8.1.

Zapisujemy wzór funkcji g jako $y = -3 - 5x$.

Do wzoru $y = -3 - 5x$ podstawiamy współrzędne kolejnych punktów (x, y) z odpowiedzi.

$A = \left(\frac{1}{5}, 4\right)$

podstawiamy

$x = \frac{1}{5},\ y = 4$

zatem:

$y = -3 - 5x$

$4 = -3 - 5 \cdot \frac{1}{5}$

$4 = -3 - 1$

$\mathbf{4 = -4}$

równość fałszywa

$B = (2, -7)$

podstawiamy

$x = 2,\ y = -7$

zatem:

$y = -3 - 5x$

$-7 = -3 - 5 \cdot 2$

$-7 = -3 - 10$

$\mathbf{-7 = -13}$

równość fałszywa

$C = (-2, 7)$

podstawiamy

$x = -2,\ y = 7$

zatem:

$y = -3 - 5x$

$7 = -3 - 5 \cdot (-2)$

$7 = -3 + 10$

$\mathbf{7 = 7}$

równość fałszywa

$D = \left(-2, -\frac{1}{5}\right)$

podstawiamy

$x = -2,\ y = -\frac{1}{5}$

zatem:

$y = -3 - 5x$

$-\frac{1}{5} = -3 - 5 \cdot (-2)$

$-\frac{1}{5} = -3 + 10$

$\mathbf{-\frac{1}{5} = 7}$

równość fałszywa

Odp. **C**

8.2.

Zapisujemy wzór funkcji g jako $y = 9x - \frac{1}{2}$.

A. $\left(\frac{3}{2}, 13\right)$

$x = \frac{3}{2},\ y = 13$

$y = 9x - \frac{1}{2}$

$13 = 9 \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$

$13 = \frac{27}{2} - \frac{1}{2}$

$13 = \frac{26}{2}$

$\mathbf{13 = 13}$

równość prawdziwa

Odp. **A**

8.3.

Zapisujemy wzór funkcji g jako $y = -3 + 4x$.

A. $(-1, -7)$

$x = -1, \ \ y = -7$

$y = -3 + 4x$

$-7 = -3 + 4 \cdot (-1)$

$-7 = -3 - 4$

$\mathbf{-7 = -7}$

równość prawdziwa

Odp. **A**

8.4.

$A=(1,1)$

$x=1,\ y=1$

$y=\frac{3}{8}x+\frac{8}{3}$

$1=\frac{3}{8}\cdot 1+\frac{8}{3}$

$1=\frac{3}{8}+\frac{8}{3}$

$\mathbf{1}=\mathbf{0{,}375}+\mathbf{2{,}666}...$

równość fałszywa

$B=(1,-1)$

$x=1,\ y=-1$

$y=\frac{3}{8}x+\frac{8}{3}$

$-1=\frac{3}{8}\cdot 1+\frac{8}{3}$

$-\mathbf{1}=\mathbf{0{,}375}+\mathbf{2{,}666}...$

równość fałszywa

$C=\left(\frac{8}{3},3\right)$

$x=\frac{8}{3},\ y=3$

$y=\frac{3}{8}x+\frac{8}{3}$

$3=\frac{3}{8}\cdot\frac{8}{3}+\frac{8}{3}$

$3=1+\frac{8}{3}$

$\mathbf{3}=\mathbf{1}+\mathbf{2{,}666}...$

równość fałszywa

$D=\left(0,\frac{8}{3}\right)$

$x=0,\ y=\frac{8}{3}$

$y=\frac{3}{8}x+\frac{8}{3}$

$\frac{8}{3}=\underbrace{\frac{3}{8}\cdot 0}_{0}+\frac{8}{3}$

$\frac{8}{3}=0+\frac{8}{3}$

$\mathbf{\frac{8}{3}}=\mathbf{\frac{8}{3}}$

równość prawdziwa

Odp. **D**

8.5.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = -1{,}5 + x$.

$A = \left(1, \frac{1}{2}\right)$ $x = 1,\ \ y = 0{,}5$ $y = -1{,}5 + x$ $0{,}5 = -1{,}5 + 1$ $\mathbf{0{,}5 = -0{,}5}$ równość fałszywa punkt A **nie należy** do wykresu funkcji	$B = \left(2, \frac{1}{2}\right)$ $x = 2,\ \ y = 0{,}5$ $y = -1{,}5 + x$ $0{,}5 = -1{,}5 + 2$ $\mathbf{0{,}5 = 0{,}5}$ równość **prawdziwa** punkt B **należy** do wykresu funkcji	$C = \left(3, -\frac{3}{2}\right)$ $x = 3,\ \ y = -1{,}5$ $-1{,}5 = -1{,}5 + 3$ $\mathbf{-1{,}5 = 1{,}5}$ równość fałszywa punkt C **nie należy** do wykresu funkcji	$D = (4, -3)$ $x = 4,\ \ y = -3$ $-3 = -1{,}5 + 4$ $\mathbf{-3 = 2{,}5}$ równość fałszywa punkt D **nie należy** do wykresu funkcji

Odp. **B**

8.6.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = \frac{k}{k+1} \cdot x + k$. Podstawiamy $x = -1,\ y = -4$, wyliczamy *k*.

$$-4 = \frac{k}{k+1} \cdot (-1) + k$$

$$-4 = \frac{-k}{k+1} + k \qquad | \cdot (k+1)$$

$$(k+1) \cdot (-4) = (k+1) \cdot \frac{-k}{k+1} + (k+1) \cdot k$$

$$-4k - 4 = -k + k^2 + k$$

$$-k^2 - 4k - 4 = 0$$

$$a = -1, \quad b = -4, \quad c = -4, \qquad -b = 4$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-4) = 16 - 16 = 0$$

$$k_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2 \cdot (-1)} = \frac{4}{-2} = \mathbf{-2}$$

Odp. **C**

8.7.

Do wzoru $y = kx - k + 3$ podstawiamy $x = 2$, $y = 8$, wyliczamy k.

$8 = k \cdot 2 - k + 3$

$8 = 2k - k + 3$

$8 = k + 3$

$k = \mathbf{5}$

Odp. **C**

8.8.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = -\frac{5}{m} \cdot x + 4$. Podstawiamy $x = -6,\ y = 7$ i wyliczamy m.

$7 = -\frac{5}{m} \cdot (-6) + 4$

$7 = \frac{30}{m} + 4 \qquad |\cdot m$

$m \cdot 7 = m \cdot \frac{30}{m} + m \cdot 4$

$7m = 30 + 4m$

$7m - 4m = 30$

$3m = 30 \qquad |:3$

$m = \mathbf{10}$

Odp. **D**

8.9.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y=(m+2)x-7m$. Podstawiamy $x=3,\ y=-1$ i wyliczamy m.

$-1=(m+2)\cdot 3-7m$

$-1=3m+6-7m$

$-3m+7m=6+1$

$4m=7 \qquad |:4$

$m=\frac{7}{4}=\mathbf{1\frac{3}{4}}$

Odp. **D**

8.10.

Do wzoru $y=(2m-5)x+1$ podstawiamy $x=-2,\ y=-3$, wyliczamy m.

$-3=(2m-5)\cdot(-2)+1$

$-3=-4m+10+1$

$4m=10+1+3$

$4m=14 \qquad |:4$

$m=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}=\mathbf{3\frac{1}{2}}$

Odp. **D**

8.11.

Do wzoru $y = -x - 8$ podstawiamy $x = (1 - k)$, $y = -5$, następnie wyliczamy k.

$-5 = -\underbrace{(1 - k)}_{x} - 8$

$-5 = -1 + k - 8$

$-k = -1 - 8 + 5$

$-k = -4 \qquad |:(-1)$

$k = \mathbf{4}$

Odp. **D**

8.12.

Zapisujemy wzór funkcji $g(x)=2x+3$ jako $y=2x+3$. Podstawiamy $x=4$, $y=-3m-1$, następnie wyliczamy m.

$y=2x+3$

$-3m-1=2\cdot 4+3$

$-3m-1=8+3$

$-3m=8+3+1$

$-3m=12 \qquad |:(-3)$

$m=\dfrac{12}{-3} \quad \rightarrow \quad m=\mathbf{-4}$

Odp. **B**

8.13.

Zapisujemy wzór funkcji $g(x) = 5 - 7x$ jako $y = 5 - 7x$. Podstawiamy $x = (a+1)$, $y = -2$, następnie wyliczamy *a*.

$y = 5 - 7x$

$-2 = 5 - 7(a+1)$

$-2 = 5 - 7a - 7$

$7a = 5 - 7 + 2$

$7a = 0 \qquad |:7$

$a = \mathbf{0}$

Odp. **A**

8.14.

Do wzoru $y=-x+2$ podstawiamy $x=(a+1)$, $y=a+2$, następnie wyliczamy a.

$y=-x+2$

$a+2=-\underbrace{(a+1)}_{x}+2$

$a+2=-a-1+2$

$a+a=-1+2-2$

$2a=-1 \qquad |:2$

$a=-\mathbf{\frac{1}{2}}$

Odp. **D**

8.15.

Wzór funkcji zapisujemy jako $y = 4x - 3$. Podstawiamy $x = (2a+1)$, $y = -6$, następnie wyliczamy a.

$y = 4x - 3$

$-6 = 4(2a+1) - 3$

$-6 = 8a + 4 - 3$

$-8a = 4 - 3 + 6$

$-8a = 7 \qquad |:(-8)$

$a = \frac{7}{-8} \qquad \rightarrow \qquad a = -\mathbf{\frac{7}{8}}$

Odp. **C**

8.16.

Wzór $g(x) = (5 - m^2)x + 3$ zapisujemy jako $y = (5 - m^2)x + 3$.

Warunek $g(-1) = -2$ jest równoważny faktowi, że **punkt (–1, –2)** należy do wykresu funkcji.

Podstawiamy $x = -1,\ y = -2$ do wzoru $y = (5 - m^2)x + 3$, następnie wyliczamy *m*.

$$y = (5 - m^2)x + 3$$
$$-2 = (5 - m^2)\cdot(-1) + 3$$
$$-2 = -5 + m^2 + 3$$
$$-m^2 = -5 + 3 + 2$$
$$-m^2 = 0 \quad \to \quad m = \mathbf{0}$$

Uwaga! Informację, że punkt $P = (4, -5)$ należy do wykresu funkcji f można zapisać symbolicznie: $f(4) = -5$ lub słownie: funkcja f dla argumentu 4 przyjmuje wartość –5.

Odp. **C**

8.17.

Wzór $g(x) = 3x - a$ zapisujemy jako $y = 3x - a$.

Warunek z argumentem i wartością jest równoważny temu, że **punkt (–5, 1)** leży na wykresie funkcji *g*.

Podstawiamy $x = -5,\ \ y = 1$ do wzoru $y = 3x - a$, następnie wyliczamy *a*.

$y = 3x - a$

$1 = 3 \cdot (-5) - a$

$1 = -15 - a$

$a = -15 - 1$

$a = \mathbf{-16}$

Odp. **A**

Uwaga! Informację, że punkt *P* = (4, –5) należy do wykresu funkcji *f* można zapisać symbolicznie: *f*(4) = –5 lub słownie: funkcja *f* dla argumentu 4 przyjmuje wartość –5.

8.18.
Wzór $f(x)=(m-1)x-3$ zapisujemy jako $y=(m-1)x-3$.
Warunek $f(-4)=2$ jest równoważny temu, że **punkt (–4, 2)** leży na wykresie funkcji *f*.

Podstawiamy $x=-4$, $y=2$ do wzoru $y=(m-1)x-3$, następnie wyliczamy *m*.

$y=(m-1)x-3$

$2=(m-1)\cdot(-4)-3$

$2=-4m+4-3$

$4m=4-3-2$

$4m=-1 \qquad |:4$

$m=\frac{-1}{4}=\mathbf{-0{,}25}$

Odp. **C**

Uwaga! Informację, że punkt *P* = (4, –5) należy do wykresu funkcji *f* można zapisać symbolicznie: *f*(4) = –5 lub słownie: funkcja *f* dla argumentu 4 przyjmuje wartość –5.

8.19.
Wzór $g(x)=(3m+5)x-1$ zapisujemy jako $y=(3m+5)x-1$.
Warunek z argumentem i wartością jest równoważny temu, że **punkt (4, –9)** należy do wykresu funkcji g.

Podstawiamy $x=4$, $y=-9$ do wzoru $y=(3m+5)x-1$, następnie wyliczamy m.

$$y=(3m+5)x-1$$
$$-9=(3m+5)\cdot 4-1$$
$$-9=12m+20-1$$
$$-12m=20-1+9$$
$$-12m=28 \qquad |:(-12)$$
$$m=\frac{28}{-12} \qquad \rightarrow \qquad m=-\mathbf{\frac{7}{3}}$$

Odp. **A**

Uwaga! Informację, że punkt $P = (4, -5)$ należy do wykresu funkcji f

można zapisać symbolicznie: $f(4) = -5$

lub słownie: funkcja f dla argumentu 4 przyjmuje wartość –5.

8.20.

Wzór $g(x)=(2-k)x+k^2$ zapisujemy jako $y=(2-k)x+k^2$.

Warunek $g(1)=8$ oznacza, że **punkt (1, 8)** leży na wykresie funkcji *g*.

Podstawiamy $x=1,\ y=8$ do wzoru $y=(2-k)x+k^2$ i wyliczamy *k*.

$y=(2-k)x+k^2$

$8=(2-k)\cdot 1+k^2$

$8=2-k+k^2$

$-k^2+k+8-2=0$

$-k^2+k+6=0$

$a=-1,\ b=1,\ c=6, \qquad -b=-1$

$\Delta=b^2-4ac=1^2-4\cdot(-1)\cdot 6=1+24=25$

$\sqrt{\Delta}=5$

$$k_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1-5}{2\cdot(-1)}=\frac{-6}{-2}=\mathbf{3}$$

$$k_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1+5}{-2}=\frac{4}{-2}=\mathbf{-2}$$

Odp. **B**

8.21.

Opis słowny	**Wzór**
Funkcja *f* każdej liczbie rzeczywistej *x* przyporządkowuje liczbę o trzy większą od *x*	$f(x)=x+3$
Funkcja *g* każdej liczbie rzeczywistej *x* przyporządkowuje liczbę o pięć mniejszą od *x*	$g(x)=x-5$
Funkcja *f* każdej liczbie rzeczywistej *x* przyporządkowuje trzykrotność liczby *x* powiększoną o 7	$f(x)=3x+7$
Funkcja *h* każdej liczbie rzeczywistej *m* przyporządkowuje dwukrotność liczby *x* pomniejszoną o 4	$h(m)=2m-4$
Funkcja *f* każdej liczbie rzeczywistej *x* przyporządkowuje liczbę do niej przeciwną	$f(x)=-x$
Funkcja *f* każdej liczbie rzeczywistej *x* przyporządkowuje liczbę 7	$f(x)=7$
Funkcja *g* każdej liczbie rzeczywistej *t* przyporządkowuje dwukrotność liczby *t*	$g(t)=2t$

Z opisu słownego funkcji zawartego w zadaniu wynika, że $g(x)=2x+3$, czyli $y=2x+3$.
Rozważamy po kolei wszystkie odpowiedzi:

A. $g(-1)=1$
Punkt $(-1,1)$
Podstawiamy
$x=-1, y=1$
do wzoru
$y=2x+3$
$1=2\cdot(-1)+3$
$1=-2+3$
$\mathbf{1=1}$
równość prawdziwa

B. $g(1)=-1$
Punkt $(1,-1)$
Podstawiamy
$x=1, y=-1$
do wzoru
$y=2x+3$
$-1=2\cdot 1+3$
$-1=2+3$
$\mathbf{-1=5}$
równość fałszywa

C. $g(2)=-2$
Punkt $(2,-2)$
Podstawiamy
$x=2, y=-2$
do wzoru
$y=2x+3$
$-2=2\cdot 2+3$
$-2=4+3$
$\mathbf{-2=7}$
równość fałszywa

D. $g(-2)=-2$
Punkt $(-2,-2)$
Podstawiamy
$x=-2, y=-2$
do wzoru
$y=2x+3$
$-2=2\cdot(-2)+3$
$-2=-4+3$
$\mathbf{-2=-1}$
równość fałszywa

Odp. **A**

8.22.

Wzór funkcji to $f(x)=x-4$, czyli $y=x-4$. Rozważamy po kolei wszystkie odpowiedzi:

$A=(-16,-4)$	$B=(-4,-16)$	$C=(8,4)$	$D=(4,8)$
podstawiamy	podstawiamy	podstawiamy	podstawiamy
$x=-16,\ y=-4$	$x=-4,\ y=-16$	$x=8,\ y=4$	$x=4,\ y=8$
do wzoru	do wzoru	do wzoru	do wzoru
$y=x-4$	$y=x-4$	$y=x-4$	$y=x-4$
$-4=-16-4$	$-16=-4-4$	$4=8-4$	$8=4-4$
$\mathbf{-4=-20}$	$\mathbf{-16=-8}$	$\mathbf{4=4}$	$\mathbf{8=0}$
równość fałszywa	równość fałszywa	**równość prawdziwa**	równość fałszywa

Odp. **C**

8.23.

Wzór funkcji to $f(x) = x + 2$, czyli $y = x + 2$. Rozważamy po kolei wszystkie odpowiedzi:

$A = (-6, -12)$	$B = (-6, -3)$	$C = (-6, -8)$	$D = (-6, -4)$
podstawiamy	podstawiamy	podstawiamy	podstawiamy
$x = -6,\ y = -12$	$x = -6,\ y = -3$	$x = -6,\ y = -8$	$x = -6,\ y = -4$
do wzoru	do wzoru	do wzoru	do wzoru
$y = x + 2$	$y = x + 2$	$y = x + 2$	$y = x + 2$
$-12 = -6 + 2$	$-3 = -6 + 2$	$-8 = -6 + 2$	$-4 = -6 + 2$
$\mathbf{-12 = -4}$	$\mathbf{-3 = -4}$	$\mathbf{-8 = -4}$	$\mathbf{-4 = -4}$
równość fałszywa	równość fałszywa	równość fałszywa	**równość prawdziwa**

Odp. **D**

8.24.

Wzór funkcji to $f(x) = 4x$, czyli $y = 4x$. Rozważamy po kolei wszystkie odpowiedzi:

A. $f(-16) = -4$
Punkt $(-16; -4)$
podstawiamy
$x = -16,\ y = -4$
do wzoru $y = 4x$
$-4 = 4 \cdot (-16)$
$\mathbf{-4 = -64}$
równość fałszywa

B. $f(-4) = -16$
Punkt $(-4; -16)$
podstawiamy
$x = -4,\ y = -16$
do wzoru $y = 4x$
$-16 = 4 \cdot (-4)$
$\mathbf{-16 = -16}$
równość prawdziwa

C. $f(8) = 4$
Punkt $(8; 4)$
podstawiamy
$x = 8,\ y = 4$
do wzoru $y = 4x$
$4 = 4 \cdot 8$
$\mathbf{4 = 32}$
równość fałszywa

D. $f(4) = 8$
Punkt $(4; 8)$
podstawiamy
$x = 4,\ y = 8$
do wzoru $y = 4x$
$8 = 4 \cdot 4$
$\mathbf{8 = 16}$
równość fałszywa

Odp. **B**

8.25.

Wzór funkcji to $g(n)=5n-2$, czyli $y=5n-2$. Rozważamy po kolei wszystkie odpowiedzi:

A. $g(5)=1$	B. $g(5)=3$	C. $g(5)=8$	D. $g(5)=23$
Punkt $(5;\,1)$	Punkt $(5;\,3)$	Punkt $(5;\,8)$	Punkt $(5;\,23)$
podstawiamy	podstawiamy	podstawiamy	podstawiamy
$n=5,\ y=1$	$n=5,\ y=3$	$n=5,\ y=8$	$n=5,\ y=23$
do wzoru	do wzoru	do wzoru	do wzoru
$y=5n-2$	$y=5n-2$	$y=5n-2$	$y=5n-2$
$1=5\cdot 5-2$	$3=5\cdot 5-2$	$8=5\cdot 5-2$	$23=5\cdot 5-2$
$1=25-2$	$3=25-2$	$8=25-2$	$23=25-2$
$\mathbf{1=23}$	$\mathbf{3=23}$	$\mathbf{8=23}$	$\mathbf{23=23}$
równość fałszywa	równość fałszywa	równość fałszywa	**równość prawdziwa**

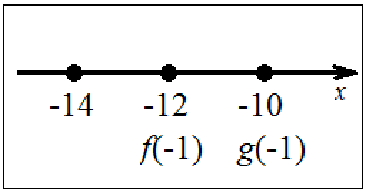
Odp. **D**

8.26.

Obliczamy $f(-1)$ oraz $g(-1)$, podstawiając do wzorów funkcji liczbę –1 w miejsce *x*:

$f(-1) = -13 - (-1) = -13 + 1 = \mathbf{-12}$

$g(-1) = -4 \cdot \underbrace{(-1+3)}_{2} + \underbrace{2 \cdot (-1)}_{(-2)} = -4 \cdot 2 + (-2) = -8 - 2 = \mathbf{-10}$



Okazało się, że $f(-1) = -12$ oraz $g(-1) = -10$.

Oznacza to, że warunek $-14 \le \underbrace{f(-1)}_{-12} \le \underbrace{g(-1)}_{-10}$ jest spełniony.

Odp. **D**

8.27.

Sprawdzamy prawdziwość każdego z proponowanych w odpowiedziach warunków:

A. $f(4) < g(5)$

$f(4) = 2 \cdot 4 + 3$

$f(4) = 8 + 3$

$f(4) = \mathbf{11}$

$g(5) = 5 + 5$

$g(5) = \mathbf{10}$

$\underbrace{f(4)}_{\mathbf{11}} < \underbrace{g(5)}_{\mathbf{10}}$

$11 < 10$

nierówność fałszywa

B. $f(3) < g(4)$

$f(3) = 2 \cdot 3 + 3$

$f(3) = 6 + 3$

$f(3) = \mathbf{9}$

$g(4) = 4 + 5$

$g(4) = \mathbf{9}$

$\underbrace{f(3)}_{\mathbf{9}} < \underbrace{g(4)}_{\mathbf{9}}$

$9 < 9$

nierówność fałszywa

C. $f(2) < g(3)$

$f(2) = 2 \cdot 2 + 3$

$f(2) = 4 + 3$

$f(2) = \mathbf{7}$

$g(3) = 3 + 5$

$g(3) = \mathbf{8}$

$\underbrace{f(2)}_{\mathbf{7}} < \underbrace{g(3)}_{\mathbf{8}}$

$\mathbf{7 < 8}$

nierówność prawdziwa

D. $f(1) < g(0)$

$f(1) = 2 \cdot 1 + 3$

$f(1) = 2 + 3$

$f(1) = \mathbf{5}$

$g(0) = 0 + 5$

$g(0) = \mathbf{5}$

$\underbrace{f(1)}_{\mathbf{5}} < \underbrace{g(0)}_{\mathbf{5}}$

$5 < 5$

nierówność fałszywa

Odp. **C**

8.28.

Na podstawie wzoru $g(x) = -\frac{1}{3}(x-6) - x$ obliczamy $g(3)$ oraz $g(-3)$.

$g(3) = -\frac{1}{3} \cdot \underbrace{(3-6)}_{(-3)} - 3$

$g(3) = \underbrace{-\frac{1}{3} \cdot (-3)}_{1} - 3$

$g(3) = 1 - 3$

$g(3) = \mathbf{-2}$

Warunek $g(3) < 0$ **jest spełniony**, bo

$\underbrace{g(3)}_{\mathbf{-2}} < 0$, a przecież prawdą jest, że $\mathbf{-2 < 0}$

Odp. **C**

$g(-3) = -\frac{1}{3} \cdot \underbrace{(-3-6)}_{(-9)} - (-3)$

$g(-3) = \underbrace{-\frac{1}{3} \cdot (-9)}_{3} + 3$

$g(-3) = 3 + 3$

$g(-3) = \mathbf{6}$

Warunek $g(-3) < 0$ nie jest spełniony, bo

$\underbrace{g(-3)}_{\mathbf{6}} < 0$, a nie jest prawdą, że $\mathbf{6 < 0}$.

8.29.

Na podstawie wzoru $g(x)=\frac{19}{2}x+4$ obliczamy wartości $g(-3)$ oraz $g(0)$.

$g(-3)=\frac{19}{2}\cdot(-3)+4=9{,}5\cdot(-3)+4=-28{,}5+4=\mathbf{-24{,}5}$

$g(0)=\frac{19}{2}\cdot 0+4=\mathbf{4}$

Warunek $\underbrace{g(-3)}_{\mathbf{-24{,}5}}<\underbrace{g(0)}_{\mathbf{4}}<5$ jest spełniony, bo prawdą jest, że $-\mathbf{24{,}5}<\mathbf{4}<\mathbf{5}$.

Odp. **A**

8.30.

Na podstawie wzoru $h(x) = -49 - 6x$ obliczamy kolejno wartości $h(-1)$, $h(0)$, $h(1)$.

$h(-1) = -49 - 6 \cdot (-1) = -49 + 6 = \mathbf{-43}$

$h(0) = -49 - 6 \cdot 0 = -49 - 0 = \mathbf{-49}$

$h(1) = -49 - 6 \cdot 1 = -49 - 6 = \mathbf{-55}$

Warunek $\underbrace{h(1)}_{-55} < \underbrace{h(0)}_{-49} < \underbrace{h(-1)}_{-43}$ jest spełniony, bo prawdą jest, że **–55 < –49 < –43**.

Odp. **B**

8.31.

Rozwiązanie I:

We wzorze funkcji, zastępujemy x liczbą $-3\sqrt{2}$ i obliczamy:

$f\left(-3\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\left(-3\sqrt{2}-1\right)+5\sqrt{2}=-3\cdot 2-\sqrt{2}+5\sqrt{2}=-6+4\sqrt{2}=\mathbf{4\sqrt{2}-6}$.

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z przybliżenia $\sqrt{2}\approx 1{,}41$. Wobec tego, funkcja $f(x)\approx 1{,}41(x-1)+5\cdot 1{,}41$.

Ponieważ $-3\sqrt{2}\approx -3\cdot 1{,}41=-4{,}23$, to należy obliczyć $f(-4{,}23)$. Zatem:

$f(-4{,}23)\approx 1{,}41(-4{,}23-1)+5\cdot 1{,}41=1{,}41\cdot(-5{,}23)+7{,}05\approx -7{,}37+7{,}05=\mathbf{-0{,}32}$.

Przybliżamy wartości wyrażeń przedstawionych w odpowiedziach:

A. $-3\sqrt{2}\approx -3\cdot 1{,}41=-4{,}23$

B. $-2\sqrt{2}\approx -2\cdot 1{,}41=-2{,}82$

C. $4\sqrt{2}-5\approx 4\cdot 1{,}41-5=5{,}64-5=0{,}64$

D. $4\sqrt{2}-6\approx 4\cdot 1{,}41-6=5{,}64-6=\mathbf{-0{,}36}$.

Najbliżej otrzymanego wyniku **–0,32** jest odp. **D**, czyli **–0,36**. Odp. **D** jest prawidłowa.

8.32.
Rozwiązanie I:
We wzorze funkcji, zastępujemy *x* liczbą $-\frac{3}{8}$ i obliczamy:
$g\left(-\frac{3}{8}\right)=-4\cdot\left(-\frac{3}{8}\right)+3=\frac{3}{2}+3=1\frac{1}{2}+3=\mathbf{4\frac{1}{2}}$.
Odp. **D**

Rozwiązanie II:
Korzystamy z tego, że $-\frac{3}{8}=-0{,}375$, zatem liczymy $g(-0{,}375)$:
$g(-0{,}375)=-4\cdot(-0{,}375)+3=1{,}5+3=\mathbf{4{,}5}$, więc odp. **D** jest poprawna.

8.33.

Rozwiązanie I:

We wzorze funkcji, zastępujemy x liczbą $-\sqrt{5}$ i obliczamy:

$f\left(-\sqrt{5}\right)=2\sqrt{5}\left(-\sqrt{5}-\sqrt{5}\right)+5=2\sqrt{5}\cdot\left(-2\sqrt{5}\right)+5=-4\cdot 5+5=-20+5=\mathbf{-15}$.

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z przybliżenia $\sqrt{5}\approx 2{,}24$. Wobec tego, funkcja $f(x)\approx 2\cdot 2{,}24\cdot\left(x-2{,}24\right)+5$.

Ponieważ $-\sqrt{5}\approx -2{,}24$, to należy obliczyć $f\left(-2{,}24\right)$. Zatem:

$f\left(-2{,}24\right)\approx 2\cdot 2{,}24\cdot\left(-2{,}24-2{,}24\right)+5=4{,}48\cdot\left(-4{,}48\right)+5=-20{,}07+5=\mathbf{-15{,}07}\approx\mathbf{-15}$, więc odp. **B** jest poprawna.

8.34.

We wzorze funkcji, zastępujemy *x* liczbą –3 i obliczamy:

$g(-3) = \frac{-3-9}{2} = \frac{-12}{2} = \mathbf{-6}$.

Odp. **A**

8.35.
Rozwiązanie I:
We wzorze funkcji, zastępujemy x liczbą $\sqrt{2}$ i obliczamy:
$g\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\cdot 2+\sqrt{2}=\mathbf{4}+\sqrt{\mathbf{2}}$.
Odp. **C**

Rozwiązanie II:
Korzystamy z przybliżenia $\sqrt{2}\approx 1{,}41$. Wobec tego, funkcja $g(x)=2\cdot 1{,}41\cdot x+1{,}41$.
Zamiast $g\left(\sqrt{2}\right)$ liczymy $g(1{,}41)$. Zatem $g(1{,}41)=2\cdot 1{,}41\cdot 1{,}41+1{,}41\approx 3{,}98+1{,}41=\mathbf{5{,}39}$.
Przybliżamy wartości wyrażeń przedstawionych w odpowiedziach B, C i D:
B. $2+3\sqrt{2}\approx 2+3\cdot 1{,}41=2+4{,}23=6{,}23$
C. $4+\sqrt{2}\approx 4+1{,}41=\mathbf{5{,}41}$
D. $8\sqrt{2}\approx 8\cdot 1{,}41=11{,}28$.
Najbliżej wyniku **5,39** jest odp. **C**, czyli **5,41**. Odp. **C** jest poprawna.

8.36.
Słowo „argument” kojarzymy z x-sem. Oznacza to, że w zadaniu trzeba obliczyć $g(2018)$.
$g(2018) = 2018 \cdot 2018 + 2018 = \mathbf{4074342}$. Również $2018 \cdot 2019 = \mathbf{4074342}$.
Odp. **C**

8.37.

Słowo „argument” kojarzymy z x-sem. Oznacza to, że w zadaniu trzeba obliczyć $g(-7)$.

$g(-7) = 5 - 3 \cdot (-7) = 5 + 21 = \mathbf{26}$.

Odp. **D**

8.38.
Rozwiązanie I:

Słowo „argument” kojarzymy z x-sem. Oznacza to, że w zadaniu trzeba obliczyć $g\left(-\frac{3}{2}\right)$.

$g\left(-\frac{3}{2}\right)=-3-\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)=-3+\frac{3}{6}=-3+0{,}5=\mathbf{-2{,}5}$, zatem $m=\mathbf{-2{,}5}$.

Oznacza to, że $\underbrace{m}_{-2{,}5}>-3$.

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z przybliżenia $\frac{1}{3}\approx 0{,}33$ oraz z tego, że $-\frac{3}{2}=-1{,}5$, zatem obliczamy $g(-1{,}5)$.

$g(-1{,}5)\approx -3-0{,}33\cdot(-1{,}5)=-3+0{,}495=\mathbf{-2{,}505}$, zatem $\underbrace{m}_{-2{,}505}>-3$, więc odp. **D** jest poprawna.

8.39.

Rozwiązanie I:

Słowo „argument” kojarzymy z x-sem. Oznacza to, że w zadaniu trzeba obliczyć $h(3)$.

$h(3)=\frac{8}{3}\cdot 3+\frac{4}{3}=\frac{24}{3}+\frac{4}{3}=\mathbf{\frac{28}{3}}$.

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Korzystając z przybliżeń $\frac{8}{3}\approx 2{,}67$ oraz $\frac{4}{3}\approx 1{,}33$, otrzymujemy wzór $h(x)=2{,}67x+1{,}33$.

Obliczamy $h(3)$, zatem $h(3)=2{,}67\cdot 3+1{,}33=\mathbf{9{,}34}$.

Wśród propozycji w odpowiedziach, najbliższą wynikowi **9,34** jest odp. **D**, bo przybliżenie $\frac{28}{3}\approx \mathbf{9{,}33}$.

8.40.
Słowo „argument” kojarzymy z x-sem. Oznacza to, że w zadaniu trzeba obliczyć $g(4)$.
$g(4) = 20 + 8 \cdot 4 = 20 + 32 = \mathbf{52}$.
Odp. **C**

8.41.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = -5x + 1$. Słowo „wartość" kojarzymy z y-kiem.

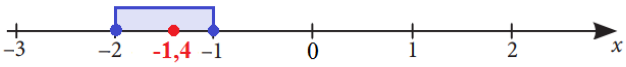
Oznacza to, że do wzoru $y = -5x + 1$ trzeba wstawić 8 w miejsce y i wyliczyć x.

$8 = -5x + 1$

$5x = 1 - 8$

$5x = -7 \qquad |:5$

$x = \frac{-7}{5} = \mathbf{-1{,}4}$



Liczba **–1,4** znajduje się między **–2** i **–1**.

Oznacza to, że liczba **–1,4** należy do przedziału $\langle -2, -1 \rangle$.

Odp. **B**

8.42.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = 2x - 3$. Słowo „wartość" kojarzymy z y-kiem.
Oznacza to, że do wzoru $y = 2x - 3$ trzeba wstawić 5 w miejsce y i wyliczyć x.

$5 = 2x - 3$

$-2x = -3 - 5$

$-2x = -8 \qquad |:(-2)$

$x = \mathbf{4}$

Odp. **A**

8.43.

Rozwiązanie I:

Zapisujemy wzór funkcji jako $y=\frac{2x}{3}+\frac{1}{2}$. Słowo „wartość” kojarzymy z y-kiem.

Oznacza to, że do wzoru $y=\frac{2x}{3}+\frac{1}{2}$ trzeba wstawić –1 w miejsce y i wyliczyć x.

$$-1=\frac{2x}{3}+\frac{1}{2} \qquad |\cdot 6$$

$$\mathbf{6}\cdot(-1)=\mathbf{6}\cdot\frac{2x}{3}+\mathbf{6}\cdot\frac{1}{2}$$

$$-6=2\cdot 2x+3$$

$$-6=4x+3$$

$$-4x=3+6$$

$$-4x=9 \qquad |:(-4)$$

$$x=\frac{9}{-4} \qquad \rightarrow \qquad x=-\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}}$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Korzystając z kalkulatora, liczby w odpowiedziach przedstawiamy jako ułamki dziesiętne:

A. $-\frac{1}{6}=\mathbf{-0{,}16666}...$ B. $-\frac{1}{5}=\mathbf{-0{,}2}$ C. $-\frac{9}{4}=\mathbf{-2{,}25}$ D. $-\frac{3}{2}=\mathbf{-1{,}5}$

Podstawiamy po kolei w miejsce x proponowane w odpowiedziach liczby oczekując, że obliczona wartość funkcji (zgodnie z treścią zadania) będzie równa (–1).

A. $g(-0{,}16666)=\frac{2\cdot(-0{,}16666)}{3}+\frac{1}{2}=\frac{-0{,}33332}{3}+0{,}5\approx-0{,}1111066+0{,}5\approx 0{,}39$

B. $g(-0{,}2)=\frac{2\cdot(-0{,}2)}{3}+\frac{1}{2}=\frac{-0{,}4}{3}+0{,}5\approx-0{,}13+0{,}5=0{,}37$

C. $g(-2{,}25)=\frac{2\cdot(-2{,}25)}{3}+\frac{1}{2}=\frac{-4{,}5}{3}+0{,}5=-1{,}5+0{,}5=\mathbf{-1}$

D. $g(-15)=\frac{2\cdot(-1{,}5)}{3}+\frac{1}{2}=\frac{-3}{3}+0{,}5=-1+0{,}5=-0{,}5$

W odp. **C** otrzymaliśmy wartość (–1), więc odp. **C** jest prawidłowa.

8.44.

Rozwiązanie I:

Zapisujemy wzór funkcji jako $y=\frac{9-x}{5}$. Słowo „wartość" kojarzymy z y-kiem.

Oznacza to, że do wzoru $y=\frac{9-x}{5}$ trzeba wstawić 3 w miejsce y i wyliczyć x.

$$3=\frac{9-x}{5} \qquad |\cdot 5$$

$$\mathbf{5}\cdot 3=\mathbf{5}\cdot\frac{9-x}{5}$$

$$15=9-x$$

$$x=9-15$$

$$x=-\mathbf{6}$$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Podstawiamy w miejsce x kolejne liczby proponowane w odpowiedziach aż do uzyskania sytuacji, w której otrzymamy wartość funkcji równą 3.

A. $x=-9$, wówczas $h(-9)=\frac{9-(-9)}{5}=\frac{18}{5}=3{,}6\neq 3$

B. $x=-6$, wówczas $h(-6)=\frac{9-(-6)}{5}=\frac{15}{5}=\mathbf{3}$, więc odp. **B** jest prawidłowa.

8.45.

Zapisujemy wzór funkcji jako $y = -\frac{2}{3}x + \frac{10}{3}$. Słowo „wartość” kojarzymy z y-kiem.

Oznacza to, że do wzoru $y = -\frac{2}{3}x + \frac{10}{3}$ trzeba wstawić 5,5 w miejsce y i wyliczyć x.

$5{,}5 = -\frac{2}{3}x + \frac{10}{3} \qquad |\cdot 3$

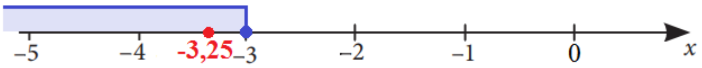
$\mathbf{3} \cdot 5{,}5 = \mathbf{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}x\right) + \mathbf{3} \cdot \frac{10}{3}$

$16{,}5 = -2x + 10$

$2x = 10 - 16{,}5$

$2x = -6{,}5 \qquad |:2$

$x = \mathbf{-3{,}25}$



Liczba **–3,25** należy do przedziału $\left(-\infty, -3\right\rangle$.

Odp. **A**

8.46.

Aby znaleźć szukany zbiór, należy rozwiązać nierówność $2-\frac{5}{3}x \geq 0$.

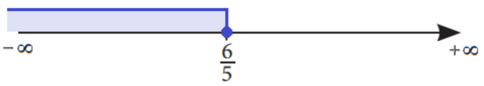
$2-\frac{5}{3}x \geq 0 \qquad |\cdot 3$

$\mathbf{3}\cdot 2-\mathbf{3}\cdot\frac{5}{3}x \geq \mathbf{3}\cdot 0$

$6-5x \geq 0$

$-5x \geq -6 \qquad |:(-5)$

$x \leq \mathbf{\frac{6}{5}}$



Szukanym zbiorem jest $\left(-\infty, \mathbf{\frac{6}{5}}\right\rangle$.

Odp. **A**

Przykład: funkcja $\boldsymbol{f(x) = 2x - 6}$ przyjmuje:	
wartości	**dla argumentów spełniających nierówność**
dodatnie (większe od 0)	$2x-6>0$
ujemne (mniejsze od 0)	$2x-6<0$
nieujemne (większe lub równe 0)	$2x-6\geq 0$
niedodatnie (mniejsze lub równe 0)	$2x-6\leq 0$
mniejsze od 7	$2x-6<7$
większe od 4	$2x-6>4$
mniejsze od –5	$2x-6<-5$
większe od –8	$2x-6>-8$

8.47.
Aby wybrać odpowiedni rysunek, należy rozwiązać nierówność $8-2x<0$.
$8-2x<0$
$-2x<-8 \quad |:(-2)$
$x>\mathbf{4}$
Odp. **C**

8.48.

Aby znaleźć szukany warunek, należy rozwiązać nierówność $-\frac{2}{3}x-10>2$.

$-\frac{2}{3}x-10>2 \qquad |\cdot 3$

$\mathbf{3}\cdot\left(-\frac{2}{3}x\right)-\mathbf{3}\cdot 10>\mathbf{3}\cdot 2$

$-2x-30>6$

$-2x>6+30$

$-2x>36 \qquad |:(-2)$

$x<\mathbf{-18}$

Odp. **A**

8.49.

Aby wybrać odpowiedni przedział, należy rozwiązać nierówność $15-9x<5$.

$15-9x<5$

$-9x<5-15$

$-9x<-10 \qquad |:(-9)$

$x>\mathbf{\frac{10}{9}}$

Odp. **C**

8.50.

Aby wybrać odpowiedni przedział, należy rozwiązać nierówność $\frac{1}{4}x+5<2$

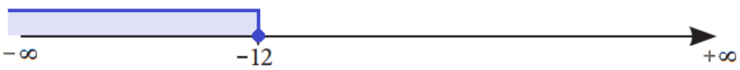
$\frac{1}{4}x+5<2 \qquad |\cdot 4$

$\mathbf{4}\cdot\frac{1}{4}x+\mathbf{4}\cdot 5<\mathbf{4}\cdot 2$

$x+20<8$

$x<8-20$

$x<\mathbf{-12}$



Odp. **A**

8.51.

Rozwiązanie I:

Należy rozwiązać równanie $\frac{2}{3}x-6=0$.

$\frac{2}{3}x-6=0 \qquad |\cdot 3$

$\mathbf{3}\cdot\frac{2}{3}x-\mathbf{3}\cdot 6=\mathbf{3}\cdot 0$

$2x-18=0$

$2x=18 \qquad |:2$

$x=\mathbf{9}$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Korzystając z kalkulatora, przybliżamy $\frac{2}{3}\approx 0{,}67$.

Wzór funkcji zapisujemy jako $g(x)=0{,}67x-6$. Rozwiązujemy równanie $0{,}67x-6=0$.

$0{,}67x-6=0$

$0{,}67x=6 \qquad |:0{,}67$

$x=\frac{6}{0{,}67} \qquad \rightarrow \qquad x\approx \mathbf{8{,}9552}...$

Otrzymany wynik **8,9552**... jest najbliższy odp. **D**, czyli 9, zatem odp. **D** jest poprawna.

8.52.

Rozwiązanie I:

Należy rozwiązać równanie $\frac{1}{2} - 4x = 0$.

$\frac{1}{2} - 4x = 0 \qquad |\cdot 2$

$\mathbf{2} \cdot \frac{1}{2} - \mathbf{2} \cdot 4x = \mathbf{2} \cdot 0$

$1 - 8x = 0$

$-8x = -1 \qquad |:(-8)$

$x = \mathbf{\frac{1}{8}}$

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z tego, że $\frac{1}{2} = 0{,}5$. Zatem funkcja h ma wzór $h(x) = 0{,}5 - 4x$.

Rozwiązujemy równanie $0{,}5 - 4x = 0$.

$0{,}5 - 4x = 0$

$-4x = -0{,}5 \qquad |:(-4)$

$x = \frac{0{,}5}{4} = \mathbf{0{,}125}$

Ponieważ $\frac{1}{8} = \mathbf{0{,}125}$, to odp. **A** jest poprawna.

8.53.

Rozwiązanie I:

Należy rozwiązać równanie $3x - \frac{7}{2} = 0$.

$$3x - \frac{7}{2} = 0 \qquad |\cdot 2$$

$$\mathbf{2} \cdot 3x - \mathbf{2} \cdot \frac{7}{2} = \mathbf{2} \cdot 0$$

$$6x - 7 = 0$$

$$6x = 7 \qquad |:6$$

$$x = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{6}}$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z tego, że $\frac{7}{2} = 3{,}5$. Funkcję g zapisujemy jako $g(x) = 3x - 3{,}5$.

Rozwiązujemy równanie $3x - 3{,}5 = 0$.

$$3x - 3{,}5 = 0$$

$$3x = 3{,}5 \qquad |:3$$

$$x = \frac{3{,}5}{3}$$

$$x = \mathbf{1{,}166666}...$$

Sprawdzamy, która z liczb proponowanych w odpowiedziach jest równa **1,166666**...

A. $\frac{7}{2} = 3{,}5 \neq 1{,}166666...$

B. $\frac{6}{7} \approx 0{,}8571.... \neq 1{,}166666...$

C. $\frac{7}{6} = \mathbf{1{,}166666}...$

D. $\frac{2}{7} \approx 0{,}2857... \neq 1{,}166666...$

Oznacza to, że odp. **C** jest poprawna.

8.54.
Rozwiązanie I:

Należy rozwiązać równanie $\frac{5}{2}x+3=0$.

$\frac{5}{2}x+3=0 \qquad |\cdot 2$

$\mathbf{2}\cdot\frac{5}{2}x+\mathbf{2}\cdot 3=\mathbf{2}\cdot 0$

$5x+6=0$

$5x=-6 \qquad |:5$

$x=\frac{\mathbf{-6}}{\mathbf{5}}$

Odp. **B**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z tego, że $\frac{5}{2}=2{,}5$. Wobec tego, funkcja $g(x)=2{,}5x+3$.

Rozwiązujemy równanie $2{,}5x+3=0$.

$2{,}5x+3=0$

$2{,}5x=-3 \qquad |:2{,}5$

$x=\frac{-3}{2{,}5}$

$x=\mathbf{-1{,}2}$

Ponieważ liczba $-\frac{6}{5}=\mathbf{-1{,}2}$, to odp. **B** jest poprawna.

8.55.

Obliczamy miejsca zerowe podanych w odpowiedziach funkcji:

A. $g(x)=3x+6$	$6x-3=0$	$3x-6=0$	$6x+3=0$
$3x+6=0$	$6x=3 \quad \vert :6$	$3x=6 \quad \vert :3$	$6x=-3 \quad \vert :6$
$3x=-6 \quad \vert :3$	$x=\frac{3}{6}=0{,}5$	$x=\mathbf{2}$	$x=\frac{-3}{6}=-0{,}5$
$x=-2$			
B. $h(x)=6x-3$	C. $p(x)=3x-6$	D. $r(x)=6x+3$	

Odp. **C**

8.56.
Liczbę 3 wstawiamy w miejsce *x*, potem – przyrównując wzór funkcji do zera – wyliczamy *a*.

$a \cdot 3 + 6 = 0$

$3a + 6 = 0$

$3a = -6 \quad |:3$

$a = \mathbf{-2}$

Odp. **D**

8.57.
Liczbę 4 wstawiamy w miejsce x, potem – przyrównując wzór funkcji do zera – wyliczamy b.
$2 \cdot 4 + b = 0$

$8 + b = 0$

$b = \mathbf{-8}$
Odp. **C**

8.58.
Liczbę 1 wstawiamy w miejsce x, potem – przyrównując wzór funkcji do zera – wyliczamy b.
$-4 \cdot 1 + b = 0$

$-4 + b = 0$

$b = \mathbf{4}$
Odp. **C**

8.59.

Liczbę 5 wstawiamy w miejsce x, potem – przyrównując wzór funkcji do zera – wyliczamy a.

$a \cdot 5 + 2 = 0$

$5a + 2 = 0$

$5a = -2 \qquad |:5$

$a = -\mathbf{\frac{2}{5}}$

Odp. **A**

8.60.

Liczbę 8 wstawiamy w miejsce x, potem – przyrównując wzór funkcji do zera – wyliczamy b.

$8+2b=0$

$2b=-8 \quad |:2$

$b=\mathbf{-4}$

Odp. **C**

8.61.
Rozwiązanie I:

$y = ax + b$ - wzór funkcji g
a, b – trzeba wyliczyć

$g(3) = -2$ oznacza punkt $(3,-2)$.

Uwaga! Informację, że punkt $P = \boxed{(4,-5)}$ należy do wykresu funkcji f można zapisać symbolicznie: $\boxed{f(4) = -5}$ lub słownie: funkcja f dla argumentu 4 przyjmuje wartość -5.

Tworzymy układ równań, wstawiając w miejsce x i y najpierw współrzędne $(-5,-6)$, potem $(3,-2)$. Rozwiązujemy ten układ, dzieląc stronami jedno z równań przez -1 i korzystając z metody przeciwnych współczynników:

$$\begin{cases} -2 = a \cdot 3 + b \\ -6 = a \cdot (-5) + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 = 3a + b \\ -6 = -5a + b \qquad |:(-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 = 3a + b \\ 6 = 5a - b \end{cases}$$

dodajemy równania stronami

$$-2 + 6 = 3a + 5a$$

$$4 = 8a \qquad |:8$$

$$\frac{4}{8} = a \qquad \rightarrow \qquad \mathbf{a = \frac{1}{2}}$$

Wstawiamy wyliczone $a = \frac{1}{2}$ do jednego z wcześniejszych równań, aby wyliczyć b.

$$6 = 5a - b$$

$$6 = 5 \cdot \frac{1}{2} - b$$

$$6 = \frac{5}{2} - b$$

$$6 = 2{,}5 - b$$

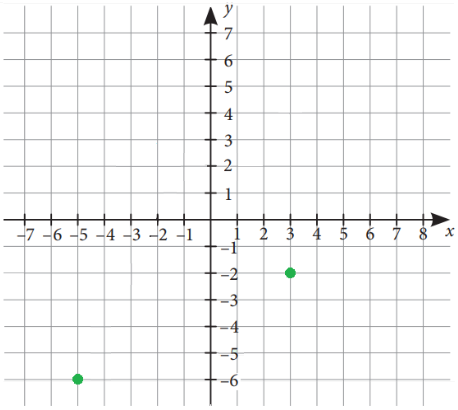
$$b = 2{,}5 - 6 \qquad \rightarrow \qquad b = -3{,}5 \qquad \rightarrow \qquad b = -3\frac{1}{2} \qquad \rightarrow \qquad \mathbf{b = -\frac{7}{2}}$$

Podstawiamy wyliczone $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{7}{2}$ do wzoru $y = ax + b$.

$y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$ → jest to szukany wzór funkcji g.

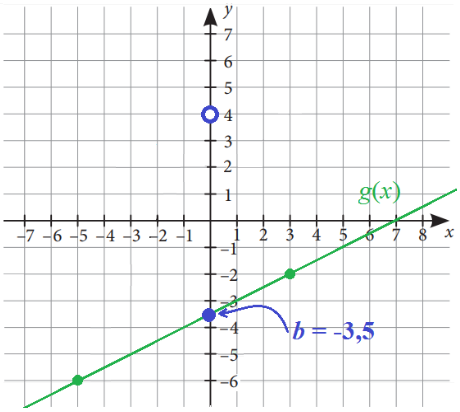
Odp. **B**

Rozwiązanie II:



Z treści zadania wynika, że punkty **(3, –2)** oraz **(–5, –6)** wyznaczają prostą będącą wykresem funkcji *g*. Zaznaczamy te punkty w układzie współrzędnych.

Prosta wyznaczona przez te 2 punkty jest wykresem funkcji rosnącej. Z tego powodu odrzucamy odp. C i D, bo funkcje $g(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{17}{2}$ i $g(x) = -2x + 4$ są malejące.



W odp. A mamy $g(x) = 2x + \mathbf{4}$, co oznacza, że punkt przecięcia wykresu funkcji z osią *y* musiałby przechodzić przez liczbę **4** na osi *y*, jednak rysunek wskazuje, że tak się nie dzieje.

W odp. B jest $g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}$. Ponieważ $-\frac{7}{2} = \mathbf{-3{,}5}$, to nam sugeruje, że punkt przecięcia wykresu funkcji z osią *y* powinien się znaleźć w okolicach liczby **–3,5**, i rzeczywiście tak jest. Odp. **B** jest poprawna.

8.62.

Rozwiązanie I:

$y = ax + b$ - wzór funkcji h

a, b – trzeba wyliczyć

Uwaga! Informację, że punkt $P = (4, -5)$ należy do wykresu funkcji f

można zapisać symbolicznie: $f(4) = -5$

lub słownie: funkcja f dla argumentu 4 przyjmuje wartość -5.

$h(-1) = 2$ oznacza punkt $(-1, 2)$.

Z treści wynika, że punkt $(5, -4)$ też należy do wykresu funkcji h.

Tworzymy układ równań, wstawiając w miejsce x i y najpierw współrzędne $(-1, 2)$, potem $(5, -4)$. Rozwiązujemy ten układ, dzieląc stronami jedno z równań przez -1 i korzystając z metody przeciwnych współczynników:

$$\begin{cases} 2 = a \cdot (-1) + b \\ -4 = a \cdot 5 + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 = -a + b \\ -4 = 5a + b \qquad |:(-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 = -a + b \\ 4 = -5a - b \end{cases}$$

dodajemy równania stronami

$2 + 4 = -a - 5a$

$6 = -6a \qquad |:(-6)$

$\mathbf{-1} = a$

Wstawiamy wyliczone $a = \mathbf{-1}$ do jednego z wcześniejszych równań, aby wyliczyć b.

$4 = -5a - b$

$4 = -5 \cdot (-1) - b$

$4 = 5 - b$

$b = 5 - 4$

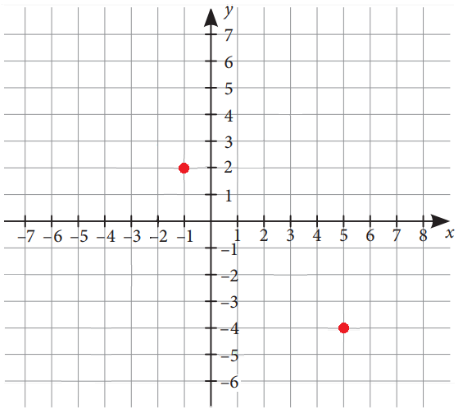
$b = \mathbf{1}$

Podstawiamy wyliczone $a = -1,\ b = 1$ do wzoru $y = ax + b$.

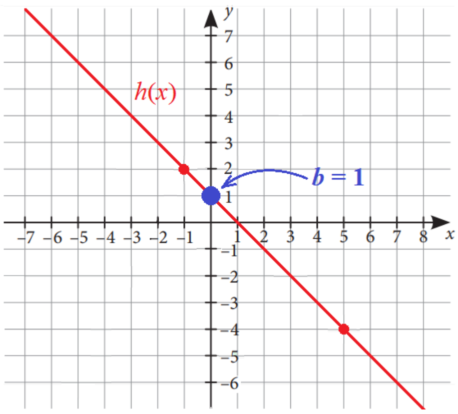
$y = -1x + 1$ → więc $h(x) = -x + 1$ to szukany wzór funkcji h.

Odp. **A**

Rozwiązanie II:



Z treści zadania wynika, że punkty **(–1, 2)** oraz **(5, –4)** wyznaczają prostą będącą wykresem funkcji *h*. Zaznaczamy te punkty w układzie współrzędnych.



Prosta wyznaczona przez te 2 punkty jest wykresem funkcji malejącej. Odrzucamy odp. C i D, bo funkcje $h(x) = x + 3$ i $h(x) = x - 9$ są rosnące.

W odp. A mamy $h(x) = -x + \mathbf{1}$, co oznacza, że punkt przecięcia wykresu funkcji z osią *y* musiałby przechodzić przez liczbę **1** na osi *y*.
Rysunek pokazuje, że rzeczywiście tak jest.

Oznacza to, że odp. **A** jest poprawna.

8.63.
Rozwiązanie I:
$y = ax + b$ - wzór funkcji f
a, b – trzeba wyliczyć

Uwaga! Informację, że punkt $P = (4, -5)$ należy do wykresu funkcji f można zapisać symbolicznie: $f(4) = -5$ lub słownie: funkcja f dla argumentu 4 przyjmuje wartość -5.

$f(2) = -8$ oznacza punkt $(2, -8)$.
$f(-2) = 5$ oznacza punkt $(-2, 5)$.
Tworzymy układ równań, wstawiając w miejsce x i y najpierw współrzędne $(2, -8)$, potem $(-2, 5)$. Rozwiązujemy ten układ, dzieląc stronami jedno z równań przez –1 i korzystając z metody przeciwnych współczynników:

$$\begin{cases} -8 = a \cdot 2 + b \\ 5 = a \cdot (-2) + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8 = 2a + b \\ 5 = -2a + b \qquad |:(-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8 = 2a + b \\ -5 = 2a - b \end{cases}$$

dodajemy równania stronami

$$-8 - 5 = 2a + 2a$$

$$-13 = 4a \qquad |:4$$

$$\mathbf{\frac{-13}{4}} = a$$

Wstawiamy wyliczone $a = -\mathbf{\frac{13}{4}}$ do jednego z wcześniejszych równań, aby wyliczyć b.

$$-5 = 2a - b$$

$$-5 = 2 \cdot \left(-\frac{13}{4}\right) - b$$

$$-5 = -6{,}5 - b$$

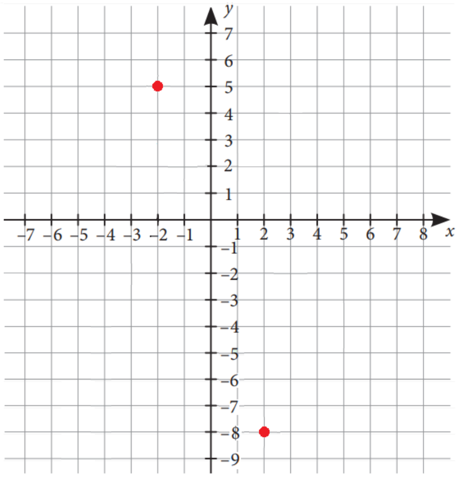
$$b = -6{,}5 + 5$$

$$b = \mathbf{-1{,}5}$$

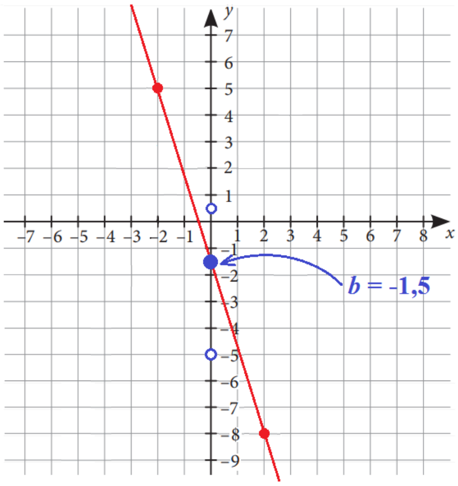
Zatem $a = -\mathbf{\frac{13}{4}}$ i $b = -\mathbf{\frac{3}{2}}$.

Odp. **B**

Rozwiązanie II:



Z treści zadania wynika, że punkty **(–2, 5)** oraz **(2, –8)** wyznaczają prostą będącą wykresem funkcji *g*. Zaznaczamy te punkty w układzie współrzędnych.



Prosta wyznaczona przez te 2 punkty jest wykresem funkcji malejącej. Odrzucamy odp. D, bo tam jest dodatnia wartość ***a* = 2** oznaczająca, że funkcja musi być rosnąca.

Przyglądamy się wartościom współczynników ***b*** w odpowiedziach.

W odp. A mamy $b = \frac{1}{2} =$ **0,5**, co oznacza że punkt przecięcia wykresu funkcji z osią *y* musiałby przechodzić przez liczbę **0,5** na osi *y*.
Rysunek pokazuje, że tak nie jest.

W odp. B jest $b = -\frac{3}{2} =$ **–1,5**. To powoduje, że odp. **B** musi być poprawna (wykres funkcji przecina oś ***y*** w miejscu pomiędzy –1 a –2 na tej osi).

8.64.

Rozwiązanie I:

$y = ax + b$ - wzór funkcji f

a, b – trzeba wyliczyć

Tworzymy układ równań, wstawiając w miejsce x i y najpierw współrzędne $(10, -1)$, potem $(-5, -10)$. Rozwiązujemy ten układ, dzieląc stronami jedno z równań przez –1 i korzystając z metody przeciwnych współczynników:

Uwaga! Informację, że punkt $P = \boxed{(4, -5)}$ należy do wykresu funkcji f można zapisać symbolicznie: $\boxed{f(4) = -5}$ lub słownie: funkcja f dla $\boxed{\text{argumentu 4 przyjmuje wartość } -5}$.

$$\begin{cases} -1 = a \cdot 10 + b \\ -10 = a \cdot (-5) + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 = 10a + b \\ -10 = -5a + b \qquad |:(-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 = 10a + b \\ 10 = 5a - b \end{cases}$$

dodajemy równania stronami

$$-1 + 10 = 10a + 5a$$

$$9 = 15a \qquad |:15$$

$$\frac{9}{15} = a \qquad \rightarrow \qquad a = \mathbf{0{,}6}$$

Wstawiamy wyliczone $a = \mathbf{0{,}6}$ do jednego z wcześniejszych równań, aby wyliczyć b.

$$10 = 5a - b$$

$$10 = 5 \cdot 0{,}6 - b$$

$$10 = 3 - b$$

$$b = 3 - 10$$

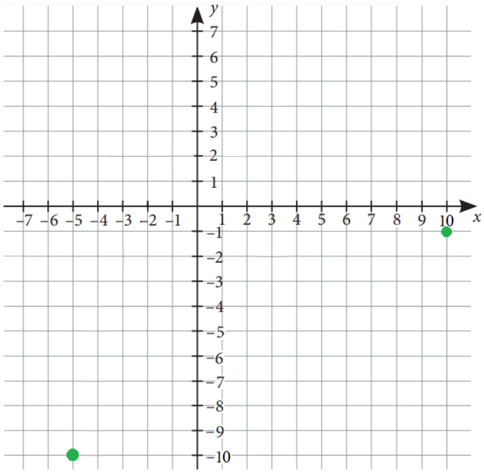
$$b = \mathbf{-7}$$

Podstawiamy wyliczone $a = 0{,}6$, $b = -7$ do wzoru $y = ax + b$.

$y = 0{,}6x - 7 \quad \rightarrow \quad y = \mathbf{\frac{3}{5}}x - \mathbf{7}$ to szukany wzór funkcji g.

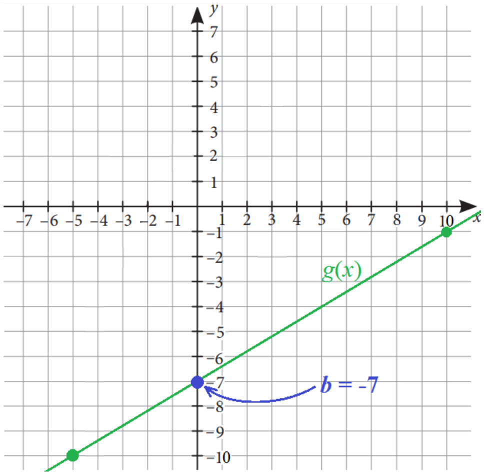
Odp. **C**

Rozwiązanie II:



Z treści zadania wynika, że punkty **(10, –1)** oraz **(–5, –10)** wyznaczają prostą, która jest wykresem funkcji *g*. Zaznaczamy te punkty w układzie współrzędnych.

Prosta wyznaczona przez te 2 punkty jest wykresem funkcji rosnącej. Z tego powodu odrzucamy odp. A, bo w tym przypadku mamy ujemną wartość ***a***, czyli $a = -\frac{11}{5}$ co powoduje że funkcja $y = -\frac{11}{5}x + 21$ jest malejąca.



Przyglądamy się wartościom współczynników ***b*** w odpowiedziach.

Jedynie w przypadku odp. **C**, czyli $y = \frac{3}{5}x$ **–7**, mamy wartość ***b* = –7** sugerującą miejsce przecięcia wykresu funkcji z osią *y* (jak na rysunku).

Odp. **C** jest poprawna.

8.65.

Rozwiązanie I:

$y = ax + b$ - wzór funkcji h

a, b – trzeba wyliczyć

Z treści zadania wynika, że na wykresie funkcji leżą punkty $(0,\ 1)$ oraz $(2,\ 3)$.

Uwaga! Informację, że punkt $P = \boxed{(4, -5)}$ należy do wykresu funkcji f

można zapisać symbolicznie: $\boxed{f(4) = -5}$

lub słownie: funkcja f dla $\boxed{\text{argumentu 4 przyjmuje wartość } -5}$.

Tworzymy układ równań, wstawiając w miejsce x i y najpierw współrzędne $(0,\ 1)$, potem $(2,\ 3)$. Rozwiązujemy ten układ:

$$\begin{cases} 1 = a \cdot 0 + b \\ 3 = a \cdot 2 + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = b \\ 3 = 2a + b \end{cases}$$

Wstawiamy wyliczone $\boldsymbol{b = 1}$ do równania $3 = 2a + b$, następnie wyliczamy a:

$3 = 2a + 1$

$-2a = 1 - 3$

$-2a = -2 \qquad |:(-2)$

$a = \mathbf{1}$

Podstawiamy wyliczone wartości $\boldsymbol{a = 1}$, $\boldsymbol{b = 1}$ do równania $y = ax + b$.

Otrzymujemy $y = \mathbf{1}x + \mathbf{1}$.

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Sprawdzamy po kolei odpowiedzi. Należy znaleźć taki wzór funkcji, aby po wstawieniu współrzędnych **(*x*, *y*)** obu punktów: **(0, 1)** oraz **(2, 3)**, otrzymać prawdziwą równość.

A. $y = \frac{1}{3}x + 1$	B. $y = \frac{2}{3}x$	C. $y = x + 1$	D. $y = \frac{1}{2}x + 1$
(0, 1) $1 = \frac{1}{3} \cdot 0 + 1$ $\mathbf{1 = 0 + 1}$ równość prawdziwa **(2, 3)** $3 = \frac{1}{3} \cdot 2 + 1$ $\mathbf{3 = \frac{2}{3} + 1}$ równość fałszywa	**(0, 1)** $1 = \frac{2}{3} \cdot 0$ $\mathbf{1 = 0}$ równość fałszywa punktu **(2, 3)** nawet nie sprawdzamy	**(0, 1)** $1 = 0 + 1$ $\mathbf{1 = 1}$ równość prawdziwa **(2, 3)** $3 = 2 + 1$ $\mathbf{3 = 3}$ równość prawdziwa	**(0, 1)** $1 = \frac{1}{2} \cdot 0 + 1$ $\mathbf{1 = 0 + 1}$ równość prawdziwa **(2, 3)** $3 = \frac{1}{2} \cdot 2 + 1$ $3 = 1 + 1$ $\mathbf{3 = 2}$ równość fałszywa

Jedynie w przypadku odp. **C** otrzymaliśmy w obu przypadkach prawdziwą równość. Oznacza to, że odp. **C** jest poprawna.

8.66.

Z danych: $A=(3,-2)$ oraz $B=(-4,-4)$ wynika, że: $x_1=3$, $y_1=-2$, $x_2=-4$, $y_2=-4$.

Korzystamy ze wzoru $a=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, zatem: $a=\dfrac{-4-(-2)}{-4-3}=\dfrac{-4+2}{-7}=\dfrac{-2}{-7}=\mathbf{\dfrac{2}{7}}$.

Odp. **A**

8.67.

Z rysunku odczytujemy współrzędne $A=(-2,1)$, $B=(2,-2)$, zatem $x_1=-2$, $y_1=1$, $x_2=2$, $y_2=-2$. Korzystamy ze wzoru $a=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, zatem: $a=\dfrac{-2-1}{2-(-2)}=\dfrac{-3}{2+2}=-\boldsymbol{\dfrac{3}{4}}$.

Odp. **C**

8.68.

Z warunków zadania wynika, że punkty o współrzędnych $(-1;\ 1)$ oraz $(3;\ 2)$ należą do wykresu funkcji *g*. Zatem przyjmujemy: $x_1=-1,\ y_1=1,\ x_2=3,\ y_2=2$. Korzystamy ze wzoru $a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, zatem: $a=\frac{2-1}{3-(-1)}=\frac{1}{3+1}=\mathbf{\frac{1}{4}}$.

Odp. **D**

8.69.

Z warunku $g\left(-\frac{1}{2}\right)=4$, czyli inaczej $g(-0{,}5)=4$ wynika, że punkt $(-0{,}5;\ 4)$ należy do wykresu funkcji g. Mamy zatem punkty $(-0{,}5;\ 4)$ oraz $(3;\ 0)$ leżące na wykresie funkcji g.

Zatem $x_1=-0{,}5,\ \ y_1=4,\ \ x_2=3,\ \ y_2=0$. Korzystamy ze wzoru $a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.

$$a=\frac{0-4}{3-(-0{,}5)}=\frac{-4}{3{,}5}=\frac{\mathbf{-8}}{\mathbf{7}}.$$

Można też wykonać dzielenie **–4 : 3,5** na kalkulatorze (wynik to $\approx -\mathbf{1{,}14}$) oraz zauważyć, że taki sam wynik mamy z dzielenia **–8 : 7** w pierwszej odpowiedzi (patrząc od lewej).

Odp. **A**

8.70.

Wykorzystując fakt, że $\frac{1}{2} = 0{,}5$, wypisujemy dane współrzędne: $x_1 = 3,\ \ y_1 = 0{,}5$,

$x_2 = 0{,}5,\ \ y_2 = 3$. Korzystamy ze wzoru $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

$a = \frac{3 - 0{,}5}{0{,}5 - 3} = \frac{2{,}5}{-2{,}5} = \mathbf{-1}$.

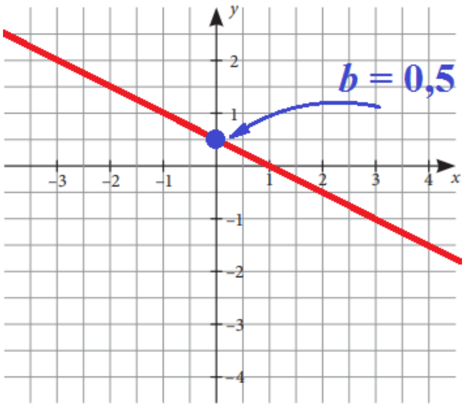
Odp. **D**

8.71.

Równanie $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ interpretujemy jako równanie kierunkowe prostej $y=ax+b$. W tym zadaniu mamy $a=-\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{2}$.

Ujemna wartość ***a*** oznacza funkcję malejącą i już możemy odrzucić odpowiedź A i D (na tych rysunkach są funkcje rosnące).

$\boldsymbol{y = ax + b}$	
$\boldsymbol{a > 0}$	funkcja rosnąca
$\boldsymbol{a < 0}$	funkcja malejąca
$\boldsymbol{a = 0}$	funkcja stała
b - punkt przecięcia z osią *y*	

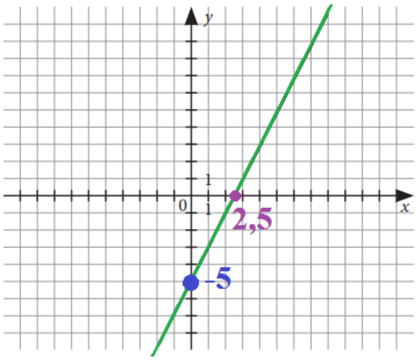


Wśród pozostałych odpowiedzi B i C, jedynie na rysunku w odp. C widzimy prostą przecinającą oś *y* w punkcie **0,5** co jest zgodne ze współczynnikiem $b=\frac{1}{2}$, występującym w równaniu $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$.

Odp. **C**

8.72.

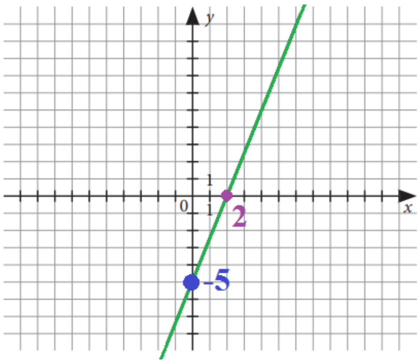
B.



Patrząc na równanie $y = 2x - 5$ jak na równanie kierunkowe prostej $y = ax + b$, otrzymujemy ***a* = 2** oraz ***b* = –5**, czyli funkcję rosnącą (bo $a > 0$) której wykres przecina oś y w punkcie **–5**.

Takie wykresy są w odpowiedziach B i C.

C.



Aby rozstrzygnąć, która z odpowiedzi jest poprawna, można obliczyć **miejsce zerowe** funkcji $y = 2x - 5$, rozwiązując równanie $2x - 5 = 0$.

$2x - 5 = 0$

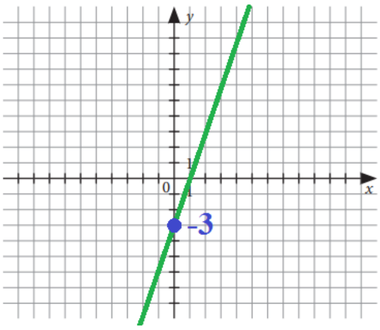
$2x = 5 \quad |:2$

$x = \frac{5}{2} = \mathbf{2{,}5}$.

Miejsce zerowe funkcji odpowiada za **punkt przecięcia z osią *x***. Miejsce zerowe równe **2,5** ma tylko funkcja przedstawiona na rysunku z odp. B.

Odp. **B**

8.73.

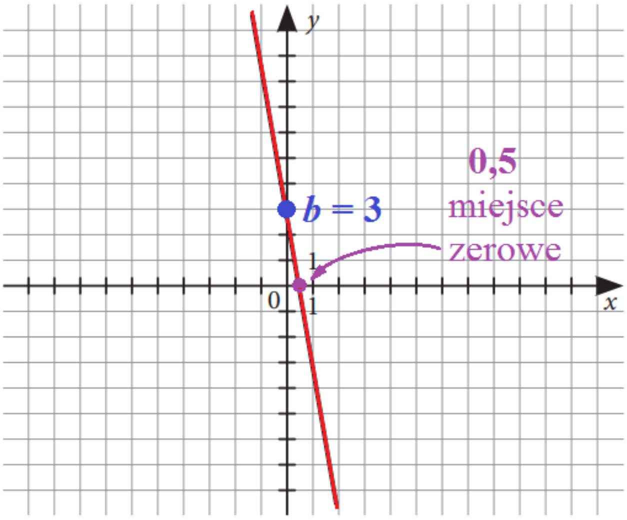
B. 

Porównując wzór $y = 3x - 3$ do wzoru kierunkowego prostej $y = ax + b$, mamy $\boldsymbol{a} = \mathbf{3}$ oraz $\boldsymbol{b} = \mathbf{-3}$ (czyli funkcja rosnąca, której wykres przecina oś y w punkcie **–3**).

To widzimy tylko na rysunku w odpowiedzi **B**.

Odp. **B**

8.74.



$y = ax + b$	
$a > 0$	funkcja rosnąca
$a < 0$	funkcja malejąca
$a = 0$	funkcja stała
b - punkt przecięcia z osią y	

Widzimy, że wykres przecina oś y w punkcie **3**, więc wzór musi mieć postać $y = ax + 3$, co **wyklucza** odp. **B** i **D**.

Obliczamy **miejsce zerowe** funkcji $y = -\frac{1}{2}x + 3$, przedstawionej w odpowiedzi A.

$-\frac{1}{2}x + 3 = 0$

$-0{,}5x + 3 = 0$

$-0{,}5x = -3 \quad |:(-0{,}5)$

$x = \frac{-3}{-0{,}5} = \mathbf{6}$, co jest sprzeczne z rysunkiem (wykres przecina oś x pomiędzy **0** a **1**).

Obliczamy **miejsce zerowe** funkcji $y = -6x + 3$, przedstawionej w odpowiedzi C.

$-6x + 3 = 0$

$-6x = -3 \quad |:(-6)$

$x = \frac{-3}{-6} = \mathbf{0{,}5}$, co mieści się między **0** a **1**.

Odp. **C**

8.75.
Na rysunku w odp. D wykres **przecina oś *x*** w punkcie **2**.
Oznacza to, że miejscem zerowym funkcji przedstawionej w odp. D jest (dodatnia) liczba **2**.
Odp. **D**

8.76.
Należy rozwiązać układ złożony z obu danych równań.

$$\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = -3 & |\cdot(-2) \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 2y = 6 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

dodajemy równania stronami

$-2x + 3x = 6 + 1$

$x = \mathbf{7}$

Wybieramy dowolne równanie z $\boldsymbol{x}$ i $\boldsymbol{y}$, wstawiamy do niego $\boldsymbol{x} = \mathbf{7}$ i wyliczamy $\boldsymbol{y}$:

$x - y + 3 = 0$

$7 - y + 3 = 0$

$-y = -7 - 3$

$-y = -10$

$y = \mathbf{10}$

Rozwiązanie układu to $\begin{cases} x = 7 \\ y = 10 \end{cases}$, więc proste przecinają się w punkcie $(7,10)$.

Odp. **B**

8.77.

Należy rozwiązać układ złożony z obu danych równań.

$$\begin{cases} 4x-5y=3 & |\cdot 4 \\ 3x-4y=5 & |\cdot(-5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16x-20y=12 \\ -15x+20y=-25 \end{cases}$$

dodajemy równania stronami

$16x-15x=12-25$

$x=\mathbf{-13}$

Wybieramy dowolne równanie z ***x*** i ***y***, wstawiamy do niego ***x* = –13** i wyliczamy ***y***:

$4x-5y=3$

$4\cdot(-13)-5y=3$

$-52-5y=3$

$-5y=3+52$

$-5y=55 \quad |:(-5)$

$y=\mathbf{-11}$

Rozwiązanie układu to $\begin{cases} x=-13 \\ y=-11 \end{cases}$, więc proste przecinają się w punkcie $(-13,\,-11)$.

Odp. **C**

8.78.

Należy rozwiązać układ złożony z obu danych równań.

$$\begin{cases} y = 3x - 2 & | \cdot (-1) \\ y = 2x + 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y = -3x + 2 \\ y = 2x + 5 \end{cases}$$

dodajemy równania stronami

$0 = -3x + 2x + 2 + 5$

$0 = -x + 7$

$x = \mathbf{7}$

Wybieramy dowolne równanie z $\boldsymbol{x}$ i $\boldsymbol{y}$, wstawiamy do niego $\boldsymbol{x} = \mathbf{7}$ i wyliczamy $\boldsymbol{y}$:

$y = 2x + 5$

$y = 2 \cdot 7 + 5$

$y = \mathbf{19}$

Rozwiązanie układu to $\begin{cases} x = 7 \\ y = 19 \end{cases}$, więc proste przecinają się w punkcie $(7, 19)$.

Odp. **D**

8.79.

Należy rozwiązać układ złożony z obu danych równań.

$$\begin{cases} y = 9x - 13 & |\cdot(-1) \\ y = -7x + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y = -9x + 13 \\ y = -7x + 3 \end{cases}$$

dodajemy równania stronami

$0 = -9x - 7x + 13 + 3$

$0 = -16x + 16$

$16x = 16 \qquad |:16$

$x = \mathbf{1}$

Wybieramy dowolne równanie z ***x*** i ***y***, wstawiamy do niego ***x* = 1** i wyliczamy ***y***:

$y = 9x - 13$

$y = 9 \cdot 1 - 13$

$y = \mathbf{-4}$

Rozwiązanie układu to $\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$, więc proste przecinają się w punkcie $(1, -4)$.

Oznacza to, że $a = 1$, $b = -4$, zatem suma $a + b = 1 + (-4) = 1 - 4 = \mathbf{-3}$.

Odp. **B**

8.80.
Należy rozwiązać układ złożony z obu danych równań.

$$\begin{cases} 6x-5y=2 \\ 6x-4=0 \end{cases}$$

z drugiego równania wyznaczamy $\boldsymbol{x}$, potem wstawiamy go do pierwszego równania i wyliczamy $\boldsymbol{y}$.

$$\begin{cases} 6x-5y=2 \\ 6x=4 \qquad |:6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x-5y=2 \\ x=\frac{4}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x-5y=2 \\ x=\mathbf{\frac{2}{3}} \end{cases}$$

Zajmujemy się tylko równaniem $6x-5y=2$.

$$6x-5y=2$$

$$6\cdot\frac{2}{3}-5y=2$$

$$4-5y=2$$

$$-5y=2-4$$

$$-5y=-2 \qquad |:(-5)$$

$$y=\mathbf{\frac{2}{5}}$$

Rozwiązanie układu to $\begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=\frac{2}{5} \end{cases}$, zatem proste przecinają się w punkcie $P=\left(\frac{2}{3},\frac{2}{5}\right)$.

Odp. **B**

8.81.

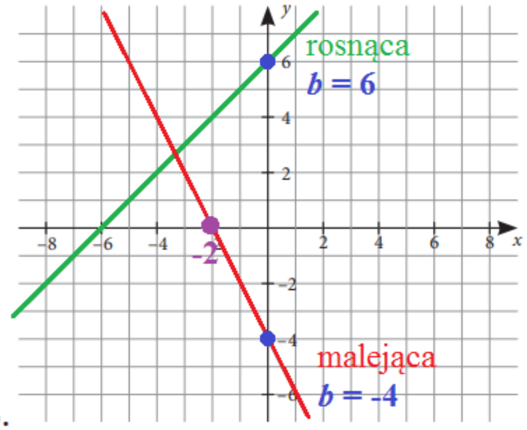
Problem sprowadzamy do **rozpoznania** prostych $y = x + 6$ oraz $y = -4x - 4$ na jednym z rysunków.

$y = x + 6$, czyli $y = \mathbf{1}x + \mathbf{6}$, więc mamy $\boldsymbol{a > 0}$ oraz $\boldsymbol{b = 6}$ (funkcja rosnąca z wykresem przechodzącym przez **6** na osi y).

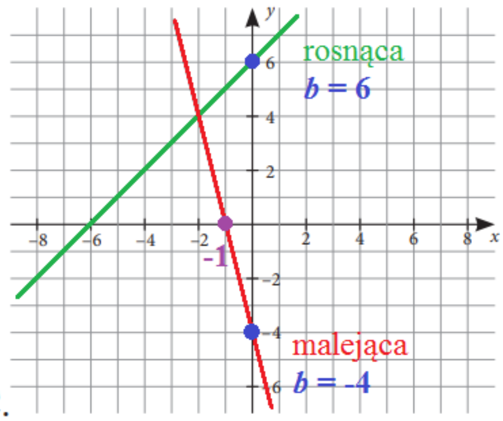
$y = \mathbf{-4}x - \mathbf{4}$, więc mamy $\boldsymbol{a < 0}$ oraz $\boldsymbol{b = -4}$ (funkcja malejąca z wykresem przechodzącym przez **–4** na osi y).

Rysunki uwzględniające te zastrzeżenia mamy w odp. B oraz C (jedna z nich jest poprawna).

B.



C.



Różnica w obu rysunkach jest widoczna w **miejscach zerowych** obu **funkcji malejących**.
Obliczamy zatem miejsce zerowe funkcji malejącej $y = -4x - 4$. Zatem:

$-4x - 4 = 0$

$-4x = 4 \qquad |:(-4)$

$\boldsymbol{x = -1}$

Stało się jasne, że tylko na rysunku z odp. **C** mamy funkcję malejącą z miejscem zerowym **–1**.
Odp. **C**

8.82.

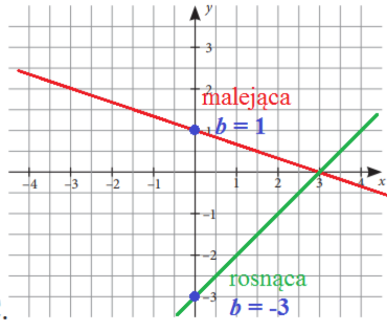
Problem sprowadzamy do **rozpoznania** prostych $y = x - 3$ oraz $y = -\frac{1}{3}x + 1$ na jednym z rysunków.

$y = x - 3$, czyli $y = \mathbf{1}x - \mathbf{3}$, więc mamy $\boldsymbol{a} > \mathbf{0}$ oraz $\boldsymbol{b} = \mathbf{-3}$ (funkcja rosnąca z wykresem przechodzącym przez **–3** na osi y).

$y = -\frac{1}{3}x + 1$, więc mamy $\boldsymbol{a} < \mathbf{0}$ oraz $\boldsymbol{b} = \mathbf{1}$ (funkcja malejąca z wykresem przechodzącym przez **1** na osi y).

Rysunek w odp. **C** spełnia te założenia.

C.

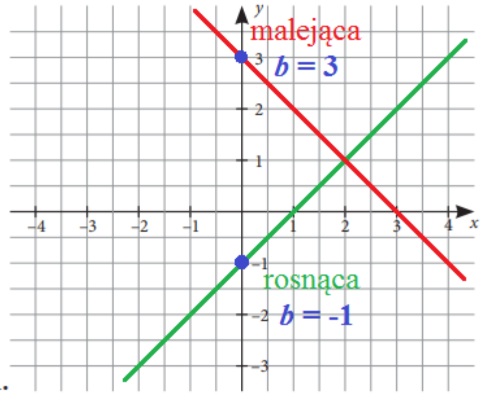


Odp. **C**

8.83.
Problem sprowadzamy do **rozpoznania** prostych $y = x - 1$ oraz $y = -x + 3$ na jednym z rysunków.
$y = x - 1$, czyli $y = \mathbf{1}x - \mathbf{1}$, więc mamy $\boldsymbol{a > 0}$ oraz $\boldsymbol{b = -1}$ (funkcja rosnąca z wykresem przechodzącym przez **–1** na osi y).

$y = -x + 3$, czyli $y = \mathbf{-1}x + \mathbf{3}$, więc mamy $\boldsymbol{a < 0}$ oraz $\boldsymbol{b = 3}$ (funkcja malejąca z wykresem przechodzącym przez **3** na osi y).

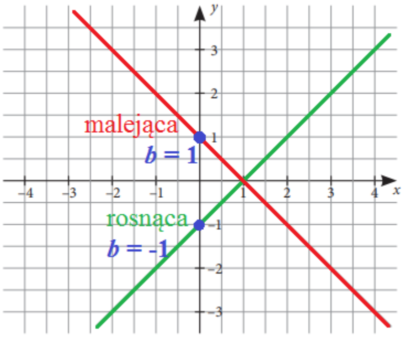
Rysunek w odp. **A** spełnia te założenia.

A.


Odp. **A**

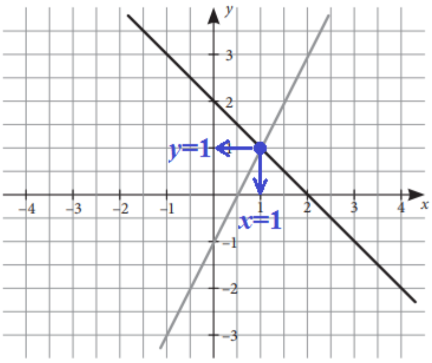
8.84.
Problem sprowadzamy do **rozpoznania** prostych $y = x - 1$ oraz $y = -x + 3$ na jednym z rysunków.
$y = -x + 1$, czyli $y = \mathbf{-1}x + \mathbf{1}$, więc mamy $\boldsymbol{a} < \mathbf{0}$ oraz $\boldsymbol{b} = \mathbf{1}$ (funkcja malejąca z wykresem przechodzącym przez **1** na osi y).

$y = x - 1$, czyli $y = \mathbf{1}x - \mathbf{1}$, więc mamy $\boldsymbol{a} > \mathbf{0}$ oraz $\boldsymbol{b} = \mathbf{-1}$ (funkcja rosnąca z wykresem przechodzącym przez **–1** na osi y).
Rysunek w odp. **D** spełnia te założenia.

D. 

Odp. **D**

8.85.

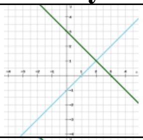
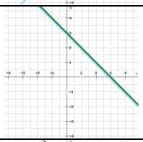
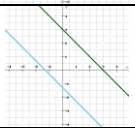


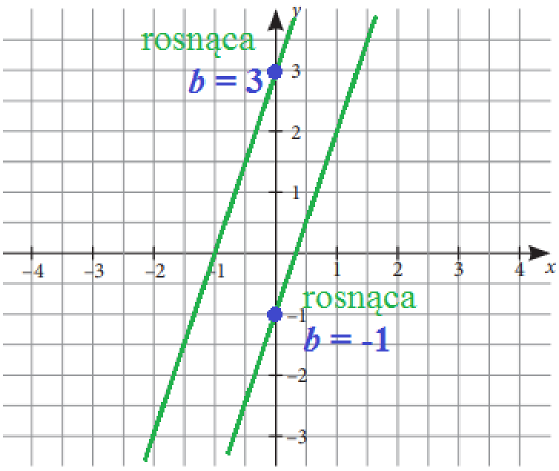
Interpretacją graficzną **rozwiązania układu równań** jest **punkt przecięcia obu wykresów** funkcji.

Obie proste przecinają się w punkcie **(1, 1)**, a to oznacza, że rozwiązaniem tego układu jest para liczb $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$.

Odp. **C**

8.86.

Układy dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi			
Rodzaj układu	**Interpretacja geometryczna**	**Opis słowny**	**Liczba rozwiązań**
oznaczony		Proste przecinające się w dokładnie jednym punkcie	1
nieoznaczony		Proste wzajemnie pokrywające się	∞
sprzeczny		Proste równoległe (nie mają punktów wspólnych)	0

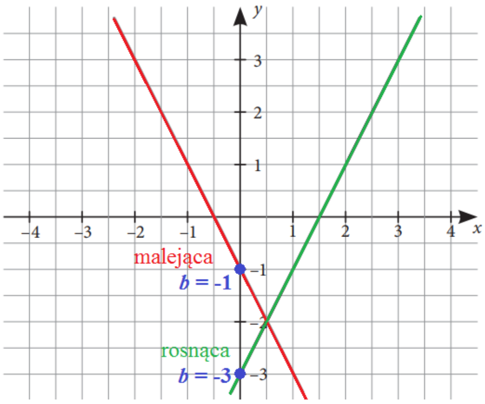


Z powyższej tabeli wynika, że w zadaniu mamy **układ sprzeczny**. Odrzucamy odp. A i C.

Analizując punkty przecięcia wykresów z osią ***y*** stwierdzamy, że prawidłowa musi być odp. D, bo w przypadku $y = 3x + 3$ mamy ***b* = 3**, zaś w przypadku $y = 3x - 1$ mamy ***b* = –1**.

Odp. **D**

8.87.



Na samym początku odrzucamy odp. A, bo zarówno $\boldsymbol{y = 2x - 3}$ oraz $\boldsymbol{y = 2x - 1}$ są funkcjami rosnącymi.

Tymczasem na rysunku widać, że jedna z nich jest rosnąca, a druga malejąca.

W tym zadaniu pasuje odp. B. $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$, bo

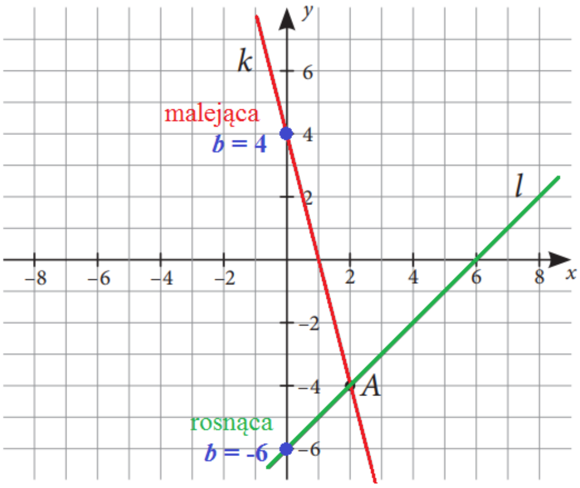
$\boldsymbol{y = 2x - 3}$ to funkcja rosnąca z wykresem przechodzącym przez $\boldsymbol{-3}$ na osi y

$\boldsymbol{y = -2x - 1}$ to funkcja malejąca z wykresem przechodzącym przez $\boldsymbol{-1}$ na osi y

Odp. **B**

8.88.
Sytuacja opisana w zadaniu wskazuje, że mamy do czynienia z układem **nieoznaczonym**.
Odp. **A**

8.89.



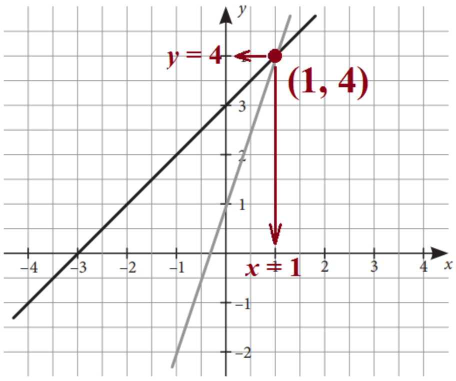
Widać, że prawidłowa jest odp. **C**,

bo równanie
$\boldsymbol{y = -4x + 4}$ oznacza funkcję malejącą
z wykresem przechodzącym przez **4** na osi $\boldsymbol{y}$,

zaś równanie $\boldsymbol{y = x - 6}$, czyli $\boldsymbol{y = 1x - 6}$
oznacza funkcję rosnącą z wykresem
przechodzącym przez **–6** na osi $\boldsymbol{y}$.

Odp. **C**

8.90.



Widać na rysunku, że proste przecinają się w **jednym punkcie**, więc układ jest oznaczony. Odrzucamy odpowiedzi C i D.
Widać też na rysunku, że **punkt przecięcia prostych** ma współrzędne **(1, 4)**.

Oznacza to, że para liczb $\begin{cases} x = \mathbf{1} \\ y = \mathbf{4} \end{cases}$ musi spełniać **oba równania układu**.

Podstawiamy liczby $\boldsymbol{x} = \mathbf{1}$, $\boldsymbol{y} = \mathbf{4}$ do układu równań
$\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$, z odpowiedzi A, zatem: $\begin{cases} \mathbf{1} - \mathbf{4} = 3 \\ 3 \cdot \mathbf{1} - \mathbf{4} = 1 \end{cases}$ i widzimy że **1 – 4 =** 3 to nieprawda.
Odrzucamy odp. **A**

Podstawiamy te same liczby $\boldsymbol{x} = \mathbf{1}$, $\boldsymbol{y} = \mathbf{4}$ do układu równań $\begin{cases} x - y = -3 \\ 3x - y = -1 \end{cases}$, z odp. B:

$\begin{cases} \mathbf{1} - \mathbf{4} = -3 \\ 3 \cdot \mathbf{1} - \mathbf{4} = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3 = -3 \\ 3 - 4 = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\mathbf{3} = -\mathbf{3} \\ -\mathbf{1} = -\mathbf{1} \end{cases}$, zatem mamy **obie prawdziwe** równości.

Odp. **B**

8.91.

Należy rozwiązać układ równań.

$$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = \frac{7-4x}{3} \quad |\cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4 \quad |\cdot(-3) \\ 3y = 7 - 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3y = -6x - 12 \\ 3y = 7 - 4x \end{cases}$$

dodajemy równania stronami

$$0 = -6x - 4x - 12 + 7$$

$$0 = -10x - 5$$

$$10x = -5 \qquad |:10$$

$$x = \frac{-5}{10} \quad \to \quad x = -\mathbf{\frac{1}{2}}$$

Podstawiamy wyliczony $x = -\frac{1}{2}$ do jednego z równań układu:

$$y = 2x + 4$$

$$y = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 4$$

$$y = -1 + 4$$

$$y = \mathbf{3}$$

Rozwiązaniem układu jest para liczb $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases}$, więc proste przecinają się w punkcie $\left(-\frac{1}{2}; 3\right)$.

Odp. **A**

8.92.
Należy rozwiązać układ równań.

$$\begin{cases} x+y=0 \\ -2x+y+15=0 \qquad |\cdot(-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=0 \\ 2x-y-15=0 \end{cases}$$

dodajemy równania stronami

$x+2x-15=0$

$3x=15 \qquad |:3$

$x=\mathbf{5}$

Podstawiamy wyliczony $x=\mathbf{5}$ do jednego z równań układu.

$x+y=0$

$5+y=0$

$y=\mathbf{-5}$

Rozwiązaniem układu jest para liczb $\begin{cases} x=5 \\ y=-5 \end{cases}$, więc proste przecinają się w punkcie $(5;-5)$.

Odp. **D**

8.93.

Ze względu na punkt $(-1;1)$, mamy $\boldsymbol{x = -1}$ oraz $\boldsymbol{y = 1}$.

Podstawiamy $\boldsymbol{x = -1}$, $\boldsymbol{y = 1}$ do każdego z podanych w odpowiedziach układów.

Po podstawieniu, oba równania muszą być prawdziwe.

A. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 4x + 5 \end{cases}$

$\begin{cases} 1 = -(-1) + 2 \\ 1 = 4 \cdot (-1) + 5 \end{cases}$

$\begin{cases} 1 = 1 + 2 \\ 1 = -4 + 5 \end{cases}$

$\begin{cases} 1 = 3 \\ 1 = 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = -3x - 2 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} 1 = -3 \cdot (-1) - 2 \\ 1 = \frac{1}{2} \cdot (-1) + \frac{3}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} 1 = 3 - 2 \\ 1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} \mathbf{1 = 1} \\ \mathbf{1 = 1} \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -x \end{cases}$

$\begin{cases} 1 = 2 \cdot (-1) + 1 \\ 1 = -(-1) \end{cases}$

$\begin{cases} 1 = -2 + 1 \\ 1 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 1 = -1 \\ 1 = 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = 4x - 3 \\ y = 3x + 4 \end{cases}$

$\begin{cases} 1 = 4 \cdot (-1) - 3 \\ 1 = 3 \cdot (-1) + 4 \end{cases}$

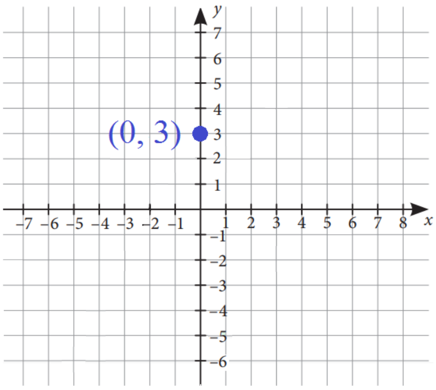
$\begin{cases} 1 = -4 - 3 \\ 1 = -3 + 4 \end{cases}$

$\begin{cases} 1 = -7 \\ 1 = 1 \end{cases}$

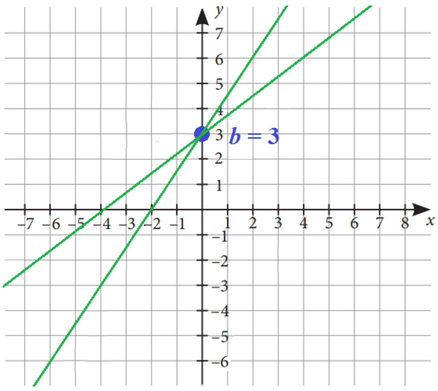
Jedynie w przypadku odp. **B** otrzymaliśmy **oba prawdziwe równania**.

Odp. **B**

8.94.



Wspomniany w treści zadania punkt **(0, 3)** leży na osi *y*.



Aby punkt **(0, 3)** był punktem przecięcia dwóch prostych, to współczynnik ***b*** każdej z prostych musi być równy **3**.

Spośród opcji dostępnych w odpowiedziach będzie tak jedynie wtedy, gdy do równania $y = x + 3$ dołączymy równanie $\boldsymbol{y = 2x + 3}$, otrzymując układ $\begin{cases} y = x + 3 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$.

Odp. **C**

8.95.
Punkt leżący **na osi *OX*** to każdy punkt o współrzędnych (***x***, **0**), tzn. współrzędna ***y* = 0**.
Rozwiązujemy każdy z układów i patrzymy, w którym przypadku otrzymamy ***y* = 0**.

$$\begin{cases} y = 2019x + 2019 \\ y = -2019x + 2019 \end{cases}$$
dodajemy stronami
$2y = 4038 \quad |:2$
$y = 2019 \neq 0$

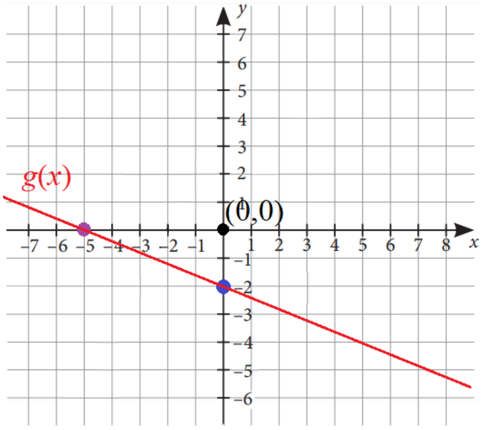
$$\begin{cases} y = 2019x - 2019 \\ y = -2019x - 2019 \end{cases}$$
dodajemy stronami
$2y = -4038 \quad |:2$
$y = -2019 \neq 0$

$$\begin{cases} y = 2019x - 2019 \\ y = -2019x + 2019 \end{cases}$$
dodajemy stronami
$2y = 0 \quad |:2$
$y = \mathbf{0}$

$$\begin{cases} y = 2019x - 2019 \, |:(-1) \\ y = 2019x + 2019 \end{cases}$$
$$\begin{cases} -y = -2019x + 2019 \\ y = 2019x + 2019 \end{cases}$$
dodajemy stronami
$0 = 0 + 4038$
sprzeczność

Jedynie w przypadku układu równań z odp. **C** otrzymaliśmy pożądane ***y* = 0**.
Odp. **C**

8.96.

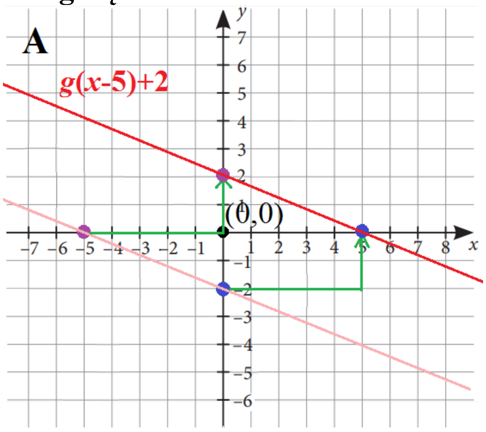


Mając dane miejsce zerowe oraz punkt przecięcia z osią y, **rysujemy** wykres funkcji g.

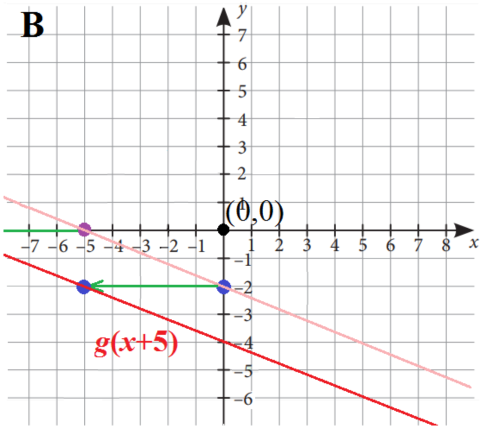
W zadaniu należy wybrać takie przesunięcie wykresu, aby **nowy wykres** przechodził przez punkt **(0; 0)**.

Rozważamy po kolei przedstawione w odpowiedziach propozycje.

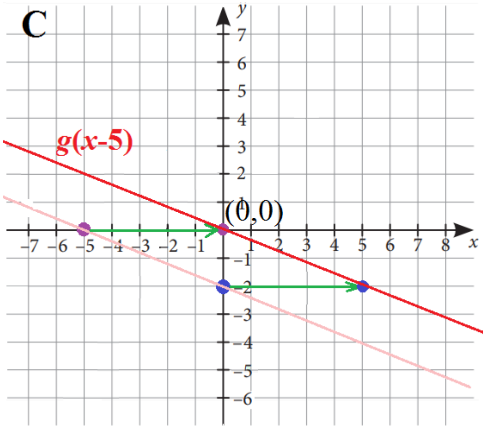
$g(x-5)+2$ to przesunięcie **5 w prawo** oraz **2 w górę**:



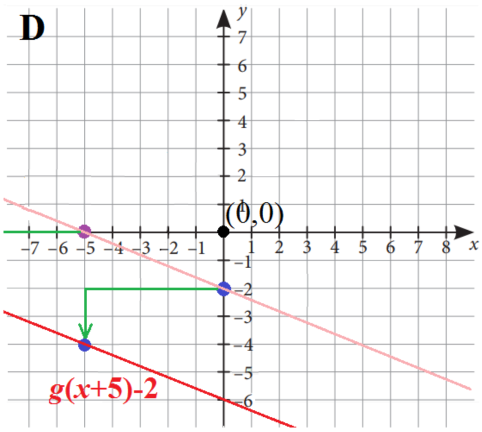
$g(x+5)$ to przesunięcie **5 w lewo**:



$g(x-5)$ to przesunięcie **5 w prawo**:



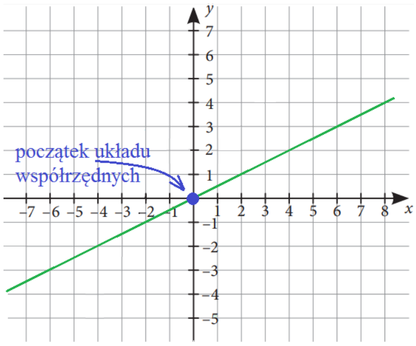
$g(x+5)-2$ to przesunięcie **5 w lewo** oraz **2 w dół**:



Tylko na rysunku **C** mamy sytuację, w której wykres **po zadanym przesunięciu** przechodzi przez punkt **(0, 0)** czyli przez początek układu współrzędnych.

Odp. **C**

8.97.



Szkicujemy przykładowy wykres spełniający warunki zadania.

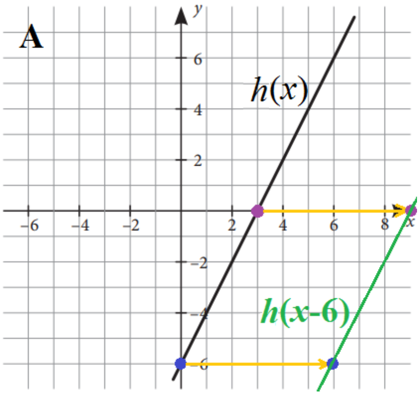
$y = ax + b$	
$a > 0$	funkcja rosnąca
$a < 0$	funkcja malejąca
$a = 0$	funkcja stała
b - punkt przecięcia z osią y	

Widać, że wykres przecina oś y w punkcie **0**, stąd $b = 0$.

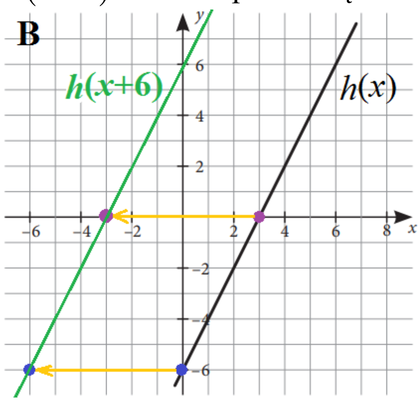
Odp. **C**

8.98.
Rozważamy po kolei propozycje przekształceń przedstawione w odpowiedziach:

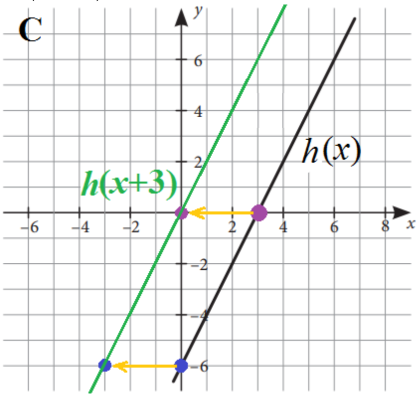
$h(x-6)$ oznacza przesunięcie **6 w prawo**



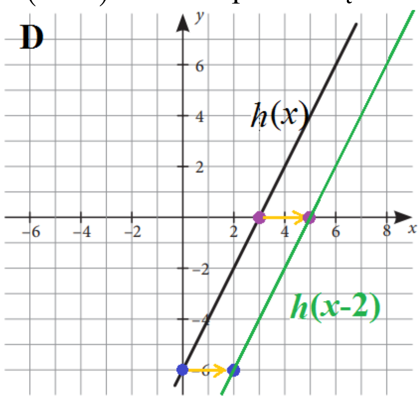
$h(x+6)$ oznacza przesunięcie **6 w lewo**



$h(x+3)$ oznacza przesunięcie **3 w lewo**



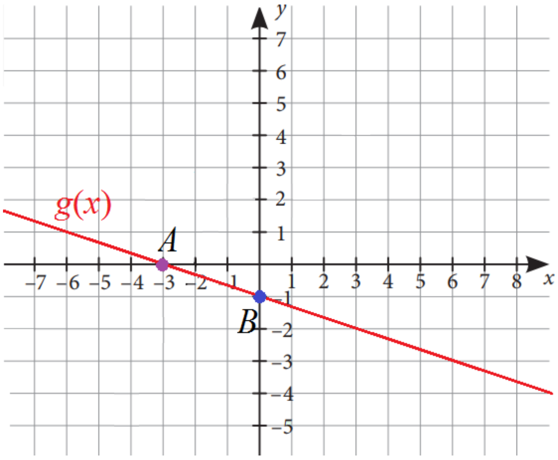
$h(x-2)$ oznacza przesunięcie **2 w lewo**



W przypadku rysunku wynikającego z odpowiedzi **C**, wykres **po przesunięciu** przechodzi przez początek układu współrzędnych.

Odp. **C**

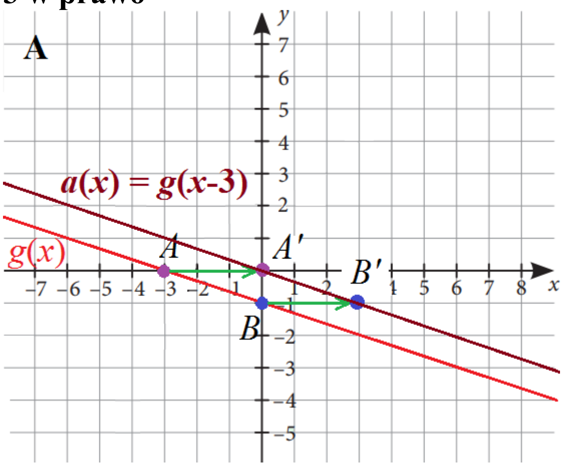
8.99.



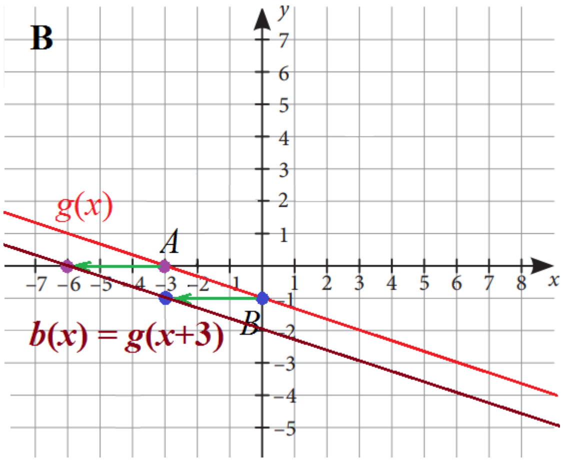
W układzie współrzędnych zaznaczamy dane w zadaniu punkty A i B, potem prowadzimy prostą przez te punkty, która jest wykresem funkcji g.

Następnie rozważamy propozycje wzorów podanych w odpowiedziach.

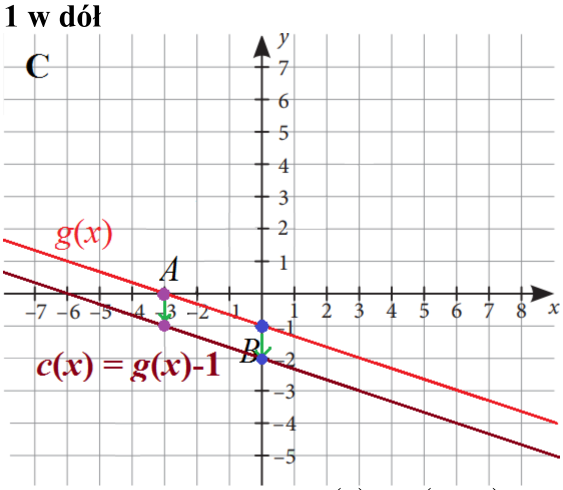
$a(x) = g(x-3)$ oznacza przesunięcie **3 w prawo**



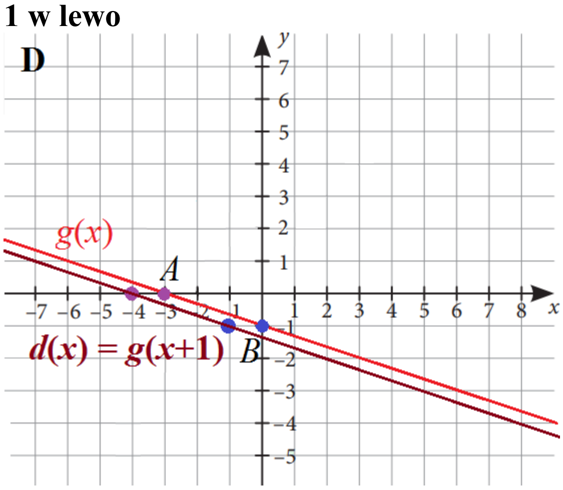
$b(x) = g(x+3)$ oznacza przesunięcie **3 w lewo**



$c(x) = g(x)-1$ oznacza przesunięcie **1 w dół**



$d(x) = g(x+1)$ oznacza przesunięcie **1 w lewo**



Jedynie wykres funkcji $a(x) = g(x-3)$ przechodzi przez początek układu współrzędnych.

Odp. **A**

8.100.
Widać, że jeśli podstawimy współrzędne **(0, 0)** początku układu współrzędnych – czyli $\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ oraz $\boldsymbol{y} = \mathbf{0}$ do równania w odpowiedzi **D**, czyli $y = -3x$, to otrzymamy prawdziwą równość:

$y = -3x$

$\mathbf{0} = -3 \cdot \mathbf{0}$

$\mathbf{0} = \mathbf{0}$

Oznacza to, że funkcja $y = -3x$ ma wykres przechodzący przez punkt **(0, 0)** czyli przez początek układu współrzędnych.
Odp. **D**

8.101.

Dla funkcji f mamy $\boldsymbol{a = -(3m - 2)}$ oraz $b = 8m - 1$.

Funkcja liniowa f jest rosnąca gdy $\boldsymbol{a > 0}$.

$$\underbrace{-(3m-2)}_{a} > 0$$

$$-3m + 2 > 0$$

$$-3m > -2 \qquad |:(-3)$$

$$m < \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$$

Odp. **A**

$\boldsymbol{y = ax + b}$

$\boldsymbol{a > 0}$ funkcja rosnąca

$\boldsymbol{a < 0}$ funkcja malejąca

$\boldsymbol{a = 0}$ funkcja stała

8.102.

Dla funkcji g mamy $\boldsymbol{a = 4 - 8m}$ oraz $b = 7$.

Funkcja liniowa g jest rosnąca gdy $\boldsymbol{a > 0}$.

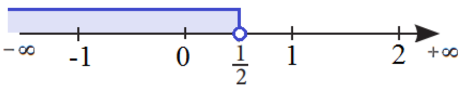
$\boldsymbol{y = ax + b}$	
$\boldsymbol{a > 0}$	funkcja rosnąca
$\boldsymbol{a < 0}$	funkcja malejąca
$\boldsymbol{a = 0}$	funkcja stała

$$\underbrace{4 - 8m}_{a} > 0$$

$$-8m > -4 \qquad |:(-8)$$

$$m < \frac{4}{8} \quad \rightarrow \quad m < \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

Warunek $m < \frac{1}{2}$ jest spełniony przez wszystkie liczby m mniejsze od $\frac{1}{2}$.



Zatem $m \in \left(-\infty, \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)$.

Odp. **C**

8.103.

Dla funkcji g mamy $\boldsymbol{a = m - 2}$ oraz $b = -6$.

Funkcja liniowa g jest rosnąca gdy $\boldsymbol{a > 0}$.

$\underbrace{m - 2}_{a} > 0$

$m > \mathbf{2}$

Odp. **C**

$y = ax + b$	
$a > 0$	funkcja rosnąca
$a < 0$	funkcja malejąca
$a = 0$	funkcja stała

8.104.

Rozwiązanie I:

Dla funkcji g mamy $\boldsymbol{a} = \mathbf{4} - \boldsymbol{p}$ oraz $b = p$.

Funkcjia liniowa g jest rosnąca gdy $\boldsymbol{a} > \mathbf{0}$.

$y = ax + b$	
$a > 0$	funkcja rosnąca
$a < 0$	funkcja malejąca
$a = 0$	funkcja stała

$$\underbrace{4-p}_{a} > 0$$

$$-p > -4 \qquad |:(-1)$$

$$p < \mathbf{4}$$

Warunek $p < \mathbf{4}$ oznacza, że liczba p musi być **mniejsza niż 4**.

Jedyna liczba w odpowiedziach, która jest mniejsza od 4, to $\boldsymbol{p} = \mathbf{0}$.

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Podstawiamy po kolei do wzoru funkcji w miejsce p liczby zawarte w odpowiedziach.

Korzystamy z tego, że $p = \frac{9}{2}$ to inaczej $\boldsymbol{p} = \mathbf{4{,}5}$.

A. $\boldsymbol{p} = \mathbf{5}$	B. $\boldsymbol{p} = \mathbf{6}$	C. $\boldsymbol{p} = \mathbf{4{,}5}$	D. $\boldsymbol{p} = \mathbf{0}$
$g(x) = (4-\mathbf{5})x + \mathbf{5}$	$g(x) = (4 - \mathbf{6})x + \mathbf{6}$	$g(x) = (4-\mathbf{4{,}5})x + \mathbf{4{,}5}$	$g(x) = (4 - \mathbf{0})x + \mathbf{0}$
$g(x) = \mathbf{-1}\boldsymbol{x} + 5$	$g(x) = \mathbf{-2}\boldsymbol{x} + 5$	$g(x) = \mathbf{-0{,}5}\boldsymbol{x} + 4{,}5$	$g(x) = \mathbf{4}x + 0$
funkcja malejąca	funkcja malejąca	funkcja malejąca	funkcja rosnąca

Widać, że tylko w przypadku odp. **D** mamy dodatni współczynnik przy x, czyli $\boldsymbol{a} = \mathbf{4}$ powodujący, że funkcja jest rosnąca. Współczynniki przy x w pozostałych funkcjach są ujemne, zatem te funkcje są malejące. Odp. **D** jest poprawna.

8.105.

Rozwiązanie I:

Dla funkcji g mamy $\boldsymbol{a = k - 1}$ oraz $b = -9k+1$.

Funkcja liniowa g jest rosnąca gdy $\boldsymbol{a > 0}$.

$\underbrace{k-1}_{a} > 0$

$k > \mathbf{1}$

$\boldsymbol{y = ax + b}$	
$\boldsymbol{a > 0}$	funkcja rosnąca
$\boldsymbol{a < 0}$	funkcja malejąca
$\boldsymbol{a = 0}$	funkcja stała

Warunek $k > \mathbf{1}$ oznacza, że liczba k musi być **większa niż 1**. Wybieramy $\boldsymbol{k = 2}$.

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Podstawiamy po kolei do wzoru funkcji w miejsce k liczby zawarte w odpowiedziach.

A. $k = \mathbf{-1}$	B. $k = \mathbf{0}$	C. $k = \mathbf{1}$	D. $k = \mathbf{2}$
$y = (\mathbf{-1} - 1)x - 9 \cdot (\mathbf{-1}) + 1$	$y = (\mathbf{0} - 1)x - 9 \cdot \mathbf{0} + 1$	$y = (\mathbf{1} - 1)x - 9 \cdot \mathbf{1} + 1$	$y = (\mathbf{2} - 1)x - 9 \cdot \mathbf{2} + 1$
$y = \mathbf{-2}x + 9 + 1$	$y = \mathbf{-1}x - 0 + 1$	$y = \mathbf{0}x - 9 + 1$	$y = \mathbf{1}x - 18 + 1$
$y = \mathbf{-2}x + 10$	$y = \mathbf{-1}x + 1$	$y = \mathbf{0}x - 8$	$y = \mathbf{1}x - 17$
funkcja malejąca	funkcja malejąca	funkcja stała	funkcja rosnąca

Jedynie w przypadku odp. **D** widzimy dodatni współczynnik przy $\boldsymbol{x}$ we wzorze funkcji.

Po wstawieniu $\boldsymbol{k = 2}$ otrzymaliśmy wówczas funkcję $y = \mathbf{1}x - 17$, która jest rosnąca.

Odp. **D** jest poprawna.

8.106.

Dla funkcji liniowej mamy $\boldsymbol{a} = \mathbf{5}(\boldsymbol{k}+\mathbf{3})$ oraz $b = -2k$.

Funkcja liniowa jest malejąca, gdy $\boldsymbol{a} < \mathbf{0}$.

$\underbrace{5(k+3)}_{a} < 0$

$5k + 15 < 0$

$5k < -15 \quad |:5$

$k < \mathbf{-3}$

Odp. **C**

$y = ax + b$	
$a > 0$	funkcja rosnąca
$a < 0$	funkcja malejąca
$a = 0$	funkcja stała

8.107.

Funkcja $c(x) = -x + 7$, czyli $c(x) = \mathbf{-1}x + 7$ jest malejąca (ujemny współczynnik przy $\boldsymbol{x}$).

Odp. **C**

8.108.

Rozwiązanie I:

Dla funkcji liniowej g mamy $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \mathbf{4}$ oraz $b = m - 7$.

Funkcja liniowa jest malejąca, gdy $\boldsymbol{a} < \mathbf{0}$.

$$\underbrace{m-4}_{a} < 0$$

$$m < \mathbf{4}$$

$\boldsymbol{y = ax + b}$	
$\boldsymbol{a} > \mathbf{0}$	funkcja rosnąca
$\boldsymbol{a} < \mathbf{0}$	funkcja malejąca
$\boldsymbol{a} = \mathbf{0}$	funkcja stała

Warunek $m < \mathbf{4}$ oznacza, że liczba $\boldsymbol{m}$ musi być **mniejsza od 4**. Zatem wybieramy $\boldsymbol{m} = \mathbf{3}$.

Odp. **A**

Rozwiązanie II:

Podstawiamy po kolei do wzoru funkcji w miejsce m liczby zawarte w odpowiedziach.

A. $\boldsymbol{m} = \mathbf{3}$	B. $\boldsymbol{m} = \mathbf{5}$	C. $\boldsymbol{m} = \mathbf{6}$	D. $\boldsymbol{m} = \mathbf{8}$
$y = (\mathbf{3} - 4)x + \mathbf{3} - 7$	$y = (\mathbf{5} - 4)x + \mathbf{5} - 7$	$y = (\mathbf{6} - 4)x + \mathbf{6} - 7$	$y = (\mathbf{8} - 4)x + \mathbf{8} - 7$
$y = \mathbf{-1}x - 4$	$y = \mathbf{1}x - 2$	$y = \mathbf{2}x - 1$	$y = \mathbf{4}x + 1$
funkcja malejąca	funkcja rosnąca	funkcja rosnąca	funkcja rosnąca

Tylko dla $\boldsymbol{m} = \mathbf{3}$ (jak w odpowiedzi A) funkcja okazała się malejąca. Odp. **A** jest poprawna.

8.109.

Dla funkcji $y=\left(1-2m^2\right)x+\frac{4}{m}$ mamy $\boldsymbol{a = 1 - 2m^2}$ oraz $b=\frac{4}{m}$.

Funkcja liniowa jest stała, gdy $\boldsymbol{a = 0}$.

$y = ax + b$	
$a > 0$	funkcja rosnąca
$a < 0$	funkcja malejąca
$a = 0$	funkcja stała

$$\underbrace{1-2m^2}_{a}=0$$

$$-2m^2=-1 \qquad |:(-2)$$

$$m^2=\frac{1}{2}$$

$m=\sqrt{\frac{1}{2}}$ lub $m=-\sqrt{\frac{1}{2}}$ (równanie kwadratowe $m^2=\frac{1}{2}$ ma dwa rozwiązania)

$\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$, usuwając niewymierność z mianownika otrzymujemy $\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{2}}$.

Odp. **B**

8.110.

Aby funkcja liniowa $g(x) = (\mathbf{4a + 7})\boldsymbol{x} + 2a + 1$ była stała, to współczynnik kierunkowy prostej będącej jej wykresem musi być równy 0.

$y = ax + b$	
$a > 0$	funkcja rosnąca
$a < 0$	funkcja malejąca
$a = 0$	funkcja stała

$4a + 7 = 0$

$4a = -7 \quad |:4$

$a = \frac{-7}{4} = -\mathbf{1\frac{3}{4}}$

Odp. **D**

8.111.

Rozwiązanie I:

Z danych równań obu prostych odczytujemy

$a_1 = \frac{m-1}{2}$, $a_2 = -2$.

Korzystamy z **warunku prostopadłości** prostych, czyli $a_1 \cdot a_2 = -1$. Zatem:

Proste o równaniach kierunkowych $y_1 = a_1 x + b_1$ oraz $y_2 = a_2 x + b_2$ są prostopadłe, gdy $a_1 \cdot a_2 = -1$

$$\frac{m-1}{2} \cdot (-2) = -1$$

$$-(m-1) = -1$$

$$-m + 1 = -1$$

$$-m = -1 - 1$$

$$-m = -2 \quad |:(-1)$$

$$m = \mathbf{2}$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Podstawiamy do wzorów proponowane w odpowiedziach wartości ***m***, a potem dopiero oceniamy, czy spełniony jest warunek $a_1 \cdot a_2 = -1$.

A. $m = -7$

$y = \frac{\mathbf{-7}-1}{2}x + 3, \qquad y = -2x + \frac{3}{4} \cdot (\mathbf{-7})$

$y = \frac{-8}{2}x + 3, \qquad y = -2x + \frac{3}{4} \cdot (-7)$

$y = \mathbf{-4}x + 3, \qquad y = \mathbf{-2}x + \frac{3}{4} \cdot (-7)$

$a_1 = \mathbf{-4}$, $a_2 = \mathbf{-2}$, więc $a_1 \cdot a_2 \neq -1$

B. $m = 5$

$y = \frac{\mathbf{5}-1}{2}x + 3, \qquad y = -2x + \frac{3}{4} \cdot \mathbf{5}$

$y = \frac{4}{2}x + 3, \qquad y = -2x + \frac{3}{4} \cdot \mathbf{5}$

$y = \mathbf{2}x + 3, \qquad y = -2x + \frac{3}{4} \cdot 5$

$a_1 = \mathbf{2}$, $a_2 = \mathbf{-2}$, więc $a_1 \cdot a_2 \neq -1$

C. $m = -2$

$y = \frac{\mathbf{-2}-1}{2}x + 3, \qquad y = -2x + \frac{3}{4} \cdot (\mathbf{-2})$

$y = -\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}x + 3, \qquad y = \mathbf{-2}x + \frac{3}{4} \cdot (-2)$

$a_1 = -\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$, $a_2 = \mathbf{-2}$, więc $a_1 \cdot a_2 \neq -1$

D. $m = 2$

$y = \frac{\mathbf{2}-1}{2}x + 3, \qquad y = -2x + \frac{3}{4} \cdot \mathbf{2}$

$y = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}x + 3, \qquad y = \mathbf{-2}x + \frac{3}{4} \cdot 2$

$a_1 = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$, $a_2 = \mathbf{-2}$, więc

$a_1 \cdot a_2 = \frac{1}{2} \cdot (-2) = \mathbf{-1}$

Warunek $a_1 \cdot a_2 = -1$ spełniony jest tylko dla ***m* = 2**. Odp. **D** jest poprawna.

8.112.

Rozwiązanie I:

Z danych równań obu prostych odczytujemy

$a_1 = m-2,\ a_2 = \frac{1}{m-1}$.

Korzystamy z **warunku prostopadłości** prostych, czyli ze wzoru $a_1 \cdot a_2 = -1$. Zatem:

Proste o równaniach kierunkowych $y_1 = a_1 x + b_1$ oraz $y_2 = a_2 x + b_2$ są prostopadłe, gdy $a_1 \cdot a_2 = -1$

$(m-2)\cdot\frac{1}{m-1} = -1$

$\frac{m-2}{m-1} = -1 \qquad |\cdot(m-1)$

$(m-1)\cdot\frac{m-2}{m-1} = (m-1)\cdot(-1)$

$m-2 = -m+1$

$m+m = 1+2$

$2m = 3 \qquad |:2$

$m = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Korzystamy z przybliżenia $\frac{2}{3} \approx \mathbf{0{,}67}$ oraz z tego, że $\frac{3}{2} = \mathbf{1{,}5}$. Z danych w zadaniu równań odczytujemy, że $a_1 = m-2,\ a_2 = \frac{1}{m-1}$.

Podstawiamy wartości ***m*** (w przypadku $\frac{2}{3}$ oraz $-\frac{2}{3}$ przybliżone wartości ***m***) do wzorów na a_1 i a_2, potem oceniamy czy zachodzi równość $a_1 \cdot a_2 = -1$.

A. $\boldsymbol{m = -1{,}5}$

$a_1 = \mathbf{-1{,}5} - 2,\ a_2 = \frac{1}{\mathbf{-1{,}5} - 1}$

$a_1 = -3{,}5, \qquad a_2 = \frac{1}{-2{,}5}$

$a_1 = -3{,}5, \qquad a_2 = -0{,}4$

$a_1 \cdot a_2 = -3{,}5\cdot(-0{,}4) = \mathbf{1{,}4} \neq -1$

B. $\boldsymbol{m = -0{,}67}$

$a_1 = \mathbf{-0{,}67} - 2,\ a_2 = \frac{1}{\mathbf{-0{,}67} - 1}$

$a_1 = -2{,}67, \qquad a_2 = \frac{1}{-1{,}67}$

$a_1 = -2{,}67, \qquad a_2 \approx -0{,}5988$

$a_1 \cdot a_2 = -2{,}67\cdot(-0{,}5988) \approx \mathbf{1{,}6} \neq -1$

C. $\boldsymbol{m}$ **= 0,67**

$a_1 = \mathbf{0{,}67} - 2, \;\; a_2 = \dfrac{1}{\mathbf{0{,}67} - 1}$

$a_1 = -1{,}33, \qquad a_2 = \dfrac{1}{-0{,}33}$

$a_1 = -1{,}33, \qquad a_2 \approx -3{,}03$

$a_1 \cdot a_2 = -1{,}33 \cdot (-3{,}03) \approx \mathbf{4{,}03} \neq -1$

D. $\boldsymbol{m}$ **= 1,5**

$a_1 = \mathbf{1{,}5} - 2, \;\; a_2 = \dfrac{1}{\mathbf{1{,}5} - 1}$

$a_1 = -0{,}5, \qquad a_2 = \dfrac{1}{0{,}5}$

$a_1 = -0{,}5, \qquad a_2 = 2$

$a_1 \cdot a_2 = -0{,}5 \cdot 2 = \mathbf{-1}$

Z powyższych obliczeń wynika, że dla $\boldsymbol{m}$ **= 1,5** (odp. **D**) spełniony jest warunek $a_1 \cdot a_2 = -1$. Oznacza to, że odp. **D** jest prawidłowa.

8.113.

Z danych równań obu prostych odczytujemy

$a_1 = 9,\ a_2 = \frac{m}{m-1}$.

Korzystamy z **warunku prostopadłości** prostych, czyli ze wzoru $a_1 \cdot a_2 = -1$. Zatem:

$$9 \cdot \frac{m}{m-1} = -1$$

$$\frac{9m}{m-1} = -1 \qquad |\cdot(m-1)$$

$$(m-1)\cdot\frac{9m}{m-1} = (m-1)\cdot(-1)$$

$$9m = -m + 1$$

$$9m + m = 1$$

$$10m = 1 \qquad |:10$$

$$m = \mathbf{\frac{1}{10}}$$

Odp. **D**

Proste o równaniach kierunkowych $y_1 = a_1 x + b_1$ oraz $y_2 = a_2 x + b_2$ są prostopadłe, gdy $a_1 \cdot a_2 = -1$

8.114.

Z danych równań obu prostych odczytujemy

$a_1 = m^2$, $a_2 = -8m$.

Korzystamy z **warunku prostopadłości** prostych, czyli ze wzoru $a_1 \cdot a_2 = -1$. Zatem:

$m^2 \cdot (-8m) = -1$

$-8m^3 = -1 \qquad |:(-8)$

$m^3 = \frac{1}{8}$

$m = \mathbf{\frac{1}{2}}$

Odp. **C**

Proste o równaniach kierunkowych $y_1 = \boldsymbol{a_1}x + b_1$ oraz $y_2 = \boldsymbol{a_2}x + b_2$ są prostopadłe, gdy $\boldsymbol{a_1 \cdot a_2 = -1}$

8.115.

Z danych równań obu prostych odczytujemy

$a_1 = 2m - 1,\ a_2 = \frac{3}{m}$.

Korzystamy z **warunku prostopadłości** prostych, czyli ze wzoru $a_1 \cdot a_2 = -1$. Zatem:

$(2m-1) \cdot \frac{3}{m} = -1$

$\frac{6m-3}{m} = -1 \qquad | \cdot m$

$m \cdot \frac{6m-3}{m} = m \cdot (-1)$

$6m - 3 = -m$

$6m + m = 3$

$7m = 3 \qquad |:7$

$m = \mathbf{\frac{3}{7}}$

Odp. **A**

Proste o równaniach kierunkowych $y_1 = a_1 x + b_1$ oraz $y_2 = a_2 x + b_2$ są prostopadłe, gdy $a_1 \cdot a_2 = -1$

8.116.

Rozwiązanie I:

Współczynniki kierunkowe prostych $y = (\boldsymbol{k+3})x + k$ oraz $y = (\mathbf{11}-\mathbf{3}\boldsymbol{k})x + 5$ muszą być równe, aby proste były równoległe.

Proste o równaniach kierunkowych $y_1 = a_1x + b_1$ oraz $y_2 = a_2x + b_2$ są równoległe, gdy $a_1 = a_2$

Należy rozwiązać równanie $\boldsymbol{k+3 = 11-3k}$.

$$k + 3 = 11 - 3k$$
$$k + 3k = 11 - 3$$
$$4k = 8 \quad |:4$$
$$k = \mathbf{2}$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Każdą z wartości $\boldsymbol{k}$, proponowanych w odpowiedziach, wstawiamy do obu równań:

A. $\boldsymbol{k = -4}$

$y = (\mathbf{-4}+3)x+(\mathbf{-4})$ oraz $y = (11-3\cdot(\mathbf{-4}))x+5$

$y = -1x - 4$ oraz $y = (11+12)x + 5$

$y = \mathbf{-1}x - 4$ oraz $y = \mathbf{23}x + 5$

proste **nie są** równoległe

B. $\boldsymbol{k = 4}$

$y = (\mathbf{4}+3)x+\mathbf{4}$ oraz $y = (11-3\cdot\mathbf{4})x+5$

$y = 7x + 4$ oraz $y = (11-12)x + 5$

$y = \mathbf{7}x + 4$ oraz $y = \mathbf{-1}x + 5$

proste **nie są** równoległe

C. $\boldsymbol{k = 5}$

$y = (\mathbf{5}+3)x+\mathbf{5}$ oraz $y = (11-3\cdot\mathbf{5})x+5$

$y = 8x + 5$ oraz $y = (11-15)x + 5$

$y = \mathbf{8}x + 5$ oraz $y = \mathbf{-4}x + 5$

proste **nie są** równoległe

D. $\boldsymbol{k = 2}$

$y = (\mathbf{2}+3)x+\mathbf{2}$ oraz $y = (11-3\cdot\mathbf{2})x+5$

$y = 5x + 2$ oraz $y = (11-6)x + 5$

$y = \mathbf{5}x + 2$ oraz $y = \mathbf{5}x + 5$

proste **są** równoległe (mają te same współczynniki kierunkowe)

Okazało się, że dla $\boldsymbol{k = 2}$ proste są równoległe. Odp. **D** jest poprawna.

8.117.

Rozwiązanie I:

Współczynniki kierunkowe prostych $y = (\boldsymbol{m+2})x + 2$ oraz $y = (\boldsymbol{14-3m})x + m$ muszą być równe, aby proste były równoległe.

Proste o równaniach kierunkowych $y_1 = a_1x + b_1$ oraz $y_2 = a_2x + b_2$ są równoległe, gdy $a_1 = a_2$

Należy rozwiązać równanie $\boldsymbol{m + 2 = 14 - 3m}$.

$$m + 2 = 14 - 3m$$
$$m + 3m = 14 - 2$$
$$4m = 12 \qquad |:4$$
$$m = \mathbf{3}$$

Odp. **C**

Rozwiązanie II:

Każdą z wartości ***m***, proponowanych w odpowiedziach, wstawiamy do obu równań:

A. $\boldsymbol{m = -2}$

$y = (\mathbf{-2}+2)x+2$ oraz $y = (14 - 3\cdot(\mathbf{-2}))x+(\mathbf{-2})$

$y = \mathbf{0}x + 2$ oraz $y = (14+6)x - 2$

$y = \mathbf{0}x + 2$ oraz $y = \mathbf{20}x - 2$

proste nie są równoległe

B. $\boldsymbol{m = 2}$

$y = (\mathbf{2}+2)x+2$ oraz $y = (14 - 3\cdot\mathbf{2})x+\mathbf{2}y = \mathbf{4}x + 2$ oraz $y = (14-6)x + 2$

$y = \mathbf{4}x + 2$ oraz $y = \mathbf{8}x + 2$

proste nie są równoległe

C. $\boldsymbol{m = 3}$

$y = (\mathbf{3}+2)x+2$ oraz $y = (14 - 3\cdot\mathbf{3})x+\mathbf{3}$

$y = \mathbf{5}x + 2$ oraz $y = (14-9)x + 3$

$y = \mathbf{5}x + 2$ oraz $y = \mathbf{5}x + 3$

proste **są równoległe**

D. $\boldsymbol{m = -3}$

$y = (\mathbf{-3}+2)x+2$ oraz $y = (14 - 3\cdot(\mathbf{-3}))x+(\mathbf{-3})$

$y = \mathbf{-1}x + 2$ oraz $y = (14+9)x - 3$

$y = \mathbf{-1}x + 2$ oraz $y = \mathbf{23}x - 3$

proste nie są równoległe

Jedynie dla $\boldsymbol{m = 3}$ mamy proste o jednakowych współczynnikach kierunkowych. Odp. **C** jest poprawna.

8.118.

Zaczynamy od założenia $m+1\neq 0$, czyli $m\neq -1$, ze względu na uniknięcie dzielenia przez zero.

Współczynniki kierunkowe prostych to $a_1=\frac{9}{m+1}$, $a_2=4m-1$. Korzystamy z $a_1=a_2$.

Proste o równaniach kierunkowych $y_1=\mathbf{a_1}x+b_1$ oraz $y_2=\mathbf{a_2}x+b_2$ są równoległe, gdy $\mathbf{a_1}=\mathbf{a_2}$

$$\frac{9}{m+1}=4m-1 \qquad |\cdot(m+1)$$

$$(m+1)\cdot\frac{9}{m+1}=(m+1)\cdot(4m-1)$$

$$9=4m^2-m+4m-1$$

$$-4m^2+m-4m+1+9=0$$

$$-4m^2-3m+10=0$$

$$a=-4,\quad b=-3,\quad c=10,\qquad -b=3$$

$$\Delta=(-3)^2-4\cdot(-4)\cdot 10=9+160=169$$

$$\sqrt{\Delta}=13$$

$$m_1=\frac{3-13}{2\cdot(-4)}=\frac{-10}{-8}=\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}},\quad m_2=\frac{3+13}{2\cdot(-4)}=\frac{16}{-8}=\mathbf{-2}$$

Obie liczby: zarówno $m=\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}}$ oraz $m=\mathbf{-2}$, **spełniają założenie** $m\neq -1$.

Oznacza to, że istnieją **dwie liczby** rzeczywiste *m*, dla których proste są równoległe.

Odp. **C**

8.119.

Proste o równaniach kierunkowych
$y_1 = a_1 x + b_1$ oraz $y_2 = a_2 x + b_2$
są równoległe, gdy $a_1 = a_2$

Równoległość prostych sprawia, że współczynniki kierunkowe prostych
$y = (\boldsymbol{m+1})x + m$ oraz $y = (\boldsymbol{6-2m})x + 3$ są równe.

Należy rozwiązać równanie $\boldsymbol{m + 1 = 6 - 2m}$.

$$m + 1 = 6 - 2m$$
$$m + 2m = 6 - 1$$
$$3m = 5 \qquad |:3$$
$$m = \frac{5}{3}$$

Obliczamy współczynnik kierunkowy prostej l_1, czyli $\boldsymbol{m + 1}$.

$$m + 1 = \frac{5}{3} + 1 = \frac{5}{3} + \frac{3}{3} = \boldsymbol{\frac{8}{3}}.$$

Odp. **C**

8.120.

Współczynniki kierunkowe obu prostych
$y = (\mathbf{4 - m})x + 2$ oraz $y = \mathbf{m}x + m^2$
muszą być równe, aby proste były równoległe.

Proste o równaniach kierunkowych
$y_1 = a_1 x + b_1$ oraz $y_2 = a_2 x + b_2$
są równoległe, gdy $a_1 = a_2$

Należy rozwiązać równanie $\mathbf{4 - m = m}$.

$$4 - m = m$$
$$-m - m = -4$$
$$-2m = -4 \qquad |:(-2)$$
$$m = \mathbf{2}$$

Odp. **C**