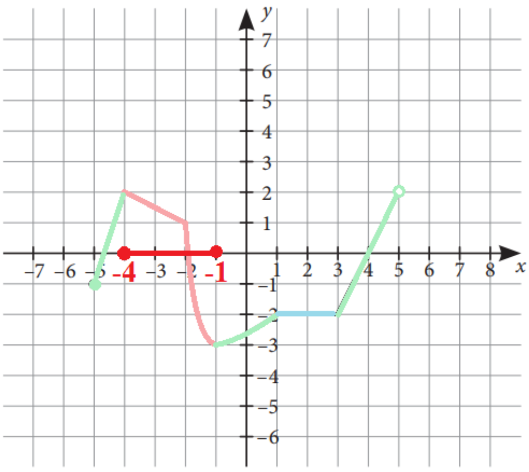
Z wykresu odczytujemy, że najdłuższy (maksymalny) przedział, w którym funkcja jest malejąca, to $\langle -\mathbf{6}, \mathbf{3}\rangle$.

Odp. **D**

7.32.



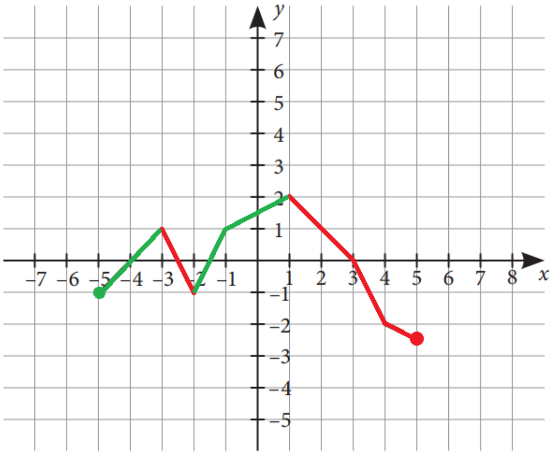
Określamy fragmenty wykresu, w których funkcja jest rosnąca, malejąca lub stała



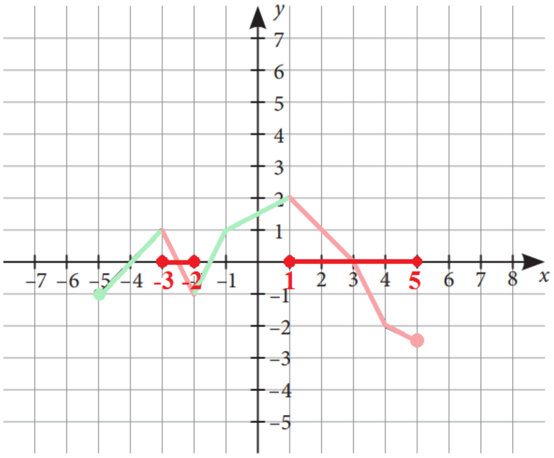
Z wykresu odczytujemy, że najdłuższy (maksymalny) przedział, w którym funkcja jest malejąca, to $\langle -\mathbf{4}, -\mathbf{1} \rangle$.

Odp. **B**

7.33.



Określamy fragmenty wykresu, w których funkcja jest rosnąca lub malejąca

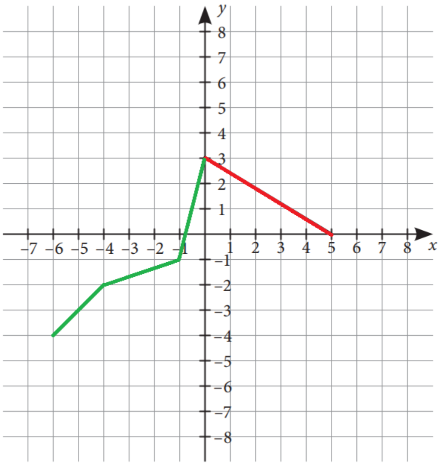


Z wykresu odczytujemy, że funkcja jest malejąca w każdym z przedziałów: $\langle -3,-2\rangle$ oraz $\langle \mathbf{1},\mathbf{5}\rangle$.

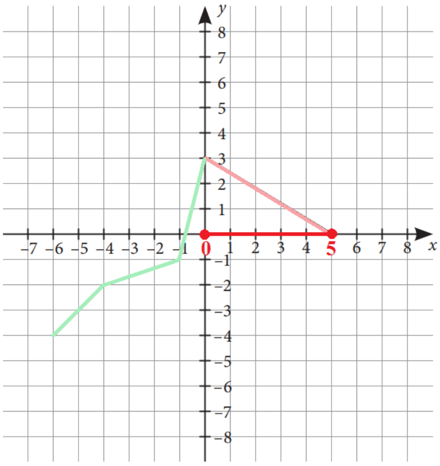
W szczególności, funkcja *f* jest malejąca w przedziale $\langle \mathbf{1},\mathbf{5}\rangle$.

Odp. **C**

7.34.



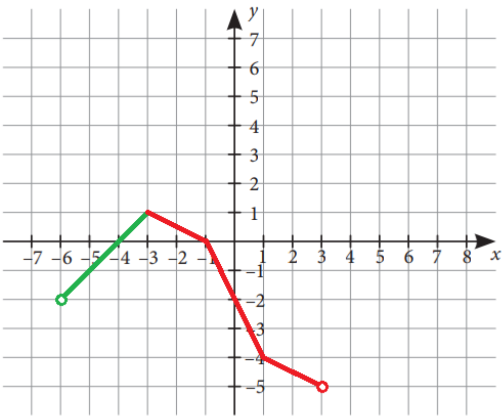
Określamy fragmenty wykresu, w których funkcja jest rosnąca lub malejąca



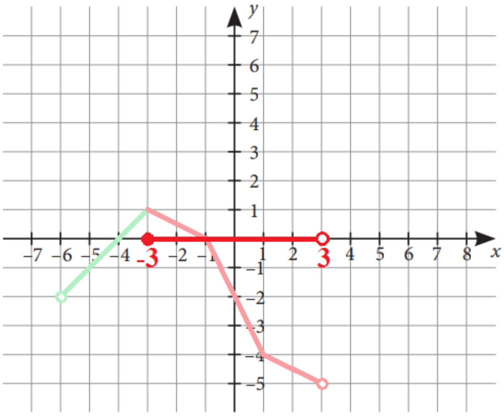
Z wykresu odczytujemy, że najdłuższy (maksymalny) przedział, w którym funkcja jest malejąca, to $\langle \mathbf{0}; \mathbf{5} \rangle$.

Odp. **A**

7.35.



Określamy fragmenty wykresu, w których funkcja jest rosnąca lub malejąca

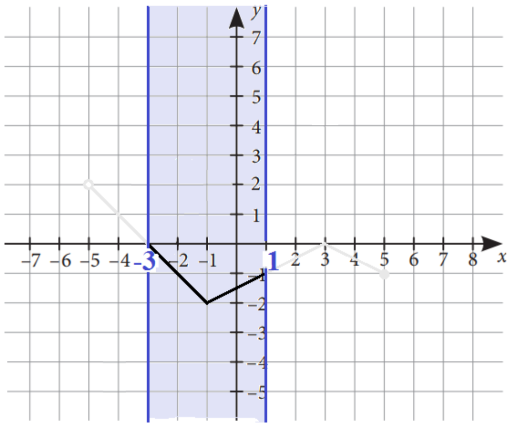


Z wykresu odczytujemy, że funkcja jest malejąca w przedziale $\langle -\mathbf{3};\ \mathbf{3})$.

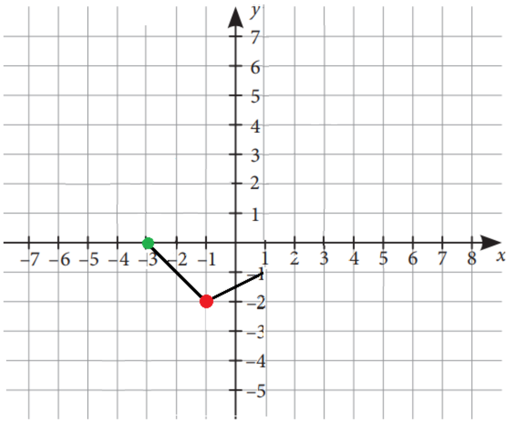
Uwaga! Funkcja nie może być malejąca w przedziale $\langle -3;\ 3\rangle$, bo liczba 3 nie należy do dziedziny funkcji.

Odp. **C**

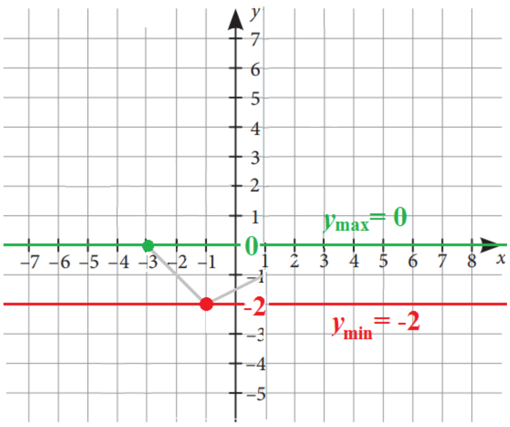
7.36.



Ograniczamy się do fragmentu wykresu funkcji dla argumentów ze zbioru $\langle -3,1\rangle$, podanego w treści zadania



Rozważając wspomniany fragment wykresu, zaznaczamy **najwyżej** oraz **najniżej** leżący punkt na wykresie tej funkcji



Przez oba wspomniane wcześniej punkty prowadzimy poziome linie.

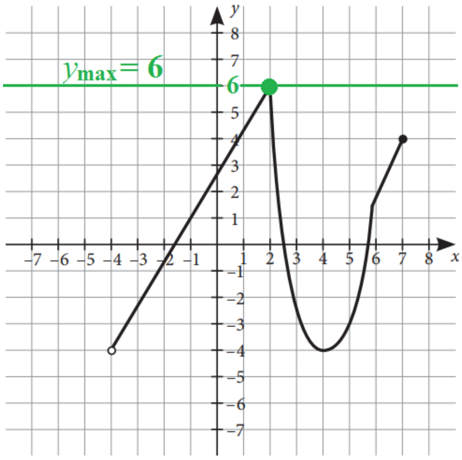
Patrzymy, jakim liczbom **na osi *y*** odpowiadają narysowane linie.

Odczytane **z osi *y*** liczby są równe y_{max} oraz y_{min}.

Zatem $y_{min} = -2$ oraz $y_{max} = 0$.

Odp. **C**

7.37.



Szukając **największej wartości funkcji** na podstawie wykresu, należy zlokalizować taki **punkt** wykresu, który **leży najwyżej**.

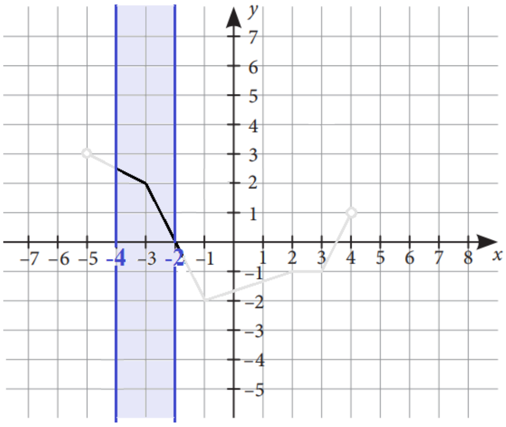
Przez taki punkt prowadzimy poziomą linię.

Liczba **na osi *y***, na którą natrafia ta linia, jest największą wartością funkcji.

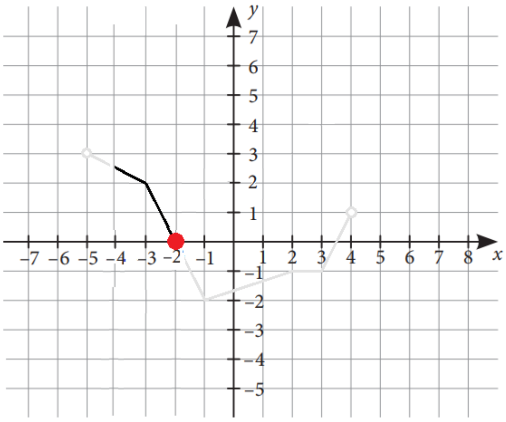
Zatem $y_{max} = 6$.

Odp. **C**

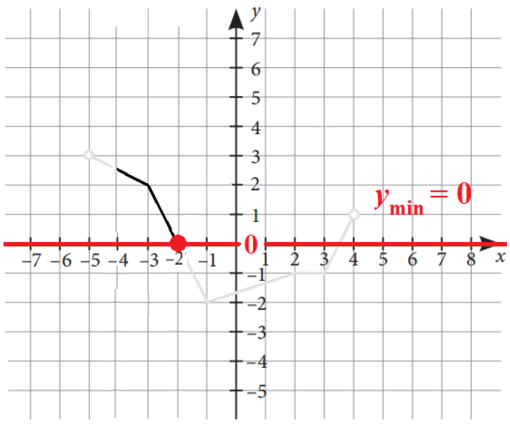
7.38.



Ograniczamy się do fragmentu wykresu funkcji dla argumentów ze zbioru $\langle -4, -2 \rangle$, podanego w treści zadania



Szukając **najmniejszej wartości funkcji** na podstawie wykresu, należy zlokalizować taki **punkt** wykresu, który **leży najniżej**.



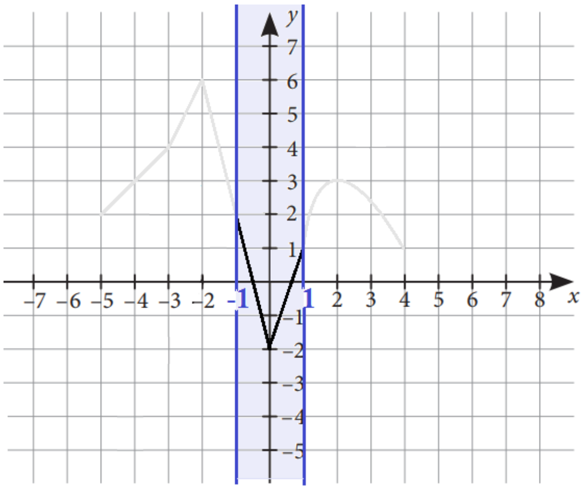
Przez taki punkt prowadzimy poziomą linię.

Liczba **na osi *y***, na którą natrafia ta linia, jest najmniejszą wartością funkcji.

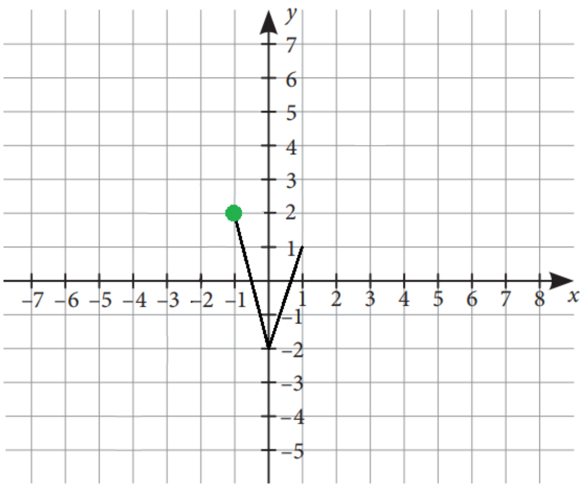
Zatem, w przedziale $\langle -4, -2 \rangle$, mamy $\boldsymbol{y_{\min} = 0}$.

Odp. **C**

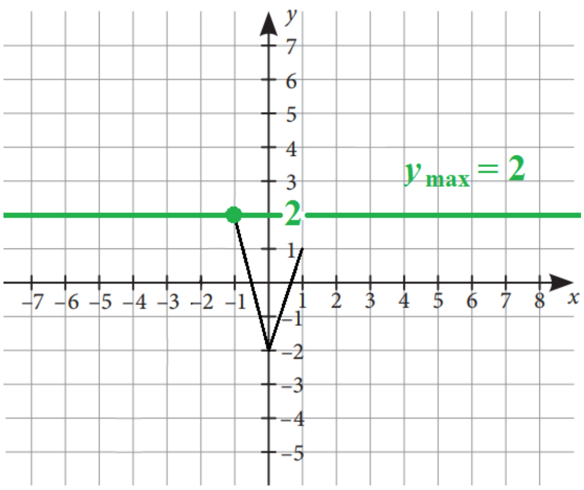
7.39.



Ograniczamy się do fragmentu wykresu funkcji dla argumentów ze zbioru $\langle -1;\, 1\rangle$, podanego w treści zadania



Szukając **największej wartości funkcji** na podstawie wykresu, należy zlokalizować taki **punkt** wykresu, który **leży najwyżej**.



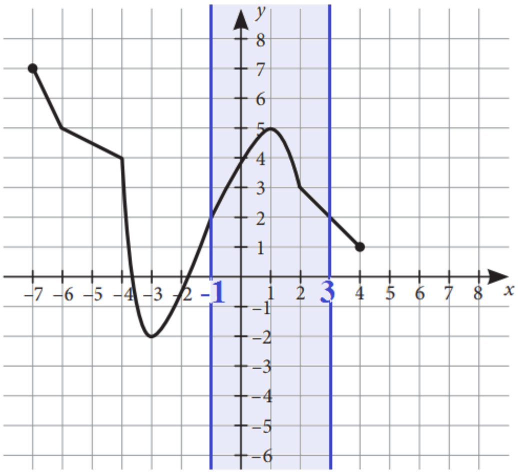
Przez taki punkt prowadzimy poziomą linię.

Liczba **na osi *y***, na którą natrafia ta linia, jest największą wartością funkcji.

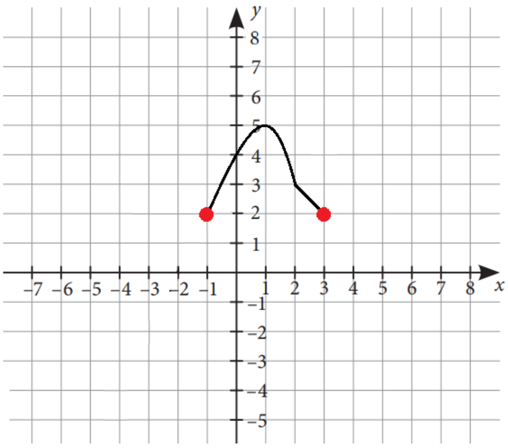
Zatem, w przedziale $\langle -1; 1\rangle$, mamy $y_{max} = 2$.

Odp. **B**

7.40.

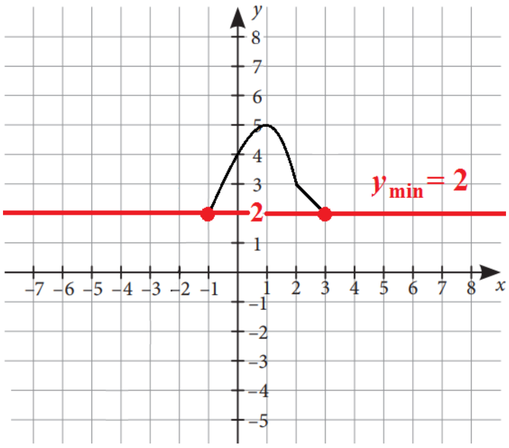


Ograniczamy się do fragmentu wykresu funkcji dla argumentów ze zbioru $\langle -1;\ 3\rangle$, podanego w treści zadania



Szukając **najmniejszej wartości funkcji** na podstawie wykresu, należy zlokalizować taki **punkt** wykresu, który **leży najniżej**.

W tym zadaniu mamy **dwa** takie **punkty**.



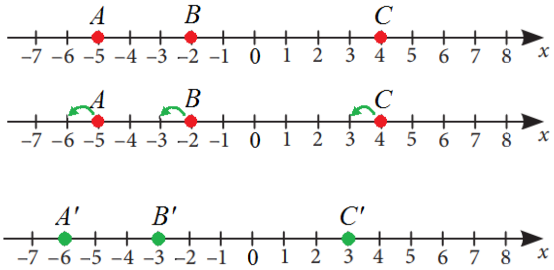
Przez każdy z tych dwóch punktów prowadzimy linię poziomą.

Liczba **na osi** $\boldsymbol{y}$, na którą natrafia ta linia, jest najmniejszą wartością funkcji.

Zatem, w przedziale $\langle -1, 3\rangle$, mamy $\boldsymbol{y_{\min} = 2}$.

Odp. **D**

7.41.



miejsca zerowe funkcji *f*

$g(x) = f(x+1)$, czyli przesunięcie wykresu funkcji *f* o **1 w lewo**

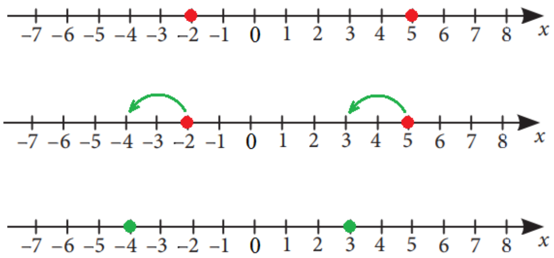
miejsca zerowe funkcji *g*

Uwzględniając warunek $x_1 > x_2 > x_3$, otrzymujemy $x_1 = 3,\ \ x_2 = -3,\ \ x_3 = -6$.

Dla $x_3 = -6$ oraz $x_1 = 3$ obliczamy $\frac{-x_3}{x_1} = \frac{-(-6)}{3} = \frac{6}{3} = \mathbf{2}$.

Odp. **D**

7.42.



miejsca zerowe funkcji *f*

$g(x) = f(x+2)$, czyli przesunięcie wykresu funkcji *f* o **2 w lewo**

miejsca zerowe funkcji *g*

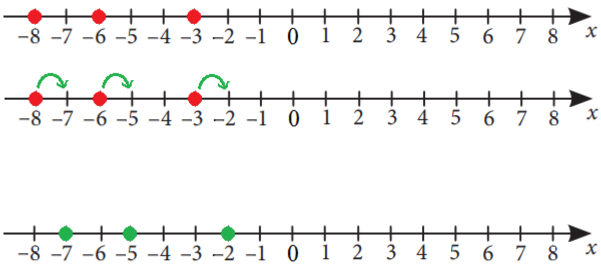
Obliczamy sumę miejsc zerowych funkcji *g*. Zatem: –4 + 3 = **–1**.

Odp. **A**

7.43.

$x_1 = -11$ to najmniejsze miejsce zerowe funkcji *f*. Wzór $g(x) = f(x+4)$ oznacza przesunięcie wykresu funkcji *f* o **4 w lewo**.
Oznacza to, że najmniejsze miejsce zerowe funkcji *g* to: $-11 - 4 = \mathbf{-15}$.
Odp. **A**

7.44.



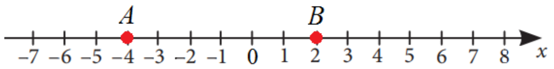
miejsca zerowe funkcji *f*

$g(x) = f(x-1)$, czyli przesunięcie wykresu funkcji *f* o **1 w prawo**

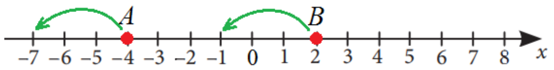
miejsca zerowe funkcji *g*

Najmniejsze miejsce zerowe funkcji *g* to –7, a największe –2. Ich iloczyn to $(-7)\cdot(-2) = \mathbf{14}$.
Odp. **D**

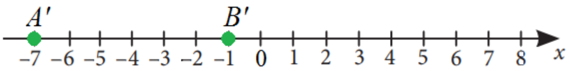
7.45.



miejsca zerowe funkcji f



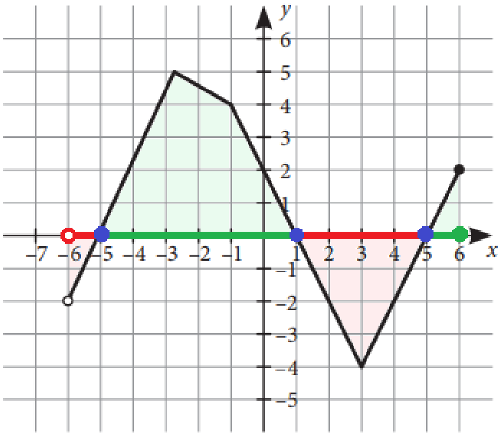
$g(x) = f(x+3)$, czyli przesunięcie wykresu funkcji f o **3 w lewo**



miejsca zerowe funkcji g

Uwzględniając założenie $x_1 < x_2$, otrzymujemy $x_1 = -7,\ \ x_2 = -1$. Obliczamy $x_1 - x_2$:
$x_1 - x_2 = -7 - (-1) = -7 + 1 = \mathbf{-6}$.
Odp. **B**

7.46.



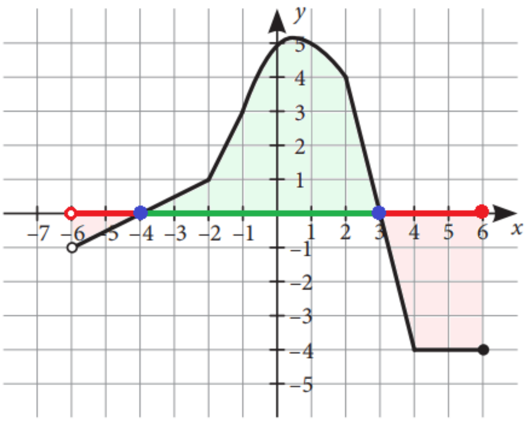
Odczytujemy zbiór (zbiory) **na osi *x***,
w których wykres funkcji jest **powyżej osi *x***.

Z rysunku wynika, że są to zbiory $(-5,1)$ i $(5,6\rangle$.

Zatem $f(x)>0 \quad \Leftrightarrow \quad x\in(-\mathbf{5};\ \mathbf{1})\cup(\mathbf{5};\ \mathbf{6}\rangle$.

Odp. **D**

7.47.



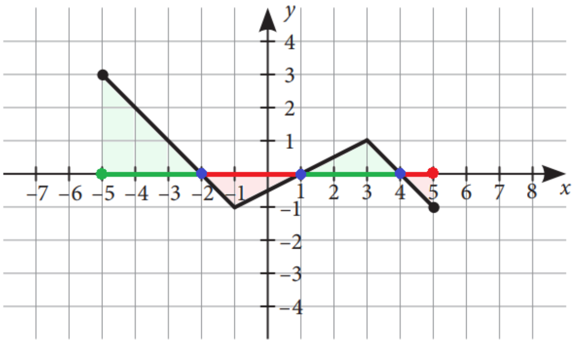
Odczytujemy zbiór **na osi *x***,
w którym wykres funkcji jest **powyżej osi *x***.

Z rysunku wynika, że jest to zbiór $(-4;\ 3)$.

Zatem $f(x) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in (\mathbf{-4};\ \mathbf{3})$.

Odp. **C**

7.48.



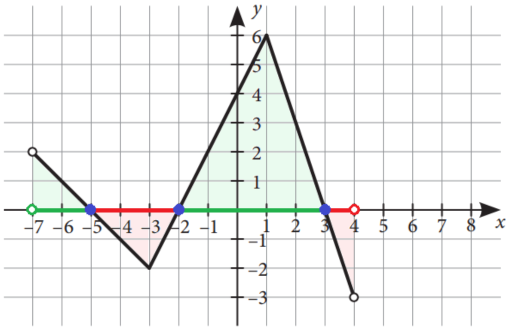
Odczytujemy zbiór (zbiory) **na osi *x***,
w których wykres funkcji jest **powyżej osi *x***.

Z rysunku wynika, że są to zbiory
$\langle -5; -2)$ i $(1; 4)$.

Zatem $f(x) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \langle \mathbf{-5}; \mathbf{-2}) \cup (\mathbf{1}; \mathbf{4})$.

Odp. **A**

7.49.



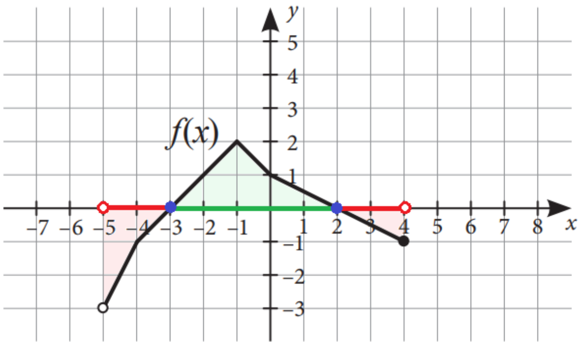
Odczytujemy zbiór (zbiory) **na osi *x***,
w których wykres funkcji jest **powyżej osi *x***.

Z rysunku wynika, że są to zbiory
$(-7; -5)$ i $(-2; 3)$.

Zatem $f(x) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \mathbf{(-7; -5) \cup (-2; 3)}$.

Odp. **D**

7.50.



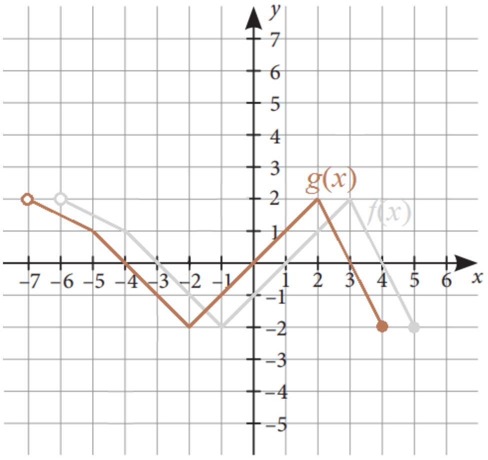
Odczytujemy zbiór **na osi *x***,
w którym wykres funkcji jest **powyżej osi *x***.

Z rysunku wynika, że jest to zbiór $(-3;\ 2)$.

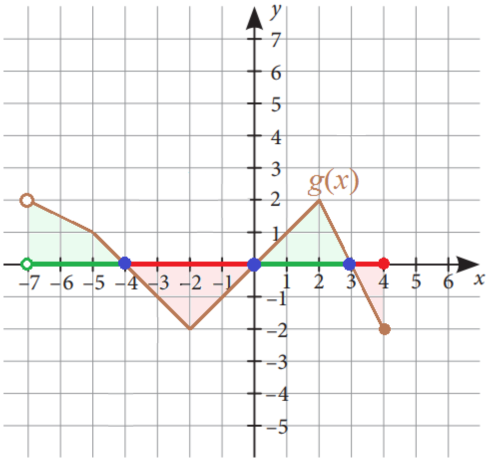
Zatem $f(x) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \left(\underbrace{-\mathbf{3}}_{a};\ \underbrace{\mathbf{2}}_{b}\right)$.

Odp. **B**

7.51.



Wykres funkcji $g(x)=f(x+1)$ uzyskujemy, przesuwając wykres funkcji f o **1 w lewo**



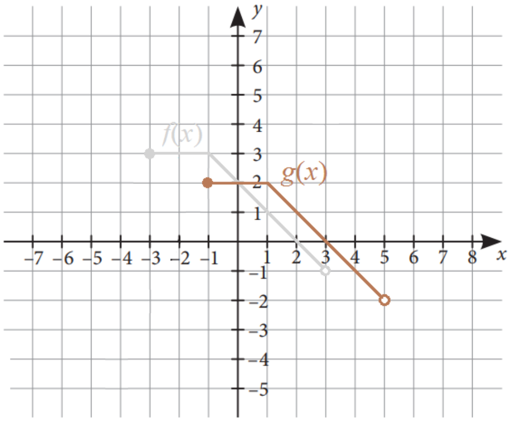
Na wykresie funkcji g odczytujemy zbiór (zbiory) **na osi *x***, w których wykres funkcji jest **poniżej osi *x***.

Z rysunku wynika, że są to zbiory $(-4,0)$ i $(3,4\rangle$.

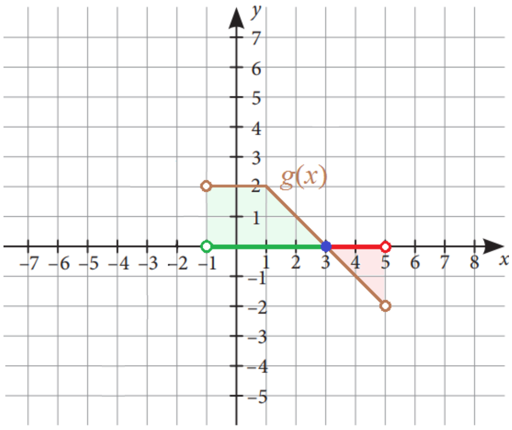
Zatem $g(x)<0 \quad \Leftrightarrow \quad x\in(\mathbf{-4;\ 0})\cup(\mathbf{3;\ 4}\rangle$.

Odp. **B**

7.52.



Wykres funkcji $g(x) = f(x-2) - 1$ uzyskujemy, przesuwając wykres funkcji f o **2 w prawo** i **1 w dół**

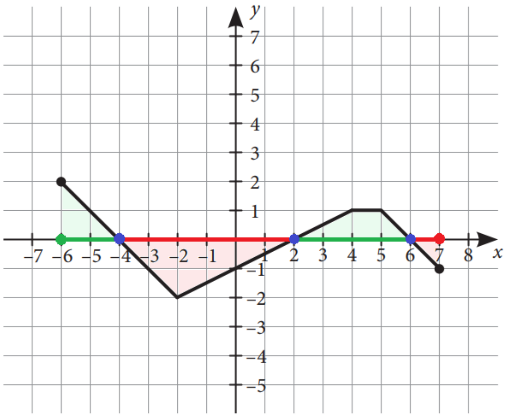


Na wykresie funkcji g odczytujemy zbiór **na osi *x***, w którym wykres funkcji znajduje się **poniżej osi *x***.
Z rysunku wynika, że jest to zbiór $(3,5)$.
Zatem $g(x) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in (\mathbf{3};\ \mathbf{5})$.

Uwaga!
Rozwiązaniem zadania **nie może być** zbiór $\langle 3,5)$, bo funkcja g dla argumentu 3 przyjmuje wartość neutralną **0**, a liczba **0 nie jest ujemna**.

Odp. **C**

7.53.



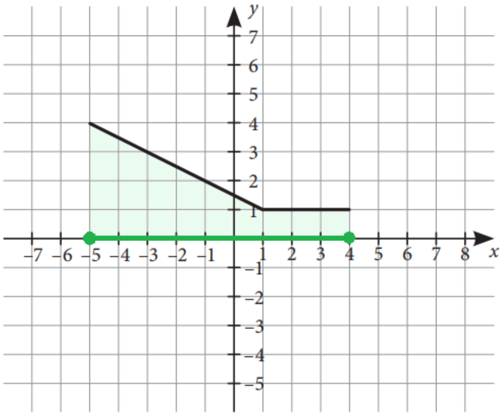
Na wykresie funkcji odczytujemy zbiór (zbiory) **na osi *x***, w których wykres funkcji znajduje się **poniżej osi *x***.

Z rysunku wynika, że są to zbiory $(-4;2)$ i $(6,7\rangle$.

Zatem $f(x)<0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in (\mathbf{-4;\ 2}) \cup (\mathbf{6;\ 7}\rangle$.

Odp. **C**

7.54.



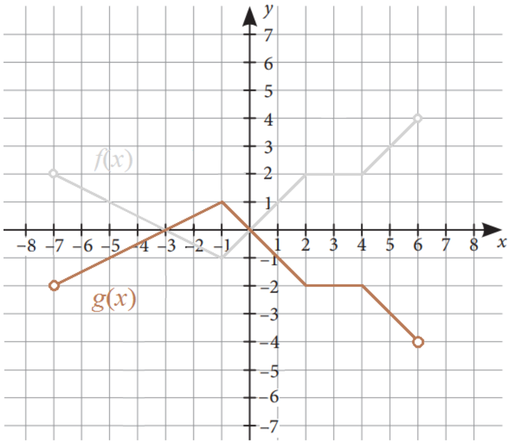
Przyglądamy się każdemu z proponowanych wykresów. Zaczynamy od tego z odpowiedzi A.

Wykres ten leży **cały** **powyżej osi *x***.

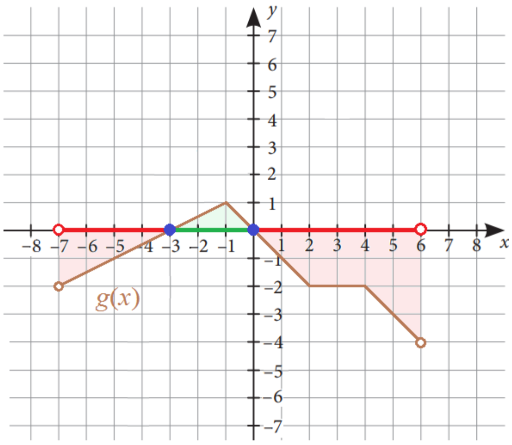
Funkcja, której wykres leży **cały** **powyżej osi *x***, **nie przyjmuje** **wartości ujemnych**.

Odp. **A**

7.55.



Wzór $g(x) = -f(x)$ oznacza, że wykres funkcji g jest **odbiciem lustrzanym** wykresu funkcji f względem osi x



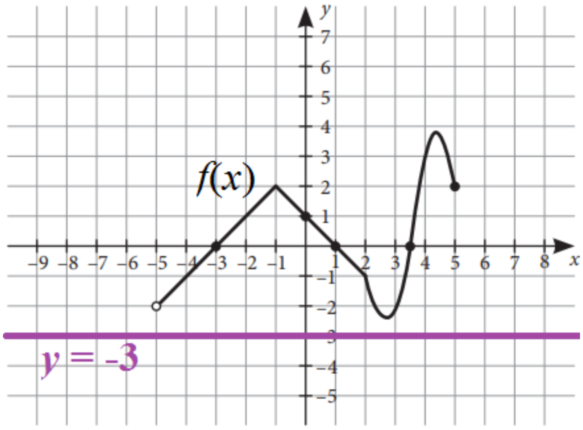
Na wykresie funkcji g odczytujemy zbiór (zbiory) **na osi *x***, w których wykres funkcji znajduje się **poniżej osi *x***.

Z rysunku wynika, że są to zbiory $(-7; -3)$ i $(0; 6)$.

Zatem $g(x) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in (\mathbf{-7};\ \mathbf{-3}) \cup (\mathbf{0};\ \mathbf{6})$.

Odp. **A**

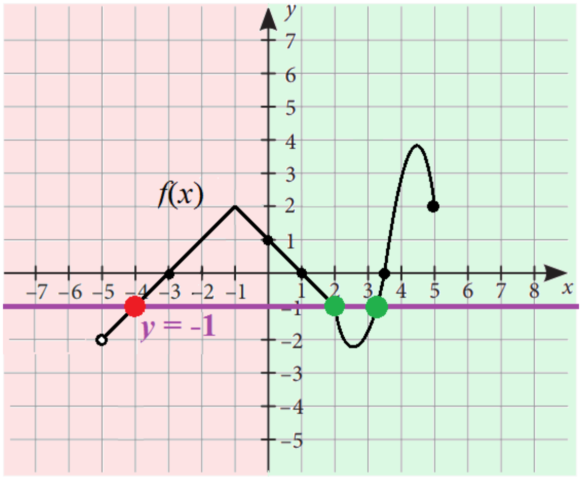
7.56.



Sprawdzamy po kolei, ile rozwiązań mają równania przedstawione w odpowiedziach.

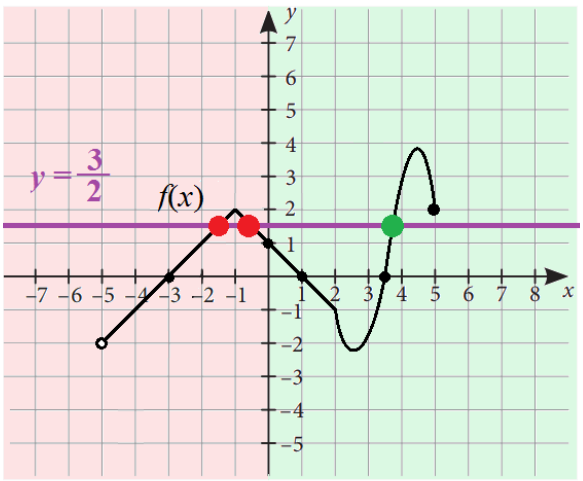
Równanie $f(x) = -3$ **nie ma rozwiązań**, bo wykres funkcji f nie przecina prostej opisanej równaniem $\boldsymbol{y = -3}$.

Uwaga! Narysowanie prostej o równaniu $\boldsymbol{y = -3}$ polega na znalezieniu punktu **na osi** $\boldsymbol{y}$ z liczbą **–3**, i poprowadzeniu prostej poziomej przez ten punkt.

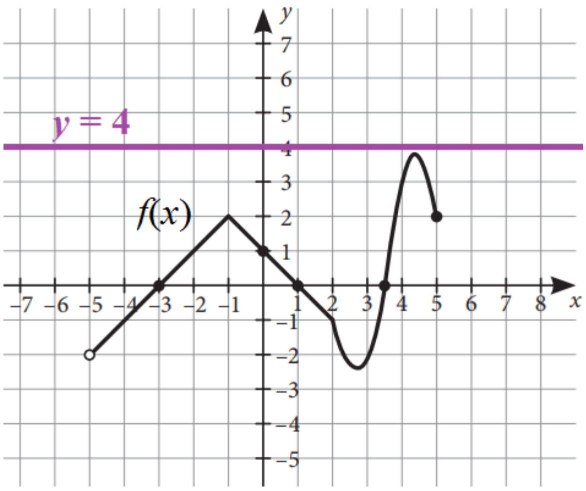


Równanie $f(x) = -1$ ma **2** rozwiązanie **dodatnie** oraz **1 rozwiązanie ujemne**, bo wykres funkcji f przecina prostą $\boldsymbol{y = -1}$ **dwa razy po prawej stronie osi** $\boldsymbol{y}$ oraz **jeden raz po lewej stronie osi** $\boldsymbol{y}$.

Zatem równanie $f(x) = -1$ ma więcej rozwiązań dodatnich niż ujemnych.



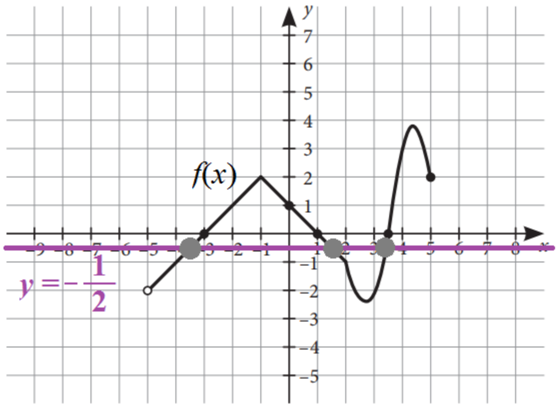
Równanie $f(x) = \frac{3}{2}$ ma **2** rozwiązania **ujemne** oraz **1** rozwiązanie **dodatnie**.



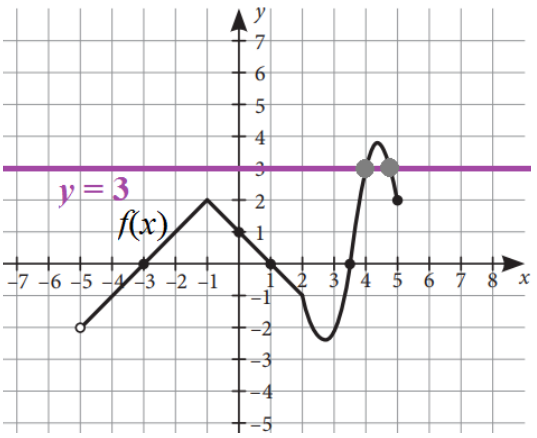
Równanie $f(x) = 4$ **nie ma rozwiązań**

Odp. **B**

7.57.

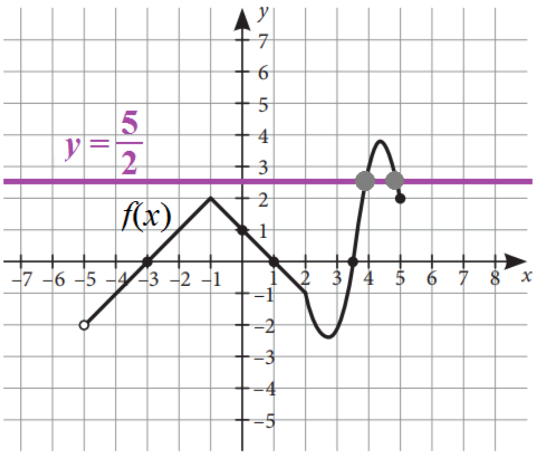


Prosta opisana równaniem $y=-\frac{1}{2}$ przecina wykres funkcji *f* w **3 punktach**,
zatem równanie $f(x)=-\frac{1}{2}$ ma **3 rozwiązania**



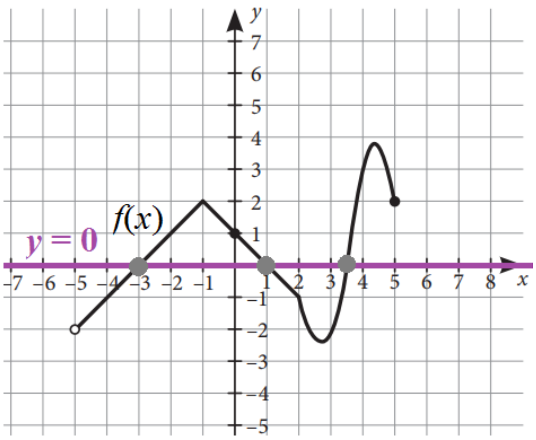
A. $f(x)=3$

Prosta opisana równaniem $y=3$ przecina wykres funkcji *f* tylko w **2 punktach**,
zatem równanie $f(x)=3$ ma **2 rozwiązania**



B. $f(x)=\frac{5}{2}$

Prosta opisana równaniem $y=\frac{5}{2}$ przecina wykres funkcji *f* tylko w **2 punktach**,
zatem równanie $f(x)=\frac{5}{2}$ ma **2 rozwiązania**

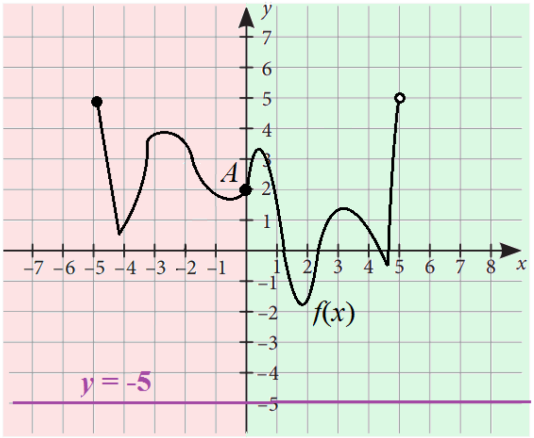


C. $f(x)=0$

Prosta opisana równaniem ***y* = 0** przecina wykres funkcji f w **3 punktach**,
zatem równanie $f(x)=0$, tak samo jak równanie $f(x)=-\frac{1}{2}$, ma **3 rozwiązania**.

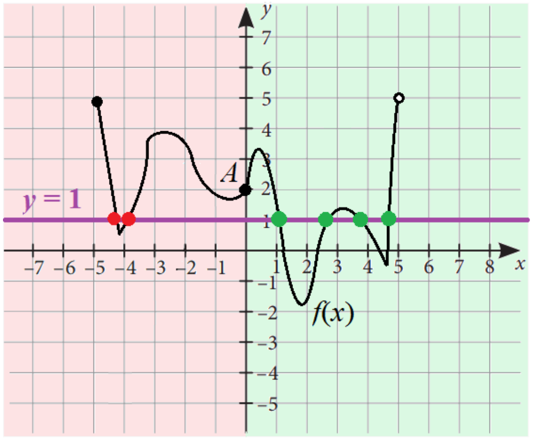
Odp. **C**

7.58.



Sprawdzamy po kolei, ile rozwiązań mają równania przedstawione w odpowiedziach.

Równanie $f(x) = -5$ **nie ma rozwiązań**, bo wykres funkcji *f* nie przecina się z prostą opisaną równaniem ***y* = –5**.

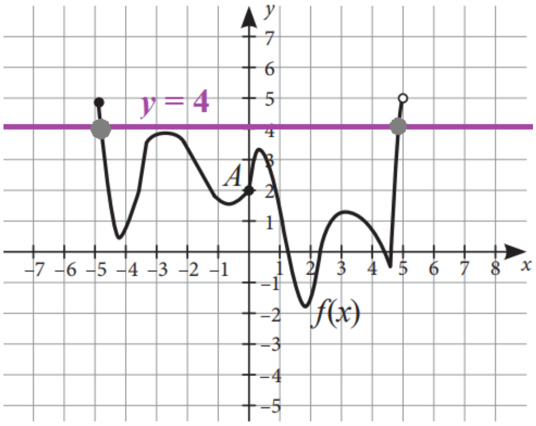


Równanie $f(x) = 1$ ma **2** rozwiązania **ujemne** oraz **4** rozwiązania **dodatnie**.

Zatem równanie $f(x) = 1$ ma więcej rozwiązań dodatnich niż ujemnych.

Odp. **B**

7.59.

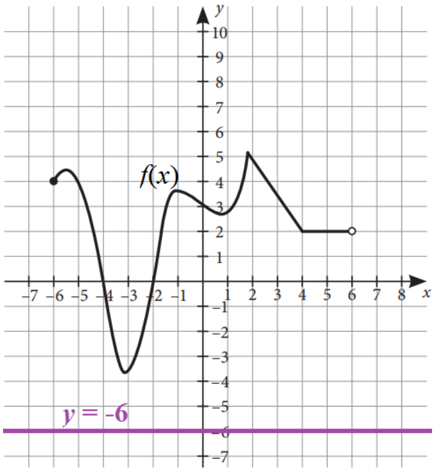


Prosta o równaniu $y = 4$ ma z wykresem funkcji f dokładnie **2 punkty wspólne**.

Oznacza to, że równanie $f(x) = 4$ ma dokładnie **dwa rozwiązania**.

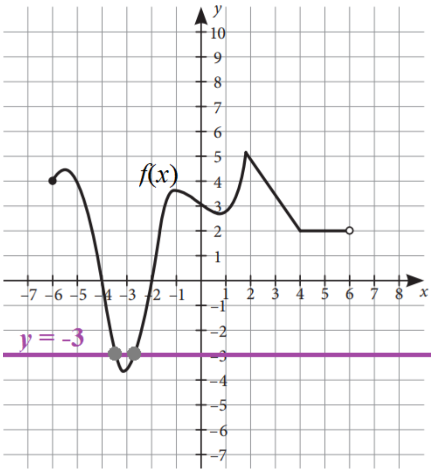
Odp. **B**

7.60.
Podstawiamy w miejsce *m* proponowane w kolejnych odpowiedziach wartości liczbowe:



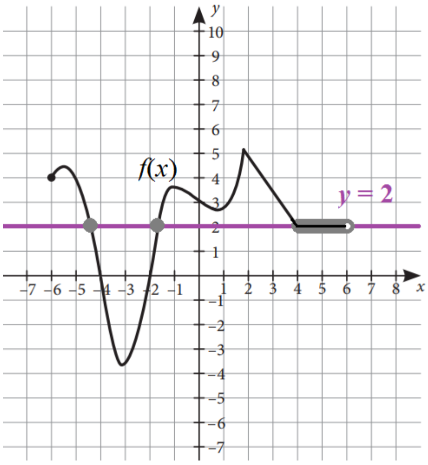
A. $m = -6$

Dla $m = -6$ mamy równanie $f(x) = -6$,
które **nie ma rozwiązań** (brak punktów wspólnych prostej o równaniu $y = -6$) z wykresem funkcji *f*).



B. $m = -3$

Dla $m = -3$ mamy równanie $f(x) = -3$,
które **ma 2 rozwiązania** (prosta o równaniu $y = -3$ ma z wykresem funkcji *f* dokładnie **2 punkty wspólne**).



C. $m = 2$

Dla $m = 2$ mamy równanie $f(x) = 2$,
które **ma nieskończenie wiele rozwiązań** (prosta o równaniu $y = 2$ ma z wykresem funkcji *f* **nieskończenie wiele punktów wspólnych**).

Odp. **C**