

9.1.

Kojarząc wzór $y = 4 - x^2$, czyli $y = 4 - 1x^2$ z **postacią ogólną**, tzn. $y = ax^2 + bx + c$, otrzymujemy $y = -1x^2 + 0x + 4$, zatem $a = -1$, $b = 0$, $c = 4$.

Korzystamy ze wzoru $p = \frac{-b}{2a}$. Zatem $p = \frac{-0}{2 \cdot (-1)} = 0$.

Odp. **A**

9.2.

Kojarząc wzór z **postacią ogólną** $y = ax^2 + bx + c$, otrzymujemy $y = -5x^2 + 8x - 4$, zatem $a = -5$, $b = 8$, $c = -4$ oraz $-b = -8$.

Korzystamy ze wzoru $p = \frac{-b}{2a}$. Zatem $p = \frac{-8}{2 \cdot (-5)} = \frac{-8}{-10} = \frac{4}{5}$.

Odp. C

9.3

Kojarząc wzór z **postacią ogólną** $y = ax^2 + bx + c$, otrzymujemy $y = -6x^2 - 0,5x + 0$, zatem $a = -6$, $b = -0,5$, $c = 0$ oraz $-b = 0,5$.

Korzystamy ze wzoru $p = \frac{-b}{2a}$. Zatem $p = \frac{0,5}{2 \cdot (-6)} = \frac{0,5}{-12} = -0,04166666\dots$

Sprawdzamy wyniki w odpowiedziach:

A. $-\frac{1}{6} = -0,166666\dots$

B. $\frac{1}{6} = 0,166666\dots$

C. $-\frac{1}{24} = -0,04166666\dots$

D. $\frac{5}{12} = 0,41666666\dots$

Odp. C

9.4.

Kojarząc wzór z **postacią ogólną** $y = ax^2 + bx + c$, otrzymujemy $y = 7x^2 + 1x + 1$, zatem $a = 7$, $b = 1$, $c = 1$ oraz $-b = -1$.

Korzystamy ze wzoru $p = \frac{-b}{2a}$. Zatem $p = \frac{-1}{2 \cdot 7} = -\frac{1}{14}$.

Odp. **A**

9.5.

Kojarząc wzór z **postacią ogólną** $y = ax^2 + bx + c$, otrzymujemy $y = -3x^2 + 6x + 0$, zatem $a = -3$, $b = 6$, $c = 0$ oraz $-b = -6$.

Korzystamy ze wzoru $p = \frac{-b}{2a}$. Zatem $p = \frac{-6}{2 \cdot (-3)} = \frac{-6}{-6} = 1$.

Odp. A

9.6.

Kojarzymy wzór z **postacią kanoniczną** $y = a(x-p)^2 + q$, odczytujemy wartość p .

Aby wyznaczyć wartość p z postaci **kanonicznej**, trzeba:

- 1) przyrównać **zawartość nawiasu** $(\dots)^2$ do zera
- 2) rozwiązać równanie
- 3) rozwiązanie równania 2) uznać za p .

Dla funkcji $g(x) = (x + 6)^2 + 5$ wykonujemy kolejne kroki:

- 1) $x + 6 = 0$
- 2) $x = -6$
- 3) $p = -6$

Odp. **B**

9.7.

Kojarzymy wzór z **postacią kanoniczną** $y = a(x-p)^2 + q$, odczytujemy wartość p .

Aby wyznaczyć wartość p z postaci **kanonicznej**, trzeba:

- 1) przyrównać **zawartość nawiasu** $(\dots)^2$ do zera
- 2) rozwiązać równanie
- 3) rozwiązanie równania 2) uznać za p .

Dla funkcji $y = -2(x-1)^2 + 3$ wykonujemy kolejne kroki:

- 1) $x-1=0$
- 2) $x=1$
- 3) $p=1$

Odp. A

9.8.

Kojarzymy wzór z **postacią kanoniczną** $y = a(x-p)^2 + q$, odczytujemy wartość p .

Aby wyznaczyć wartość p z postaci **kanonicznej**, trzeba:

- 1) przyrównać **zawartość nawiasu** $(\dots)^2$ do zera
- 2) rozwiązać równanie
- 3) rozwiązanie równania 2) uznać za p .

Dla funkcji $g(x) = (x + 9)^2$ wykonujemy kolejne kroki:

- 1) $x + 9 = 0$
- 2) $x = -9$
- 3) $p = -9$

Odp. C

9.9.

Kojarzymy wzór z **postacią kanoniczną** $y = a(x-p)^2 + q$, odczytujemy wartość p .

Aby wyznaczyć wartość p z postaci **kanonicznej**, trzeba:

- 1) przyrównać **zawartość nawiasu** $(\dots)^2$ do zera
- 2) rozwiązać równanie
- 3) rozwiązanie równania 2) uznać za p .

Dla funkcji $y = -8(x-4)^2 - 1$ wykonujemy kolejne kroki:

- 1) $x - 4 = 0$
- 2) $x = 4$
- 3) $p = 4$

Szukając odwrotności liczby **4**, myślimy o tej **4-ce** jak o $\frac{4}{1}$.

Odwrotnością $\frac{4}{1}$ jest $\frac{1}{4}$, czyli (w postaci dziesiętnej) jest to $\frac{1}{4} = 0,25$.

Odp. C

9.10.

Kojarzymy wzór z **postacią kanoniczną** $y = a(x-p)^2 + q$, odczytujemy wartość p .

Aby wyznaczyć wartość p z postaci **kanonicznej**, trzeba:

- 1) przyrównać **zawartość nawiasu** $(\dots)^2$ do zera
- 2) rozwiązać równanie
- 3) rozwiązanie równania 2) uznać za p .

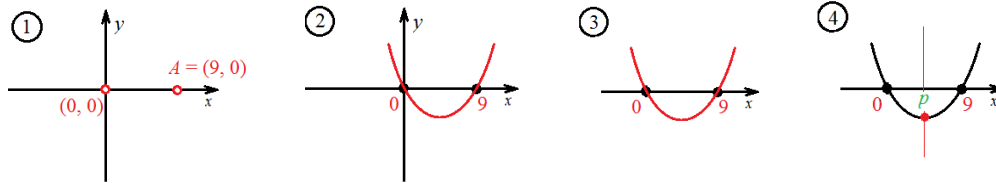
Dla funkcji $y = \frac{2}{3}(x-2)^2 - 3$ wykonujemy kolejne kroki:

- 1) $x - 2 = 0$
- 2) $x = 2$
- 3) $p = 2$

Odp. **B**

9.11.

Początek układu współrzędnych to punkt $(0, 0)$ – zaznaczamy go, wraz z punktem $A = (9, 0)$ w układzie współrzędnych (rys. 1). Rysujemy parabolę przechodzącą przez wyznaczone wcześniej punkty (rys. 2). Dla ułatwienia zrozumienia sytuacji, widzimy tylko oś x (rys. 3).



Analizując rys. 3 stwierdzamy, że miejscami zerowymi tej funkcji są: $x_1 = 0$, $x_2 = 9$.

Korzystamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$, wynikającego z rys. 4. Zatem $p = \frac{0 + 9}{2} = \frac{9}{2}$.

Odp. C

9.12.

Mamy w zadaniu **postać iloczynową** funkcji kwadratowej. Do policzenia jest wartość ***p***.

Wyznaczamy miejsca zerowe tej funkcji, przyrównując **osobno każdy z nawiasów do zera**:

$$2x - 3 = 0$$

$$4 - x = 0$$

$$2x = 3 \quad |:2$$

$$-x = -4 \quad |:(-1)$$

$$x_1 = \mathbf{1,5}$$

$$x_2 = \mathbf{4}$$

Korzystamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$, zatem $p = \frac{1,5 + 4}{2} = \frac{5,5}{2} = \mathbf{2,75}$.

W odpowiedziach wynik **2,75** jest ukryty pod postacią $\frac{11}{4}$, bo $\frac{11}{4} = 2,75$.

Odp. **D**

9.13.

Korzystamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$. Zatem $p = \frac{4 + (-3)}{2} = \frac{4 - 3}{2} = \frac{1}{2}$.

Odp. A

9.14.

Korzystamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$, gdzie x_1 i x_2 to miejsca zerowe funkcji $y = (x - 3)(x - 5)$.

Wyznaczamy je, przyrównując **osobno każdy z nawiasów do zera**:

$$x - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = \mathbf{3}$$

$$x - 5 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = \mathbf{5}.$$

$$\text{Zatem } p = \frac{3 + 5}{2} = \mathbf{4}.$$

Odp. **C**

9.15.

Z treści zadania wynika, że miejsca zerowe tej funkcji to $x_1 = -4$, $x_2 = 7$.

Korzystamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$. Zatem $p = \frac{-4 + 7}{2} = \frac{3}{2}$.

Odp. C

9.16.

O funkcji $y = -x^2 + x$ myślimy jak o funkcji $y = -1x^2 + 1x + 0$.

Zatem $a = -1$ (czyli $a < 0$), $b = 1$, $c = 0$.

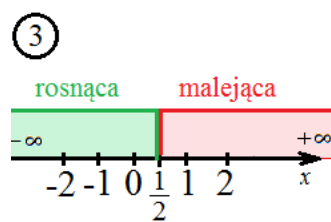
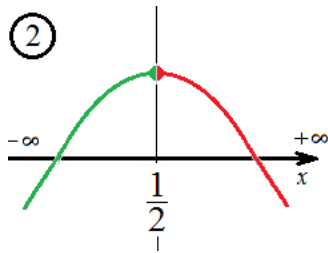
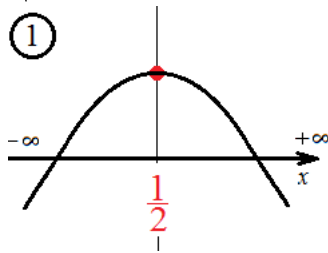
Obliczamy $p = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2 \cdot (-1)} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$.

Uwzględniając $p = \frac{1}{2}$ oraz **ujemne** $a < 0$, rysujemy wykres

funkcji (rys. 1). Z rys. 2 odczytujemy, że funkcja $y = -x^2 + x$

jest **rosnąca** w przedziale $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ oraz **malejąca** w przedziale

$\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$.



W szczególności, funkcja w przedziale $\langle 1, 2 \rangle$ jest **malejąca** (rys. 3).

Odp. **D**

$y = ax^2 + bx + c$	
$a > 0$	
$a < 0$	

9.17.

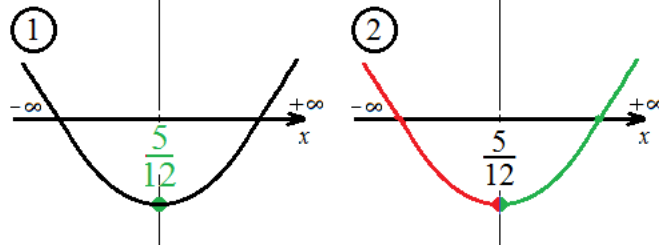
O funkcji $g(x) = 6x^2 - 5x - 1$ myślimy jak o funkcji

$y = 6x^2 - 5x - 1$, więc $a = 6$ (czyli $a > 0$), $b = -5$, $c = -1$ oraz $-b = 5$.

Obliczamy $p = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{2 \cdot 6} = \frac{5}{12}$.

Uwzględniając $p = \frac{5}{12}$ oraz **dotądnie** $a > 0$, rysujemy wykres

funkcji g (rys. 1).



$y = ax^2 + bx + c$	
$a > 0$	
$a < 0$	

Z rys. 2 odczytujemy, że funkcja g jest **malejąca** w przedziale $\left(-\infty, \frac{5}{12}\right)$.

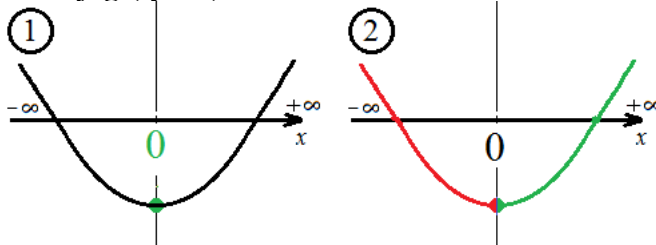
Odp. B

9.18.

O funkcji $g(x) = x^2 - 9$ myślimy jak o funkcji $y = 1x^2 + 0x - 9$, więc $a = 1$ (czyli $a > 0$), $b = 0$, $c = -9$.



Obliczamy $p = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{2 \cdot 1} = 0$.

Uwzględniając $p = 0$ oraz **dobrze** $a > 0$, rysujemy wykres funkcji g (rys. 1).



Z rys. 2 odczytujemy, że funkcja g jest **malejąca** w przedziale $(-\infty, 0)$.

Odp. **D**

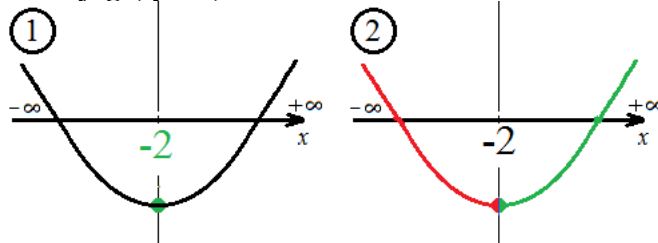
$y = ax^2 + bx + c$	
$a > 0$	
$a < 0$	

9.19.

O funkcji $f(x) = 3x^2 + 12x - 48$ myślimy jak o funkcji $y = 3x^2 + 12x - 48$, więc $a = 3$ (czyli $a > 0$), $b = 12$, $c = -48$.

Obliczamy $p = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2 \cdot 3} = \frac{-12}{6} = -2$.

Uwzględniając $p = -2$ oraz dodatnie $a > 0$, rysujemy wykres funkcji g (rys. 1).



Z rys. 2 odczytujemy, że funkcja g jest **rosnąca** w przedziale $\langle -2, +\infty \rangle$.

Odp. A

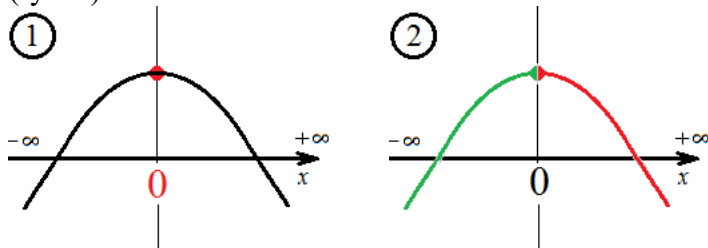
$y = ax^2 + bx + c$	
$a > 0$	
$a < 0$	

9.20.

O funkcji $g(x) = -5x^2 - 20$ myślimy jak o funkcji $y = -5x^2 + 0x - 20$.
Zatem $a = -5$ (czyli $a < 0$), $b = 0$, $c = -20$.

Obliczamy $p = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{2 \cdot (-5)} = 0$.

Uwzględniając $p = 0$ oraz ujemne $a < 0$, rysujemy wykres funkcji g (rys. 1).



Z rys. 2 odczytujemy, że funkcja $g(x) = -5x^2 - 20$ jest **rosnąca** w przedziale $(-\infty, 0)$.

Odp. D

$y = ax^2 + bx + c$	
$a > 0$	
$a < 0$	

9.21.

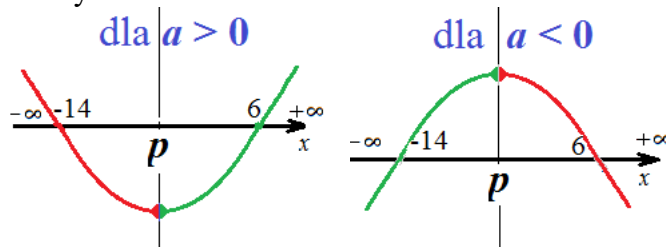
Mamy tutaj **postać iloczynową** funkcji kwadratowej.

Wyznaczamy jej **miejsca zerowe**:

$$x - 6 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 6$$

$$x + 14 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = -14$$

Nie znamy **wartości a** , więc przy obliczonych $x_1 = 6$, $x_2 = -14$ mamy dwie ewentualności:



$y = a(x - x_1)(x - x_2)$	
$a > 0$	
$a < 0$	

Widzimy, że tylko **w drugim przypadku**, tzn. **dla $a < 0$** funkcja jest (zgodnie z treścią zadania) rosnąca w przedziale $(-\infty, p)$ i malejąca w przedziale $(p, +\infty)$.

Wykluczamy odpowiedzi **B** i **D**, w których mamy $a > 0$.

Znając miejsca zerowe, wartość p wyliczymy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

$$\text{Zatem } p = \frac{6 + (-14)}{2} = \frac{6 - 14}{2} = \frac{-8}{2} = -4.$$

Odp. **A**



9.22.

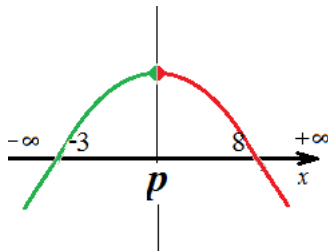
Wzór $g(x) = -4(x + 3)(x - 8)$ kojarzymy z postacią iloczynową $y = a(x - x_1)(x - x_2)$. Zatem $a = -4$ (czyli $a < 0$).

Wyznaczamy **miejsca zerowe**:

$$x + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = -3$$

$$x - 8 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = 8$$

$y = a(x - x_1)(x - x_2)$	
$a > 0$	
$a < 0$	



Uwzględniając $a < 0$ oraz $x_1 = -3$, $x_2 = 8$, rysujemy schematyczny **wykres** funkcji g :

Z wykresu widać, że funkcja jest **rosnąca** w przedziale $(-\infty, p)$.

Wartość p wyliczamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

$$\text{Zatem } p = \frac{-3 + 8}{2} = \frac{5}{2}.$$

Odp. A



9.23.

Wzór $f(x) = 5(x - 7)(x + 3)$ kojarzymy z postacią iloczynową $y = a(x - x_1)(x - x_2)$. Zatem $a = 5$ (czyli $a > 0$).

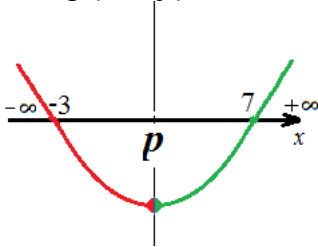
Wyznaczamy **miejsca zerowe**:

$$x - 7 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 7$$

$$x + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = -3$$

$y = a(x - x_1)(x - x_2)$	
$a > 0$	
$a < 0$	

Uwzględniając $a > 0$ oraz $x_1 = 7$, $x_2 = -3$, rysujemy schematyczny **wykres** funkcji f :



Z wykresu wnioskujemy, że funkcja jest **rosnąca** w przedziale $\langle p; +\infty \rangle$.

Wartość p wyliczamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$, zatem $p = \frac{-3 + 7}{2} = \frac{4}{2} = 2$.

Odp. C



9.24.

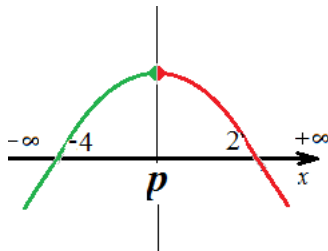
Wzór $f(x) = -(x+4)(x-2)$ kojarzymy z postacią iloczynową $y = a(x-x_1)(x-x_2)$. Zatem $a = -1$ (czyli $a < 0$).

Wyznaczamy **miejsca zerowe**:

$$x + 4 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = -4$$

$$x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = 2$$

$y = a(x-x_1)(x-x_2)$	
$a > 0$	
$a < 0$	



Uwzględniając $a < 0$ oraz $x_1 = -4$, $x_2 = 2$, rysujemy schematyczny **wykres** funkcji f :

Z wykresu widać, że funkcja jest **rosnąca** w przedziale $(-\infty; p)$.



Wartość p wyliczamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

$$\text{Zatem } p = \frac{-4 + 2}{2} = \frac{-2}{2} = -1.$$

Odp. A

9.25.

Wzór $f(x) = \sqrt{2}(x-9)(x-7)$ kojarzymy z postacią iloczynową $y = a(x-x_1)(x-x_2)$. Zatem $a = \sqrt{2}$ (czyli $a > 0$).

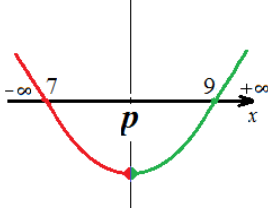
$y = a(x-x_1)(x-x_2)$	
$a > 0$	
$a < 0$	

Wyznaczamy **miejsca zerowe**:

$$x - 9 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 9$$

$$x - 7 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = 7$$

Uwzględniając $a > 0$ oraz $x_1 = 9$, $x_2 = 7$, rysujemy schematyczny **wykres** funkcji f :



Z wykresu wnioskujemy, że funkcja jest **malejąca** w przedziale $(-\infty; p)$.

Wartość p wyliczamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$, zatem $p = \frac{7+9}{2} = 8$.

Odp. **B**

9.26.

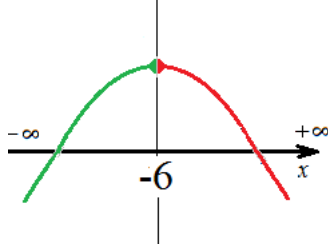
Wzór $g(x) = -(x + 6)^2 + 2$, czyli $g(x) = -1(x + 6)^2 + 2$
kojarzymy z **postacią kanoniczną** $y = a(x - p)^2 + q$.
Zatem $a = -1$ (czyli $a < 0$).

Wyznaczamy wartość p .

W tym celu przyrównujemy **zawartość nawiasu** do zera:



$$x + 6 = 0 \quad \rightarrow \quad x = -6 \quad \rightarrow \quad p = -6$$

Uwzględniając $a < 0$ oraz $p = -6$, rysujemy schematyczny wykres funkcji g :



Z wykresu wnioskujemy, że funkcja jest **rosnąca** w przedziale $(-\infty; -6)$.

Odp. C

$y = a(x - p)^2 + q$	
$a > 0$	
$a < 0$	

9.27.

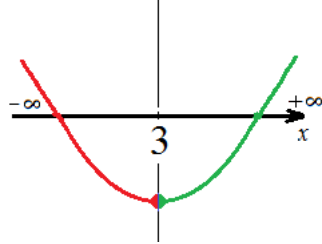
Wzór $f(x) = (x - 3)^2 - 7$, czyli $f(x) = 1(x - 3)^2 - 7$
kojarzymy z **postacią kanoniczną** $y = a(x - p)^2 + q$.
Zatem $a = 1$ (czyli $a > 0$).

Wyznaczamy wartość p .

W tym celu przyrównujemy **zawartość nawiasu** do zera:

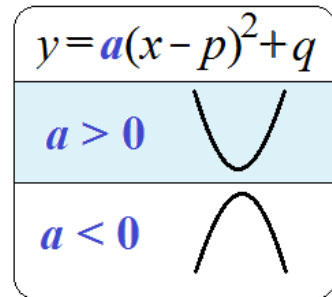
$$x - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 3 \quad \rightarrow \quad p = 3$$

Uwzględniając $a > 0$ oraz $p = 3$, rysujemy schematyczny wykres funkcji f :



Z wykresu wnioskujemy, że funkcja jest **malejąca** w przedziale $(-\infty; 3)$.

Odp. **B**



9.28.

Wzór $y = -2(x - 8)^2 - 9$ kojarzymy z **postacią kanoniczną**

$$y = a(x - p)^2 + q.$$

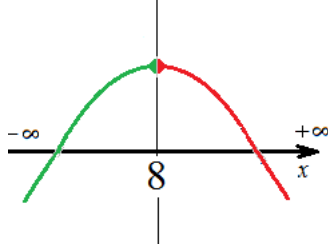
Zatem $a = -2$ (czyli $a < 0$).

Wyznaczamy wartość p .

W tym celu przyrównujemy **zawartość nawiasu** do zera:

$$x - 8 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 8 \quad \rightarrow \quad p = 8$$

Uwzględniając $a < 0$ oraz $p = 8$, rysujemy schematyczny wykres funkcji g :



Z wykresu wnioskujemy, że funkcja jest **malejąca** w przedziale $(8, +\infty)$.

Odp. **D**

$y = a(x - p)^2 + q$	
$a > 0$	
$a < 0$	

9.29.

Wzór $f(x) = 5(x - 55)^2 + 555$



kojarzymy z **postacią kanoniczną** $y = a(x - p)^2 + q$.

Zatem $a = 5$ (czyli $a > 0$).

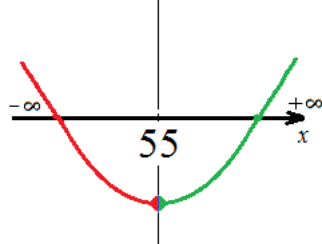
Wyznaczamy wartość p .

W tym celu przyrównujemy **zawartość nawiasu** do zera:

$$x - 55 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 55 \quad \rightarrow \quad p = 55$$

$y = a(x - p)^2 + q$	
$a > 0$	
$a < 0$	

Uwzględniając $a > 0$ oraz $p = 55$, rysujemy schematyczny **wykres** funkcji f :



Z wykresu wnioskujemy, że funkcja jest **rosnąca** w przedziale $\langle 55; +\infty \rangle$.

Odp. C



9.30.

Wzór $y = -2018(x + 2019)^2 - 2020$ kojarzymy z postacią kanoniczną $y = a(x - p)^2 + q$.
Zatem $a = -2018$ (czyli $a < 0$).

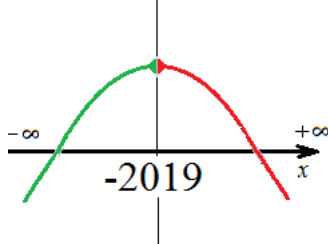
Wyznaczamy wartość p .

W tym celu przyrównujemy zawartość nawiasu do zera:

$$x + 2019 = 0 \rightarrow x = -2019 \rightarrow p = -2019$$

$y = a(x - p)^2 + q$	
$a > 0$	
$a < 0$	

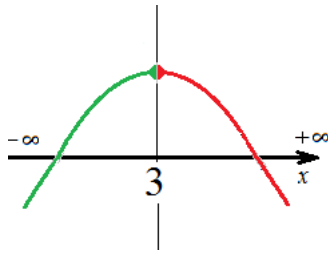
Uwzględniając $a < 0$ oraz $p = -2019$, rysujemy schematyczny wykres funkcji f :



Z wykresu wnioskujemy, że funkcja jest **rosnąca** w przedziale $(-\infty, -2019)$.

Odp. C

9.31.



Na podstawie podanych przedziałów, w których funkcja jest rosnąca i malejąca, możemy wywnioskować że $p = 3$.

Wzór $f(x) = -x^2 + bx + 1$, czyli $f(x) = -1x^2 + bx + 1$ kojarzymy z postacią ogólną $y = ax^2 + bx + c$, więc $a = -1$

Do wzoru $p = \frac{-b}{2a}$ wstawiamy $p = 3$ oraz $a = -1$, wyliczamy b .

$$3 = \frac{-b}{2 \cdot (-1)}$$

$$3 = \frac{-b}{-2}$$

$$3 = \frac{b}{2} \quad | \cdot 2$$

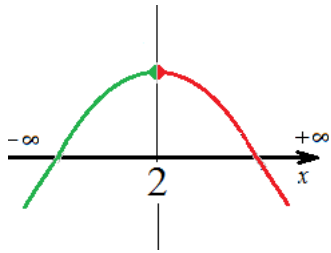
$$b = 6.$$

Odp. B

9.32.



Na podstawie podanych przedziałów, w których funkcja jest rosnąca i malejąca, możemy wywnioskować że $p = 2$.



Wzór $f(x) = ax^2 + 24x - 8$ kojarzymy z postacią ogólną $y = ax^2 + bx + c$, więc $b = 24$ oraz $c = -8$.

Ponadto – widać na wykresie – parabola musi mieć ramiona skierowane w dół, więc $a < 0$.

Odrzucamy więc odpowiedzi A i C (bo tam mamy dodatnie a).

Do wzoru $p = \frac{-b}{2a}$ wstawiamy $p = 2$ oraz $b = 24$, wyliczamy a .

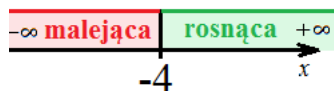
$$2 = \frac{-24}{2a} \quad | \cdot 2a$$

$$4a = -24 \quad | : 4$$

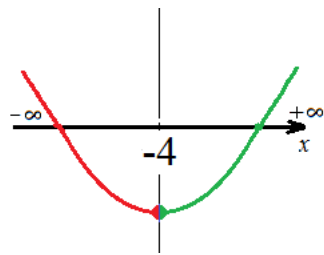
$$a = -6.$$

Odp. **B**

9.33.



Na podstawie podanych przedziałów, w których funkcja jest rosnąca i malejąca, możemy wywnioskować że $p = -4$.



Wzór $f(x) = 3x^2 + bx - 9$ kojarzymy z postacią ogólną $y = ax^2 + bx + c$, więc $a = 3$ oraz $c = -9$.

Do wzoru $p = \frac{-b}{2a}$ wstawiamy $p = -4$ oraz $a = 3$, wyliczamy b .

$$-4 = \frac{-b}{2 \cdot 3}$$

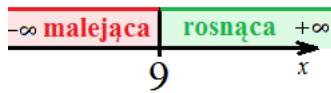
$$-4 = \frac{-b}{6} \quad | \cdot 6$$

$$-24 = -b$$

$$b = 24.$$

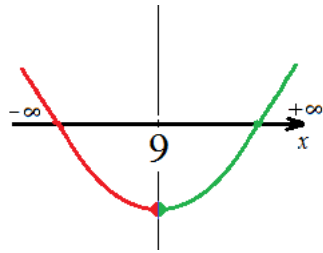
Odp. D

9.34.



Jeśli w maksymalnym przedziale $(-\infty, 9)$ funkcja f jest **malejąca**,
to w przedziale $(9, +\infty)$ funkcja musi być **rosnąca**.

Możemy wywnioskować, że $p = 9$.



Wzór $f(x) = x^2 + bx + 1$, czyli $f(x) = 1x^2 + bx + 1$,
kojarzymy z **postacią ogólną**
 $y = ax^2 + bx + c$, więc $a = 1$ oraz $c = 1$.

Do wzoru $p = \frac{-b}{2a}$ wstawiamy $p = 9$ oraz $a = 1$, wyliczamy b .

$$9 = \frac{-b}{2 \cdot 1}$$

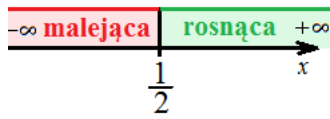
$$9 = \frac{-b}{2} \quad | \cdot 2$$

$$18 = -b$$

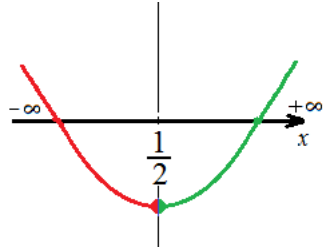
$$\mathbf{b = -18.}$$

Odp. C

9.35.



Na podstawie podanych przedziałów, w których funkcja jest rosnąca i malejąca, możemy wywnioskować że $p = \frac{1}{2}$.



Wzór $f(x) = 6x^2 + (m-2)x + 2$
kojarzymy z **postacią ogólną** $y = ax^2 + bx + c$,
więc $a = 6$, $b = m - 2$, $c = 2$ oraz $-b = -m + 2$

Do wzoru $p = \frac{-b}{2a}$ wstawiamy $p = \frac{1}{2}$, także $-b = -m + 2$ oraz $a = 6$, wyliczamy m .

$$\frac{1}{2} = \frac{-m + 2}{2 \cdot 6}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{-m + 2}{12}$$

mnożymy równanie „na krzyż”:

$$1 \cdot 12 = 2(-m + 2)$$

$$12 = -2m + 4$$

$$2m = 4 - 12$$

$$2m = -8 \quad |:2$$

$$m = -4.$$

Odp. **B**

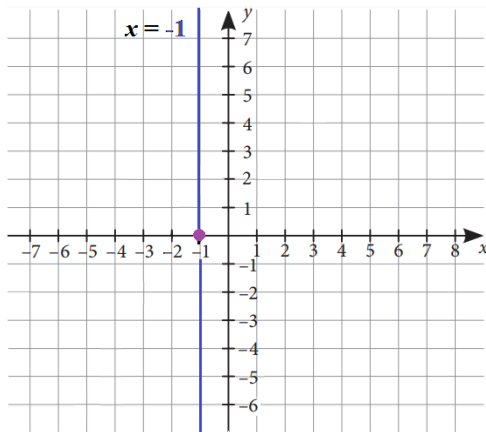
9.36.

Kojarząc wzór $g(x) = 5x^2 + 10x - 15$
z postacią ogólną, tzn. $y = ax^2 + bx + c$,
otrzymujemy
 $a = 5$, $b = 10$, $c = -15$ oraz $-b = -10$

oś symetrii wykresu funkcji
 $f(x) = ax^2 + bx + c$
ma równanie $x = p$

Obliczamy wartość p ze wzoru $p = \frac{-b}{2a}$. Zatem

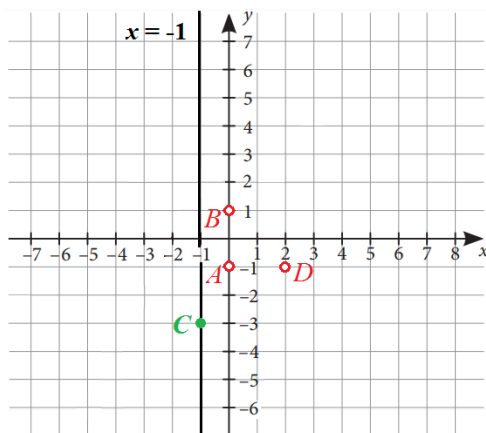
$$p = \frac{-10}{2 \cdot 5} = -1.$$



Oś symetrii wykresu funkcji g ma równanie $x = -1$.

Rysowanie prostej o równaniu $x = -1$ w układzie współrzędnych polega na:

- 1) zaznaczeniu liczby -1 na osi x
- 2) narysowaniu prostej pionowej przechodzącej przez liczbę -1 na osi x .



Widać, że (spośród podanych w odpowiedziach punktów) tylko punkt $C = (-1, -3)$ należy do prostej opisanej równaniem $x = -1$.

Odp. C

9.37.

Kojarząc wzór $y = x^2 + 2x + 3$, czyli

$$y = 1x^2 + 2x + 3$$

z postacią ogólną, tzn. $y = ax^2 + bx + c$,
otrzymujemy

$$a = 1, b = 2, c = 3 \text{ oraz } -b = -2$$

oś symetrii wykresu funkcji
 $f(x) = ax^2 + bx + c$
ma równanie $x = p$

Obliczamy wartość p ze wzoru $p = \frac{-b}{2a}$. Zatem $p = \frac{-2}{2 \cdot 1} = -1$.

Oś symetrii ma równanie $x = -1$.

Odp. **B**

9.38.

Kojarząc wzór $y = x^2 + 7,5x$, czyli

$$y = 1x^2 + 7,5x + 0$$

z postacią ogólną, tzn. $y = ax^2 + bx + c$,
otrzymujemy

$$a = 1, b = 7,5, c = 0 \text{ oraz } -b = -7,5$$

oś symetrii wykresu funkcji
 $f(x) = ax^2 + bx + c$
ma równanie $x = p$

Obliczamy wartość p ze wzoru $p = \frac{-b}{2a}$. Zatem $p = \frac{-7,5}{2 \cdot 1} = \frac{-7,5}{2} = -3,75$.

Oś symetrii ma równanie $x = -3,75$.

Ponieważ liczba $-\frac{15}{4} = -3,75$, to równanie osi symetrii można przedstawić jako $x = -\frac{15}{4}$.

Odp. A

9.39.

Kojarząc wzór $y = 9 - x^2$, czyli $y = -1x^2 + 0x + 9$, z postacią ogólną, tzn. $y = ax^2 + bx + c$, otrzymujemy

$a = -1$, $b = 0$, $c = 9$.

Obliczamy wartość p ze wzoru $p = \frac{-b}{2a}$.

Zatem $p = \frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0$.

Oś symetrii ma równanie $x = 0$.

Odp. A

oś symetrii wykresu funkcji
 $f(x) = ax^2 + bx + c$
ma równanie $x = p$

9.40.

Kojarząc wzór $y = -3x^2 + 18x + 29$
z postacią ogólną, tzn. $y = ax^2 + bx + c$,
otrzymujemy

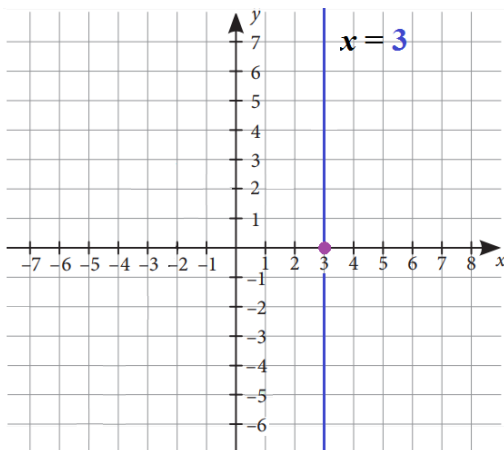
$a = -3$, $b = 18$, $c = 29$ oraz $-b = -18$

oś symetrii wykresu funkcji
 $f(x) = ax^2 + bx + c$
ma równanie $x = p$

Obliczamy wartość p ze wzoru $p = \frac{-b}{2a}$. Zatem

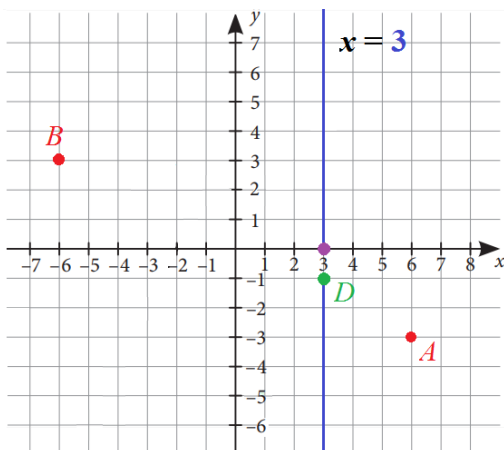
$$p = \frac{-18}{2 \cdot (-3)} = \frac{-18}{-6} = 3.$$

Oś symetrii wykresu funkcji g ma równanie $x = 3$.



Rysowanie prostej o równaniu $x = 3$ w układzie współrzędnych polega na:

- 1) zaznaczeniu liczby 3 na osi x
- 2) narysowaniu prostej pionowej przechodzącej przez liczbę 3 na osi x .



Widać, że (spośród podanych w odpowiedziach punktów) tylko punkt $D = (3, -1)$ należy do prostej opisanej równaniem $x = 3$.

Odp. **D**

9.41.

Z równania $2x+8=0$ wyliczamy x :

$$2x+8=0$$

$$2x=-8 \quad |:2$$

$$x=-4$$

stąd wiadomo, że musi być $p=-4$.

Proponowane wzory funkcji kwadratowych są w **postaciach kanonicznych**.

Aby wyznaczyć p z postaci kanonicznej, należy zawartość nawiasu przyrównać do zera.

Obliczony w ten sposób x jest równy wartości p .

oś symetrii wykresu
funkcji kwadratowej
ma równanie $x = p$

A. $y = 3(x+4)^2 - 2$

$$x+4=0$$

$$x=-4, \text{ zatem } p=-4.$$

Odp. A

9.42.

Z treści zadania wynika, że musi być $p = -8$.

Proponowane wzory funkcji kwadratowych są w **postaciach kanonicznych**.

Aby wyznaczyć p z postaci kanonicznej, należy zawartość nawiasu przyrównać do zera. Obliczony w ten sposób x jest równy wartości p .

oś symetrii wykresu
funkcji kwadratowej
ma równanie $x = p$

A. $y = -(x - 8)^2 + 8$

$$x - 8 = 0$$

$$x = 8, \text{ zatem } p = 8$$

B. $y = (x - 8)^2 + 8$

$$x - 8 = 0$$

$$x = 8, \text{ zatem } p = 8$$

C. $y = -(x + 8)^2 - 8$

$$x + 8 = 0$$

$$x = -8, \text{ zatem } p = -8.$$

Odp. C

9.43.

Z treści zadania wynika, że $p = 2$.

Proponowane wzory funkcji kwadratowych są w **postaciach kanonicznych**.

Aby wyznaczyć p z postaci kanonicznej, należy zawartość nawiasu przyrównać do zera. Obliczony w ten sposób x jest równy wartości p .

oś symetrii wykresu
funkcji kwadratowej
ma równanie $x = p$

Wybieramy ten ze wzorów funkcji, w którym wartość p **nie jest** równa 2 , tzn. $p \neq 2$.

W przypadku odp. C tak właśnie jest:

$$y = 2(x + 2)^2 - 2$$

$$x + 2 = 0$$

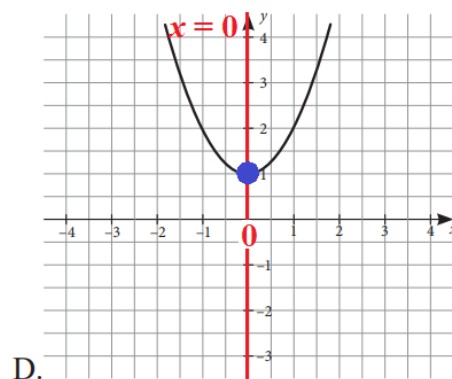
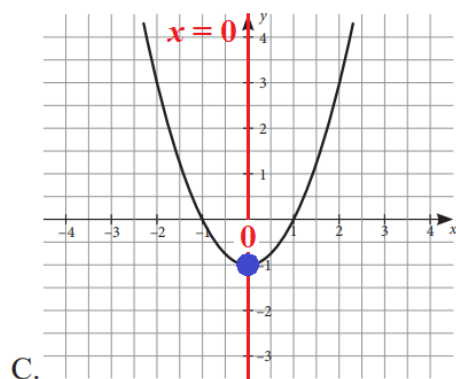
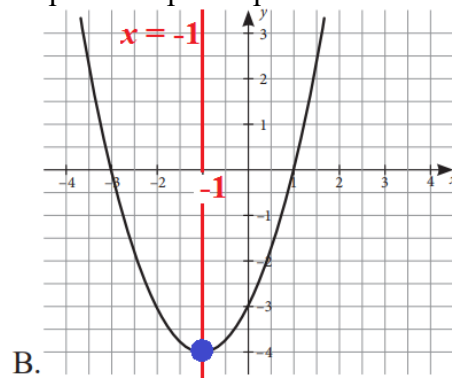
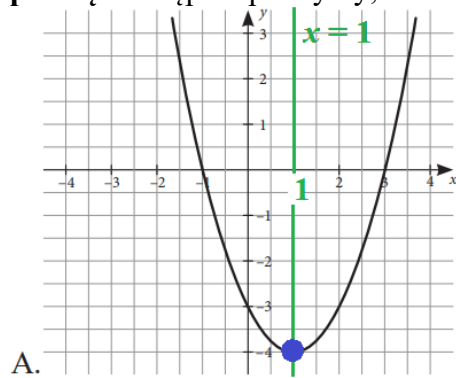
$$x = -2$$

$$p = -2 \neq 2$$

Odp. C

9.44.

Na obrazkach zaznaczamy wierzchołki parabol. Przez każdy z nich rysujemy pionową prostą. Następnie patrzymy, w którym miejscu ta pionowa prosta przecina oś x .



Tylko na rysunku A, prosta przechodzi przez 1-kę na osi x , więc równanie tej prostej to $x = 1$.

Odp. A

9.45.

Równanie $x = 0,5$ to inaczej $x = \frac{1}{2}$. Zatem $p = \frac{1}{2}$.

Wszystkie wzory funkcji w odpowiedziach są w postaciach **kanonicznych**.

Wyznaczenie p z postaci kanonicznej polega na przyrównaniu **zawartości nawiasu** do zera.

$$\text{A. } y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

$$x - \frac{1}{2} = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad p = \frac{1}{2}$$

Odp. **A**

oś symetrii wykresu
funkcji kwadratowej
ma równanie $x = p$

9.46.

Należy obliczyć wartość p .

Skorzystamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$, gdzie x_1, x_2 to miejsca zerowe.

Wyznaczamy **miejsca zerowe**:

$$x - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = \mathbf{3}$$

$$x + 15 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = \mathbf{-15}$$

Obliczamy p , zatem $p = \frac{3 + (-15)}{2} = \frac{3 - 15}{2} = \frac{-12}{2} = \mathbf{-6}$.

Równanie **osi symetrii** paraboli ma równanie $x = \mathbf{-6}$.

Odp. **D**

oś symetrii wykresu
funkcji kwadratowej
ma równanie $x = p$

9.47.

Należy obliczyć wartość p .

Skorzystamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$, gdzie x_1, x_2 to miejsca zerowe.

Wyznaczamy **miejsca zerowe**:

$$x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 2$$

$$x - 4 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = 4$$

Obliczamy p , zatem $p = \frac{2+4}{2} = 3$.

Równanie **osi symetrii** paraboli ma równanie $x = 3$.

Odp. A

oś symetrii wykresu
funkcji kwadratowej
ma równanie $x = p$

9.48.

Należy obliczyć wartość p .

Skorzystamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$, gdzie x_1, x_2 to miejsca zerowe.

Wyznaczamy **miejsca zerowe**:

$$x + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = -1$$

$$x - 9 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = 9$$

Obliczamy p , zatem $p = \frac{-1 + 9}{2} = \frac{8}{2} = 4$.

Równanie **osi symetrii** paraboli ma równanie $x = 4$.

Odp. C

oś symetrii wykresu
funkcji kwadratowej
ma równanie $x = p$

9.49.

Należy obliczyć wartość p .

Skorzystamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$, gdzie x_1, x_2 to miejsca zerowe.

Wyznaczamy **miejsca zerowe**:

$$x - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 1$$

$$x + 5 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = -5$$

Obliczamy p , zatem $p = \frac{1 + (-5)}{2} = \frac{1 - 5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$.

Równanie **osi symetrii** paraboli ma równanie $x = -2$.

Odp. **B**

oś symetrii wykresu
funkcji kwadratowej
ma równanie $x = p$

9.50.

Należy obliczyć wartość p . Skorzystamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$, gdzie x_1, x_2 to miejsca zerowe.

Wyznaczamy **miejsca zerowe**:

$$x + 5 = 0 \quad \rightarrow \quad x = -5$$

$$x + 7 = 0 \quad \rightarrow \quad x = -7$$

Obliczamy p , zatem $p = \frac{-5 + (-7)}{2} = \frac{-5 - 7}{2} = \frac{-12}{2} = -6$.

Równanie **osi symetrii** paraboli ma równanie $x = -6$.

Odp. **D**



9.51.

Wzór $g(x) = 8(x - 3)^2 + 301$ kojarzymy z postacią kanoniczną funkcji kwadratowej $y = a(x - p)^2 + q$.

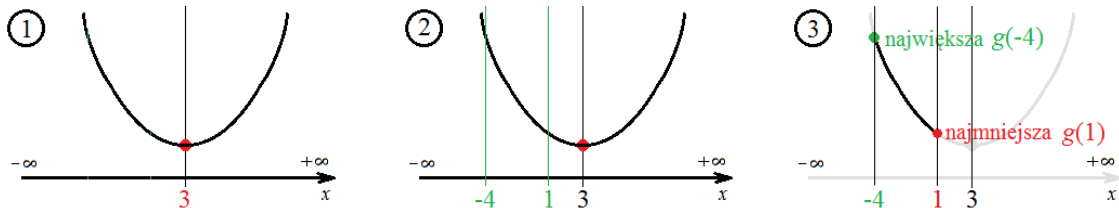
Odczytujemy, że $a = 8$ (dodatnie $a > 0$ powoduje że ramiona paraboli skierowane są w górę).

Obliczamy p , przyrównując zawartość nawiasu do zera:

$$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow p = 3.$$

$y = a(x - p)^2 + q$	
$a > 0$	
$a < 0$	

Rysujemy wykres (rys. 1), zaznaczamy na osi x krańce przedziału (rys. 2) oraz ograniczamy się do fragmentu wykresu funkcji dla $x \in \langle -4; 1 \rangle$ (tak jak na rys. 3).



Z rys. 3 wynika, że w przedziale $\langle -4; 1 \rangle$ dla $x = -4$ funkcja g przyjmuje **największą** wartość.

$$\text{Zatem } g(-4) = 301 + 8(-4 - 3)^2 = 301 + 8 \cdot (-7)^2 = 301 + 8 \cdot 49 = 301 + 392 = 693.$$



Odp. C

9.52.

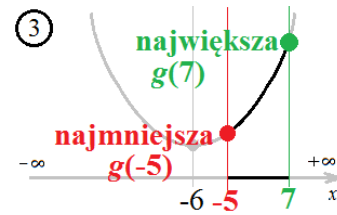
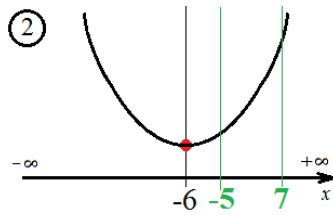
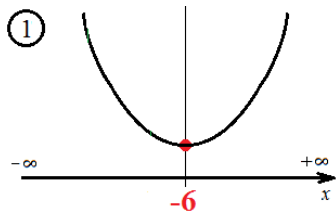
Wzór $g(x) = (x + 6)^2 + 7$, czyli $g(x) = 1(x + 6)^2 + 7$, kojarzymy z **postacią kanoniczną** funkcji kwadratowej $y = a(x - p)^2 + q$. Odczytujemy, że $a = 1$ (dodatnie $a > 0$ powoduje że **ramiona paraboli** skierowane są w **górze**).

Obliczamy p , przyrównując **zawartość nawiasu do zera**:

$$x + 6 = 0 \rightarrow x = -6 \rightarrow p = -6.$$

$y = a(x - p)^2 + q$	
$a > 0$	
$a < 0$	

Rysujemy wykres (rys. 1), zaznaczamy na osi x **krańce przedziału** (rys. 2) oraz ograniczamy się do fragmentu wykresu funkcji dla $x \in \langle -5; 7 \rangle$ (tak jak na rys. 3).



Z rys. 3 wynika, że w przedziale $\langle -5; 7 \rangle$ dla $x = -5$ funkcja g ma **najmniejszą** wartość.

$$\text{Zatem } g(-5) = \underbrace{(-5 + 6)}_1^2 + 7 = 1^2 + 7 = 8.$$

Odp. C



9.53.

Wzór $g(x) = -\frac{3}{4}(x+2)^2 + 1$ kojarzymy z postacią kanoniczną funkcji kwadratowej $y = a(x-p)^2 + q$.

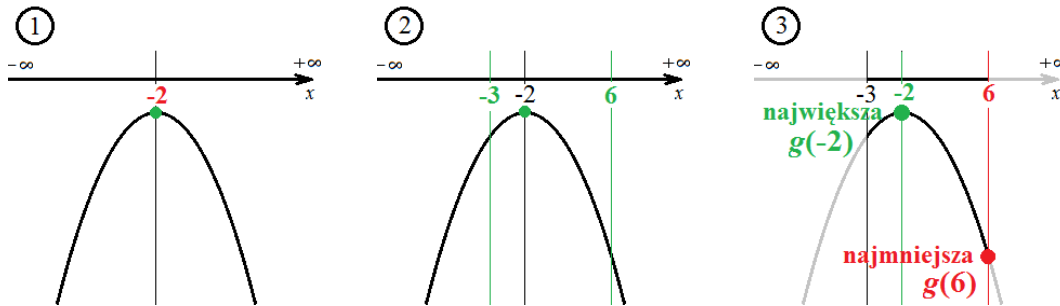
Odczytujemy, że $a = -\frac{3}{4}$ (ujemne $a < 0$ powoduje że ramiona paraboli skierowane są w dół).

Obliczamy p , przyrównując zawartość nawiasu do zera:

$$x+2=0 \rightarrow x=-2 \rightarrow p=-2.$$

$y = a(x-p)^2 + q$	
$a > 0$	
$a < 0$	

Rysujemy wykres (rys. 1), zaznaczamy na osi x krańce przedziału (rys. 2) oraz ograniczamy się do fragmentu wykresu funkcji dla $x \in \langle -3; 6 \rangle$ (tak jak na rys. 3).


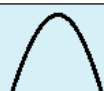


Z rys. 3 wynika, że w przedziale $\langle -3; 6 \rangle$ dla $x = -2$ funkcja g ma największą wartość.

$$\text{Zatem } g(-2) = -\frac{3}{4} \underbrace{(-2+2)^2}_0 + 1 = -\frac{3}{4} \cdot 0^2 + 1 = 1.$$

Odp. B

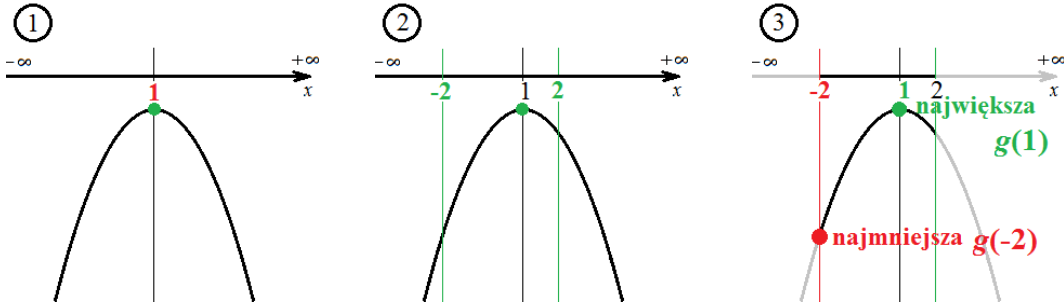
9.54.

$y = a(x-p)^2 + q$	
$a > 0$	
$a < 0$	

Wzór $g(x) = -5(x - 1)^2 + 15$ kojarzymy z **postacią kanoniczną** funkcji kwadratowej $y = a(x - p)^2 + q$.

Odczytujemy, że $a = -5$ (ujemne $a < 0$ powoduje że **ramiona paraboli** skierowane są w **dół**).
Obliczamy p , przyrównując **zawartość nawiasu do zera**: $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow p = 1$.

Rysujemy wykres (rys. 1), zaznaczamy na osi x **krańce przedziału** (rys. 2) oraz ograniczamy się do fragmentu wykresu funkcji dla $x \in \langle -2; 2 \rangle$ (tak jak na rys. 3).



Z rys. 3 wynika, że w przedziale $\langle -2; 2 \rangle$ dla $x = -2$ funkcja g ma **najmniejszą** wartość.

Zatem $g(-2) = -5 \underbrace{(-2 - 1)^2}_{(-3)} + 15 = -5 \cdot (-3)^2 + 15 = -5 \cdot 9 + 15 = -45 + 15 = -30$.

Odp. A

9.55.

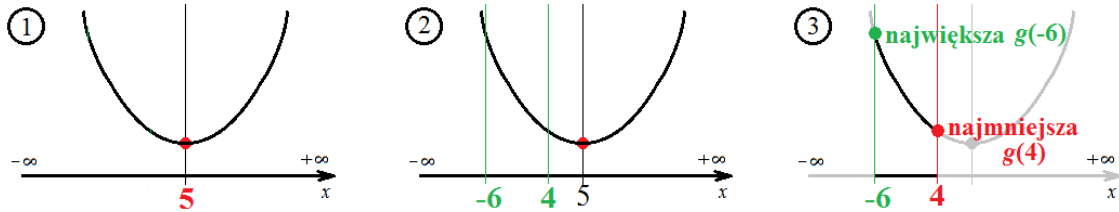
Wzór $g(x) = 2(x - 5)^2 + 3$ kojarzymy z **postacią kanoniczną** funkcji kwadratowej $y = a(x - p)^2 + q$.

$y = a(x - p)^2 + q$	
$a > 0$	
$a < 0$	

Odczytujemy, że $a = 2$ (dodatnie $a > 0$ powoduje że **ramiona paraboli** skierowane są w **górze**).

Obliczamy p , przyrównując **zawartość nawiasu do zera**: $x - 5 = 0 \rightarrow x = 5 \rightarrow p = 5$.

Rysujemy wykres (rys. 1), zaznaczamy na osi x **krańce przedziału** (rys. 2) oraz ograniczamy się do fragmentu wykresu funkcji dla $x \in \langle -6; 4 \rangle$ (tak jak na rys. 3).



Z rys. 3 wynika, że w przedziale $\langle -6; 4 \rangle$ dla $x = -6$ funkcja g ma **największą** wartość. Zatem

$$g(-6) = 2 \underbrace{(-6 - 5)}_{(-11)}^2 + 3 = 2 \cdot (-11)^2 + 3 = 2 \cdot 121 + 3 = 245.$$

Odp. C

9.56.

Wzór $g(x) = 2x^2 + 6$, czyli $g(x) = 2x^2 + 0x + 6$, kojarzymy z **postacią ogólną** funkcji kwadratowej $y = ax^2 + bx + c$.

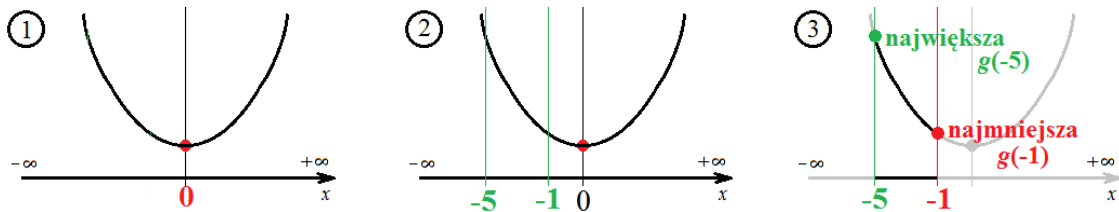
Odczytujemy, że $a = 2$ (dodatnie $a > 0$ powoduje że **ramiona paraboli** skierowane są

$y = ax^2 + bx + c$	
$a > 0$	
$a < 0$	

w górze), oraz $b = 0$, $c = 6$.

Obliczamy $p = \frac{-b}{2a}$. Zatem $p = \frac{-0}{2 \cdot 2} = 0$.

Uwzględniając $p = 0$ oraz $a > 0$, rysujemy wykres (rys. 1), zaznaczamy na osi x **krańce przedziału** (rys. 2) i ograniczamy się do fragmentu wykresu dla $x \in \langle -5; -1 \rangle$ (jak na rys. 3).



Z rys. 3 wynika, że $g(-1)$ jest **najmniejszą** wartością funkcji g w przedziale $\langle -5; -1 \rangle$.

Odp. C

9.57.

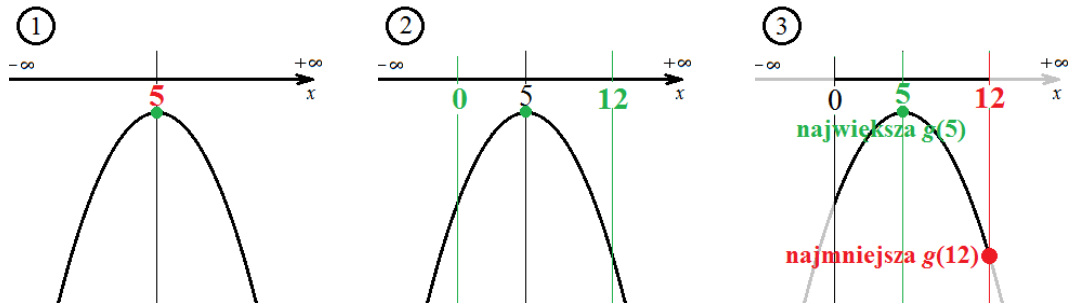
Wzór $g(x) = -x^2 + 10x$, czyli $g(x) = -1x^2 + 10x + 0$, kojarzymy z **postacią ogólną** funkcji kwadratowej $y = ax^2 + bx + c$.

Odczytujemy, że $a = -1$ (ujemne $a < 0$ powoduje że **ramiona paraboli skierowane są w dół**) oraz $b = 10$, $c = 0$.

$y = ax^2 + bx + c$	
$a > 0$	
$a < 0$	

Obliczamy $p = \frac{-b}{2a}$. Zatem $p = \frac{-10}{2 \cdot (-1)} = \frac{-10}{-2} = 5$.

Uwzględniając $p = 5$ oraz $a < 0$, rysujemy wykres (rys. 1), zaznaczamy na osi x **krańce przedziału** (rys. 2) i ograniczamy się do fragmentu wykresu dla $x \in \langle -5; -1 \rangle$ (jak na rys. 3).



Z rys. 3 wynika, że $g(12)$ jest **najmniejszą** wartością funkcji g w przedziale $\langle 0; 12 \rangle$.

Odp. **D**

9.58.

Wzór $g(x) = 4(x-1)(x+1)$ kojarzymy z **postacią iloczynową** funkcji kwadratowej $y = a(x-x_1)(x-x_2)$.

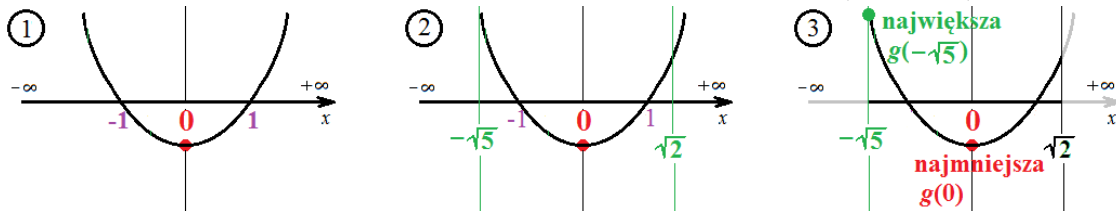
Odczytujemy, że $a = 4$ (dodatnie $a > 0$ powoduje że **ramiona paraboli** skierowane są w **górze**).

$y = a(x-x_1)(x-x_2)$	
$a > 0$	
$a < 0$	

Miejsca zerowe funkcji są równe: $x_1 = -1$, $x_2 = 1$.

Obliczamy $p = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0$.

Uwzględniając $p = 0$ oraz $a > 0$, rysujemy wykres (rys. 1), zaznaczamy na osi x **krańce przedziału** (rys. 2) i ograniczamy się do fragmentu wykresu dla $x \in \langle -\sqrt{5}; \sqrt{2} \rangle$ (jak na rys. 3).





Z rys. 3 wynika, że $g(-\sqrt{5})$ jest **największą** wartością funkcji g w przedziale $\langle -\sqrt{5}; \sqrt{2} \rangle$.

Odp. A

9.59.

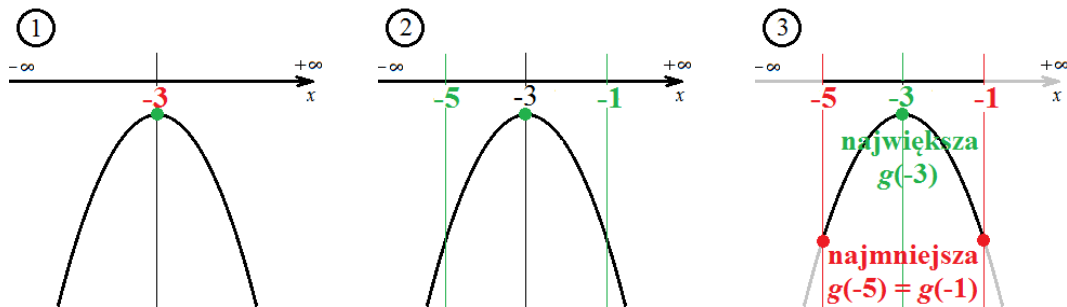
Wzór $g(x) = -2(x + 3)^2 + 4$ kojarzymy z **postacią kanoniczną** funkcji kwadratowej $y = a(x - p)^2 + q$.

Odczytujemy, że $a = -2$ (ujemne $a < 0$ powoduje że **ramiona paraboli skierowane są w dół**).

$y = a(x - p)^2 + q$
$a > 0$ 
$a < 0$ 

Obliczamy p , przyrównując **zawartość nawiasu do zera**: $x + 3 = 0 \rightarrow x = -3 \rightarrow p = -3$.

Rysujemy wykres (rys. 1), zaznaczamy na osi x **krańce przedziału** (rys. 2) oraz ograniczamy się do fragmentu wykresu funkcji dla $x \in \langle -5; -1 \rangle$ (tak jak na rys. 3).



Z rys. 3 wynika, że w przedziale $\langle -5; -1 \rangle$ dla $x = -5$ oraz dla $x = -1$ funkcja g ma **najmniejszą** wartość. Równość $g(-5) = g(-1)$ wynika z faktu, że liczby -5 oraz -1 są **jednakowo oddalone** od wierzchołka $p = -3$.

Odp. A

9.60.

Wzór $f(x) = -3(x + 1)^2 + 7$ kojarzymy z **postacią kanoniczną** funkcji kwadratowej $y = a(x - p)^2 + q$.

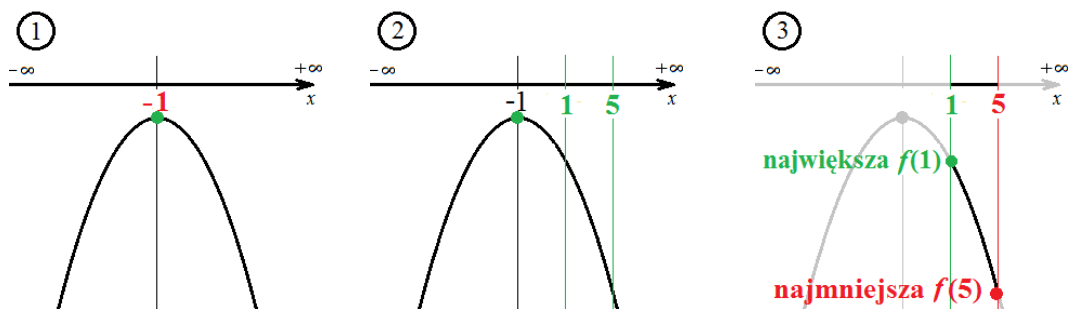
Odczytujemy, że $a = -3$ (ujemne $a < 0$ powoduje że **ramiona paraboli skierowane są w dół**).

Obliczamy p , przyrównując **zawartość nawiasu do zera**:

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow p = -1.$$

$y = a(x - p)^2 + q$	
$a > 0$	
$a < 0$	

Rysujemy wykres (rys. 1), zaznaczamy na osi x **krańce przedziału** (rys. 2) oraz ograniczamy się do fragmentu wykresu funkcji dla $x \in \langle 1; 5 \rangle$ (tak jak na rys. 3).

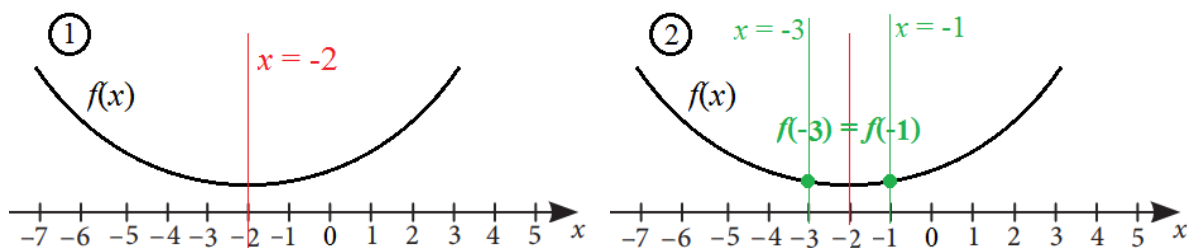


Z rys. 3 wynika, że w przedziale $\langle 1; 5 \rangle$ dla $x = 1$ funkcja f ma **największą** wartość.

Odp. **B**

9.61.

Z treści zadania wynika, że $p = -2$ (rys. 1). Zadanie polega na znalezieniu na osi x takich **dwóch liczb**, które są **jednakowo oddalone** od liczby -2 (muszą leżeć **po przeciwnych stronach** liczby -2).



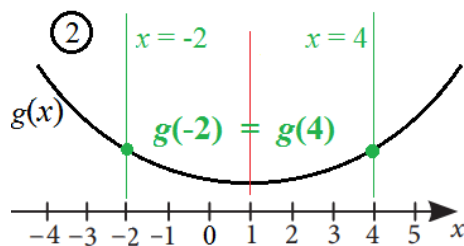
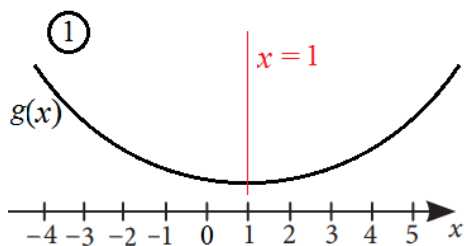
Takimi liczbami są -3 i -1 (rys. 2) które występują w odp. C.

Z powodu symetrii paraboli, funkcja f dla argumentów **jednakowo oddalonych** od $p = -2$ (np. dla -3 oraz -1) przyjmuje **taką samą wartość**, tzn. spełniona jest równość $f(-3) = f(-1)$. Przerzucając $f(-1)$ na lewą stronę równania $f(-3) = f(-1)$, otrzymujemy $f(-3) - f(-1) = 0$.

Odp. C

9.62.

Z treści zadania wynika, że $p = 1$ (rys. 1). Zadanie polega na znalezieniu na osi x takich **dwóch liczb**, które są **jednakowo oddalone** od liczby **1** (muszą leżeć **po przeciwnych stronach** liczby **1**).



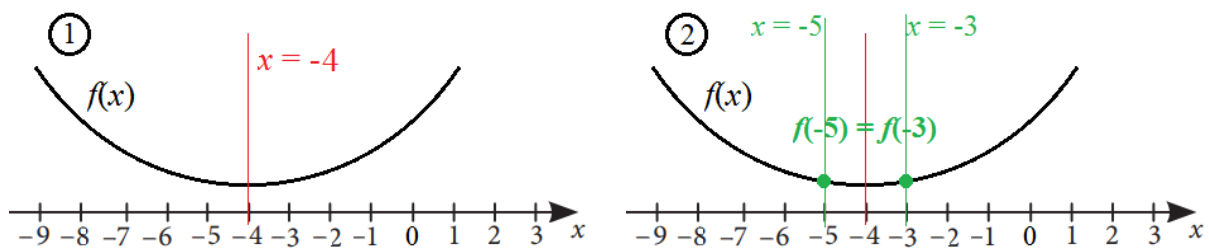
Takimi liczbami są np. -2 i 4 (rys. 2) które występują w odp. B.

Z powodu symetrii paraboli, funkcja g dla argumentów **jednakowo oddalonych** od $p = 1$ (np. dla -2 oraz 4) przyjmuje **taką samą wartość**, tzn. spełniona jest równość $g(-2) = g(4)$.

Odp. **B**

9.63.

Z treści zadania wynika, że $p = -4$ (rys. 1). Zadanie polega na znalezieniu na osi x takich **dwóch liczb**, które są **jednakowo oddalone** od liczby -4 (muszą leżeć **po przeciwnych stronach** liczby -4).



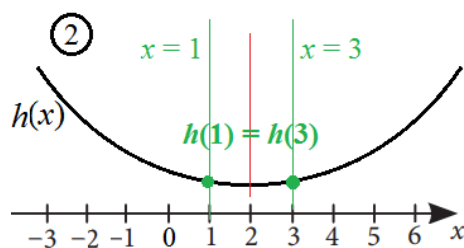
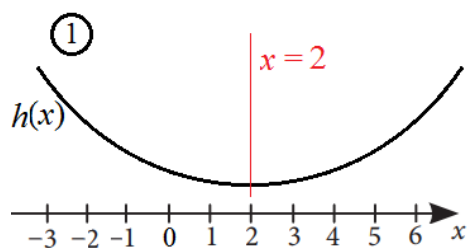
Takimi liczbami są np. -5 i -3 (rys. 2) które występują w odp. D.

Z powodu symetrii paraboli, funkcja f dla argumentów **jednakowo oddalonych** od $p = -4$ (np. dla -5 oraz -3) przyjmuje **taką samą wartość**, tzn. spełniona jest równość $f(-5) = f(-3)$.

Odp. **D**

9.64.

Z treści zadania wynika, że $p = 2$ (rys. 1). Zadanie polega na znalezieniu na osi x takich **dwóch liczb**, które są **jednakowo oddalone** od liczby **2** (muszą leżeć **po przeciwnych stronach** liczby **2**).



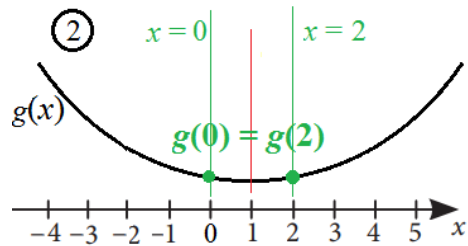
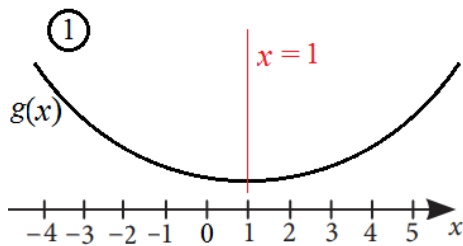
Takimi liczbami są np. **1** i **3** (rys. 2) które występują w odp. A.

Z powodu symetrii paraboli, funkcja h dla argumentów **jednakowo oddalonych** od $p=2$ (np. dla **1** oraz **3**) przyjmuje **taką samą wartość**, tzn. spełniona jest równość $h(1) = h(3)$.

Odp. A

9.65.

Z treści zadania wynika, że $p=1$ (rys. 1). Zadanie polega na znalezieniu na osi x takich **dwóch liczb**, które są **jednakowo oddalone** od liczby **1** (muszą leżeć **po przeciwnych stronach** liczby **1**).



Takimi liczbami są np. **2** i **0** (rys. 2) które występują w odp. C.

Z powodu symetrii paraboli, funkcja g dla argumentów **jednakowo oddalonych** od $p = 1$ (np. dla **2** oraz **0**) przyjmuje **taką samą wartość**, tzn. spełniona jest równość $g(2) = g(0)$.

Odp. C

9.66.

Obliczamy **miejsca zerowe** funkcji:

$$x - 5 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 5$$

$$x - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = 3$$

Ich średnia arytmetyczna to $\frac{5+3}{2} = 4$.

Odp. **D**

9.67.

Funkcję $g(x) = x^2 + 4x$, poprzez wyciągnięcie x przed nawias, można przedstawić jako $g(x) = x(x+4)$. Obliczamy miejsca zerowe tej funkcji:

$$x(x+4)=0$$

$$x=0 \quad \text{lub} \quad x+4=0$$

$$x_1 = \mathbf{0} \quad x_2 = \mathbf{-4}$$

Ich średnia arytmetyczna wynosi $\frac{0+(-4)}{2} = \frac{0-4}{2} = \mathbf{-2}$.

Odp. **B**

9.68.

Obliczamy **miejsca zerowe** funkcji:

$$x + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = -3$$

$$x - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = 1$$

Ich **średnia arytmetyczna** to $\frac{-3+1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$.

Odp. **B**

9.69.

Obliczamy miejsca zerowe tej funkcji:

$$x(x+1)=0$$

$$x=0 \quad \text{lub} \quad x+1=0$$

$$x_1 = \mathbf{0} \quad x_2 = \mathbf{-1}$$

Ich średnia arytmetyczna wynosi $\frac{0+(-1)}{2} = \frac{-1}{2} = \mathbf{-0,5}$.

Odp. **B**

Kojarzymy wzór $y = x^2 - 2x - 3$, czyli $y = 1x^2 - 2x - 3$, z postacią ogólną $y = ax^2 + bx + c$, zatem $a = 1$, $b = -2$, $c = -3$ oraz $-b = 2$.

Korzystamy ze wzoru $p = \frac{-b}{2a}$, zatem $p = \frac{2}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$.

Uwaga! Obliczone $p = 1$ jest jednocześnie **średnią arytmetyczną** miejsc zerowych x_1 i x_2 , bo inny wzór na p wygląda tak: $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$, a wyrażenie $\frac{x_1 + x_2}{2}$ to nic innego jak średnia arytmetyczna x_1 i x_2 .

Odp. **A**

Wyznaczamy **miejsca zerowe**, przyrównując **każdy z nawiasów do zera**:

$$x + 5a = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = -5a$$

$$x + 4 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = -4$$

Z warunku o średniej arytmetycznej wynika, że $\frac{x_1 + x_2}{2} = 3$.

Podstawiamy $x_1 = -5a$, $x_2 = -4$ do równania $\frac{x_1 + x_2}{2} = 3$, wyliczamy **a**.

$$\frac{-5a + (-4)}{2} = 3 \quad | \cdot 2$$

$$2 \cdot \frac{-5a - 4}{2} = 2 \cdot 3$$

$$-5a - 4 = 6$$

$$-5a = 6 + 4$$

$$-5a = 10 \quad | : (-5)$$

$$a = -2$$

Odp. **B**

Wyznaczamy **miejsca zerowe**, przyrównując **każdy z nawiasów do zera**:

$$x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 2$$

$$x - a = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = a$$

Z warunku o średniej arytmetycznej wynika, że $\frac{x_1 + x_2}{2} = 3$.

Podstawiamy $x_1 = 2$, $x_2 = a$ do równania $\frac{x_1 + x_2}{2} = 3$, potem wyliczamy a .

$$\frac{2 + a}{2} = 3 \quad | \cdot 2$$

$$2 + a = 6$$

$$a = 4$$

Odp. **A**

9.73.

Wyznaczamy **miejsca zerowe**, przyrównując **każdy z nawiasów do zera**:

$$x - a = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = a$$

$$x + 7a = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = -7a$$

Z warunku o średniej arytmetycznej wynika, że $\frac{x_1 + x_2}{2} = 2$.

Podstawiamy $x_1 = a$, $x_2 = -7a$ do równania $\frac{x_1 + x_2}{2} = 2$, potem wyliczamy a .

$$\frac{a + (-7a)}{2} = 2$$

$$\frac{-6a}{2} = 2 \quad | \cdot 2$$

$$-6a = 4 \quad | : (-6)$$

$$a = \frac{4}{-6} \quad \rightarrow \quad a = -\frac{2}{3}$$

Odp. **A**

9.74.

Wyznaczamy **miejsca zerowe**, przyrównując **każdy z nawiasów do zera**:

$$x + 5 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = -5$$

$$x + m = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = -m$$

Z warunku o średniej arytmetycznej wynika, że $\frac{x_1 + x_2}{2} = 8,5$.

Podstawiamy $x_1 = -5$, $x_2 = -m$ do równania $\frac{x_1 + x_2}{2} = 8,5$, potem wyliczamy m .

$$\frac{-5 + (-m)}{2} = 8,5$$

$$\frac{-5 - m}{2} = 8,5 \quad | \cdot 2$$

$$-5 - m = 17$$

$$-m = 17 + 5$$

$$-m = 22 \quad | : (-1)$$

$$m = -22$$

Odp. C

9.75.

Wyznaczamy **miejsca zerowe**, przyrównując **każdy z nawiasów do zera**:

$$x - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 1$$

$$x - m = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = m$$

Z warunku o średniej arytmetycznej wynika, że $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{1}{3}$, czyli $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1}{3}$.

Podstawiamy $x_1 = 1$, $x_2 = m$ do równania $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1}{3}$, potem wyliczamy m .

$$\frac{1 + m}{2} = \frac{-1}{3}$$

Mnożymy równanie „na krzyż”

$$(1 + m) \cdot 3 = 2 \cdot (-1)$$

$$3 + 3m = -2$$

$$3m = -2 - 3$$

$$3m = -5 \quad | :3$$

$$m = \frac{-5}{3} \quad \rightarrow \quad m = -1\frac{2}{3}$$

Odp. A

9.76.

Rozwiązanie I:

O funkcji $f(x) = x^2 - 4x - 1$ myślimy jak o funkcji $f(x) = 1x^2 - 4x - 1$, więc wypisujemy: $a = 1$, $b = -4$, $c = -1$. Do policzenia jest wartość q .

Korzystamy ze wzoru $q = \frac{-\Delta}{4a}$, wcześniej licząc Δ .

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 16 + 4 = 20. \text{ Zatem } q = \frac{-20}{4 \cdot 1} = -5.$$

Odp. **D**

Rozwiązanie II:

Wypisujemy wartości współczynników: $a = 1$, $b = -4$, $c = -1$ oraz $-b = 4$.

Szukaną wartość q liczymy ze wzoru $q = f(p)$. Potrzebujemy wartości p .

Obliczamy $p = \frac{-b}{2a}$, zatem $p = \frac{4}{2 \cdot 1} = 2$. Oznacza to, że $q = f(2)$.

Obliczamy $f(2)$, podstawiając do wzoru $f(x) = x^2 - 4x - 1$, wszędzie w miejsce x , liczbę 2 .

$$f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 - 1 = 4 - 8 - 1 = -5, \text{ czyli odp. } \mathbf{D} \text{ jest poprawna.}$$

9.77.

Rozwiązanie I:

Wypisujemy $a = 5$, $b = 10$, $c = 17$. Do policzenia jest wartość q .

Korzystamy ze wzoru $q = \frac{-\Delta}{4a}$, wcześniej licząc Δ .

$$\Delta = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 5 \cdot 17 = 100 - 340 = -240.$$

Jeśli $\Delta = -240$, to $-\Delta = 240$.

$$\text{Zatem } q = \frac{240}{4 \cdot 5} = \frac{240}{20} = 12.$$

Odp. C

Rozwiązanie II:

Wypisujemy wartości współczynników: $a = 5$, $b = 10$, $c = 17$ oraz $-b = -10$.

Szukaną wartość q liczymy ze wzoru $q = g(p)$. Potrzebujemy wartości p .

Obliczamy $p = \frac{-b}{2a}$, zatem $p = \frac{-10}{2 \cdot 5} = \frac{-10}{10} = -1$. Oznacza to, że $q = g(-1)$.

Obliczamy $g(-1)$, wstawiając do wzoru $g(x) = 5x^2 + 10x + 17$ w miejsce x liczbę -1 .

$$g(-1) = 5 \cdot (-1)^2 + 10 \cdot (-1) + 17 = 5 \cdot 1 - 10 + 17 = 12, \text{ czyli odp. C jest poprawna.}$$

9.78.

Rozwiązanie I:

Wypisujemy $a = 1$, $b = 6$, $c = 9$. Do policzenia jest wartość q .

Korzystamy ze wzoru $q = \frac{-\Delta}{4a}$, wcześniej licząc Δ .

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0. \text{ Zatem } q = \frac{-0}{4 \cdot 1} = 0.$$

Odp. A

Rozwiązanie II:

Szukane q obliczymy ze wzoru $q = f(p)$. Z treści zadania mamy $p = -3$, więc $q = f(-3)$.

$f(-3)$ obliczymy, wstawiając do wzoru $y = x^2 + 6x + 9$ wszędzie w miejsce x liczbę -3 .

$f(-3) = (-3)^2 + 6 \cdot (-3) + 9 = 9 - 18 + 9 = 0$, zatem $q = 0$. Odp. A jest poprawna.

9.79.

Rozwiązanie I:

Doprowadzamy wzór funkcji g do **postaci ogólnej**:

$$g(x) = (x+3)(x+5) = x^2 + 5x + 3x + 15 = x^2 + 8x + 15.$$

Zatem $a = 1$, $b = 8$, $c = 15$. Do policzenia jest wartość q . Korzystamy ze wzoru $q = \frac{-\Delta}{4a}$, wcześniej licząc Δ .

$$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 64 - 60 = 4. \text{ Zatem } q = \frac{-4}{4 \cdot 1} = -1.$$

Odp. A

Rozwiązanie II:

Wyznaczamy **miejsca zerowe** funkcji g , przyrównując **każdy z nawiasów do zera**:

$$x + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = -3$$

$$x + 5 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = -5$$

Korzystamy ze wzoru $q = g(p)$. Potrzebną wartość p obliczamy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

$$\text{Zatem } p = \frac{-3 + (-5)}{2} = \frac{-3 - 5}{2} = \frac{-8}{2} = -4, \text{ więc } q = g(-4).$$

$g(-4)$ obliczymy, podstawiając do wzoru $g(x) = (x+3)(x+5)$ wszędzie -4 w miejsce x .

$$g(-4) = \underbrace{(-4+3)}_{-1} \underbrace{(-4+5)}_1 = -1 \cdot 1 = -1, \text{ zatem odp. A jest poprawna.}$$

9.80.

Wzór $y = 3(x+2)^2 + 8$ kojarzymy z **postacią kanoniczną** $y = a(x-p)^2 + q$.

Stąd natychmiast mamy $a = 3$ oraz **szukane** $q = 8$.

Odp. **D**

9.81.

O funkcji $f(x) = 8 - 3x^2$ myślimy jak o funkcji

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q)$ Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in (q, +\infty)$
--

$$f(x) = -3x^2 + 0x + 8.$$

Ponieważ $a = -3$ (czyli $a < 0$), to mamy zbiór wartości typu $(-\infty, q)$. Odrzucamy odp. C i D.

Wyliczamy wartość q , np. ze wzoru $q = \frac{-\Delta}{4a}$, obliczając wcześniej Δ .

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 8 = 0 + 96 = 96, \text{ zatem } q = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-96}{4 \cdot (-3)} = \frac{-96}{-12} = 8.$$

$a < 0$ oraz $q = 8$ sprawiają, że zbiorem wartości jest $(-\infty, 8)$.

Odp. A

9.82.

Wypisujemy $a = -3$, $b = 6$, $c = -7$.

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q)$
Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in (q, +\infty)$

Ponieważ $a = -3$ (czyli $a < 0$), to mamy zbiór wartości typu $(-\infty, q)$. Odrzucamy odp. C i D.

Wyliczamy wartość q , np. ze wzoru $q = \frac{-\Delta}{4a}$, obliczając wcześniej Δ . Zatem

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-7) = 36 - 84 = -48.$$

Jeśli $\Delta = -48$, to $-\Delta = 48$, więc $q = \frac{48}{4 \cdot (-3)} = \frac{48}{-12} = -4$.

$a < 0$ oraz $q = -4$ sprawiają, że zbiorem wartości jest $(-\infty, -4)$.

Odp. B

9.83.

Wypisujemy $a = 8$, $b = -48$, $c = 0$.

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q)$
Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in (q, +\infty)$

Ponieważ $a = 8$ (czyli $a > 0$), to mamy zbiór wartości typu $\langle q, +\infty \rangle$. Odrzucamy odp. A i B.

Wyliczamy wartość q , np. ze wzoru $q = \frac{-\Delta}{4a}$, obliczając wcześniej Δ .

Zatem $\Delta = b^2 - 4ac = (-48)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 0 = 2304 - 0 = 2304$, więc $q = \frac{-2304}{4 \cdot 8} = \frac{-2304}{32} = -72$.

$a > 0$ oraz $q = -72$ sprawiają, że zbiorem wartości jest $\langle -72, +\infty \rangle$.

Odp. C

9.84.

Wypisujemy $a = 1$, $b = -4$, $c = 9$.

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q)$
Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in \langle q, +\infty \rangle$

Ponieważ $a = 1$ (czyli $a > 0$), to mamy zbiór wartości typu $\langle q, +\infty \rangle$. Odrzucamy odp. C i D.

Wyliczamy wartość q , np. ze wzoru $q = \frac{-\Delta}{4a}$, obliczając wcześniej Δ .

Zatem $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 16 - 36 = -20$.

Jeśli $\Delta = -20$, to $-\Delta = 20$. Zatem $q = \frac{20}{4 \cdot 1} = 5$.

$a > 0$ oraz $q = 5$ sprawiają, że zbiorem wartości jest $\langle 5, +\infty \rangle$.

Odp. B

9.85.

Zadanie polega na wyliczeniu wartości q . Wypisujemy współczynniki: $a = -1$, $b = -8$, $c = 2$.

Korzystamy ze wzoru $q = \frac{-\Delta}{4a}$, wcześniej wyliczając Δ .

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2 = 64 + 8 = 72, \text{ więc } q = \frac{-72}{4 \cdot (-1)} = \frac{-72}{-4} = 18.$$

Odp. A

9.86.

Wzór $g(x) = 2(x - 2)(x + 2)$ kojarzymy z **postacią iloczynową** $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, z której odczytujemy że $a = 2$ (czyli $a > 0$), co oznacza że

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q)$

Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in (q, +\infty)$

mamy zbiór wartości typu $\langle q, +\infty \rangle$. Odrzucamy odpowiedź **A**.

Miejscami zerowymi funkcji g są liczby: $x_1 = 2$, $x_2 = -2$.

Wartość q obliczymy ze wzoru $q = g(p)$.

Potrzebną wartość p obliczymy ze wzoru $p = \frac{x_1 + x_2}{2}$, zatem $p = \frac{2 + (-2)}{2} = \frac{2 - 2}{2} = 0$.

Wobec tego, $q = g(0)$.

$g(0)$ wyliczamy, wstawiając do wzoru $g(x) = 2(x - 2)(x + 2)$ wszędzie w miejsce x liczbę 0 .

$g(0) = 2 \cdot (0 - 2) \cdot (0 + 2) = 2 \cdot (-2) \cdot 2 = -8$.

$a > 0$ oraz $q = -8$ sprawiają, że zbiorem wartości funkcji jest $\langle -8, +\infty \rangle$.

Odp. **C**

9.87.

Wzór $g(x) = -\frac{1}{2}(x - 1)(x + 5)$ kojarzymy z **postacią**

iloczynową $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, z której

odczytujemy że $a = -\frac{1}{2}$ (czyli $a < 0$), co oznacza że

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q)$

Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in \langle q, +\infty \rangle$

mamy zbiór wartości typu $(-\infty, q)$. Odrzucamy odpowiedzi C i D.

Obliczamy miejsca zerowe funkcji g :

$$x - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 1$$

$$x + 5 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = -5$$

Wartość q obliczymy ze wzoru $q = g(p)$. Potrzebną do tego wartość p obliczymy ze wzoru

$$p = \frac{x_1 + x_2}{2}, \text{ zatem } p = \frac{1 + (-5)}{2} = \frac{1 - 5}{2} = \frac{-4}{2} = -2. \text{ Wobec tego, } q = g(-2).$$

$g(-2)$ wyliczamy, wstawiając do $g(x) = -\frac{1}{2}(x-1)(x+5)$ wszędzie w miejsce x liczbę -2 .

$$g(-2) = -\frac{1}{2} \underbrace{(-2-1)}_{(-3)} \underbrace{(-2+5)}_3 = -\frac{1}{2} \cdot (-3) \cdot 3 = \frac{9}{2}.$$

$a < 0$ oraz $q = \frac{9}{2}$ sprawiają, że zbiorem wartości funkcji jest $(-\infty, \frac{9}{2})$.

Odp. A

9.88.

Wzór $g(x) = 9(x-2)(x-4)$ kojarzymy z postacią iloczynową $y = a(x-x_1)(x-x_2)$, z której odczytujemy że $a = 9$ (czyli $a > 0$), co oznacza że mamy zbiór wartości typu $(q, +\infty)$. Odrzucamy

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q)$
Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in (q, +\infty)$

odpowiedzi **A i B**.

Obliczamy **miejsca zerowe** funkcji g :

$$x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 2$$

$$x - 4 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = 4$$

Wartość q obliczymy ze wzoru $q = g(p)$. Potrzebną do tego wartość p obliczymy ze wzoru

$$p = \frac{x_1 + x_2}{2}, \text{ zatem } p = \frac{2 + 4}{2} = \mathbf{3}. \text{ Wobec tego, } q = g(3).$$

$g(3)$ wyliczamy, wstawiając do $g(x) = 9(x - 2)(x - 4)$ wszędzie w miejsce x liczbę 3 .

$$g(3) = 9 \cdot \underbrace{(3 - 2)}_1 \cdot \underbrace{(3 - 4)}_{(-1)} = 9 \cdot 1 \cdot (-1) = \mathbf{-9}.$$

$a > 0$ oraz $q = -9$ sprawiają, że zbiorem wartości funkcji jest $\langle -9, +\infty \rangle$.

Odp. **D**

9.89.

Wzór $g(x) = -3(x + 4)(x - 6)$ kojarzymy z **postacią iloczynową** $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, z której odczytujemy że $a = -3$ (czyli $a < 0$), co oznacza że mamy zbiór wartości typu $(-\infty, q)$. Odrzucamy

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q)$
Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in (q, +\infty)$

odpowiedzi **A i B**.

Obliczamy **miejsca zerowe** funkcji g :

$$x + 4 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = -4$$

$$x - 6 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = 6$$

Wartość q obliczymy ze wzoru $q = g(p)$. Potrzebną do tego wartość p obliczymy ze wzoru

$$p = \frac{x_1 + x_2}{2}, \text{ zatem } p = \frac{-4 + 6}{2} = \frac{2}{2} = \mathbf{1}. \text{ Wobec tego, } q = g(1).$$

$g(1)$ wyliczamy, wstawiając do $g(x) = -3(x + 4)(x - 6)$ wszędzie w miejsce x liczbę 1 .

$$g(1) = -3 \cdot \underbrace{(1 + 4)}_5 \cdot \underbrace{(1 - 6)}_{(-5)} = -3 \cdot 5 \cdot (-5) = \mathbf{75}.$$

$a < 0$ oraz $q = 75$ sprawiają, że zbiorem wartości funkcji jest $(-\infty, 75)$.

Odp. **D**

9.90.

Przekształcamy wzór funkcji $f(x) = x(x - 6)$ do

postaci ogólnej: $f(x) = x(x - 6) = x^2 - 6x$,

zatem współczynniki $a = 1$, $b = -6$, $c = 0$.

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q)$

Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in (q, +\infty)$

Ponieważ $a = 1$ (czyli $a > 0$), to mamy zbiór wartości typu $\langle q, +\infty \rangle$. Odrzucamy odp. A i B.

Aby obliczyć q , korzystamy ze wzoru $q = \frac{-\Delta}{4a}$, wcześniej obliczając Δ .

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 36 - 0 = 36. \text{ Zatem } q = \frac{-36}{4 \cdot 1} = -9$$

$a > 0$ oraz $q = -9$ sprawiają, że zbiór wartości funkcji to $\langle -9, +\infty \rangle$.

Odp. C

9.91.

Funkcję g zapisujemy w postaci kanonicznej $g(x) = a(x - p)^2 + q$. Zatem $g(x) = -3(x - 1)^2 + 2$, co oznacza że $a = -3$ (czyli $a < 0$) oraz $q = 2$.

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q]$
Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in [q, +\infty)$

$a < 0$ oraz $q = 2$ sprawiają, że zbiór wartości funkcji to $(-\infty, 2)$.

Odp. **B**

9.92.

Zbiór wartości $\langle -7, +\infty \rangle$ jest typu $\langle q, +\infty \rangle$, co powoduje, że musi być $a > 0$ oraz $q = -7$.

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q)$
Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in \langle q, +\infty \rangle$

Funkcja $y = 4(x - 5)^2 - 7$, która jest w odp. C, spełnia oba te warunki, bo $a = 4 > 0$ oraz $q = -7$.

Odp. C

Funkcję $g(x) = (x + 4)^2 + 10$ widzimy w postaci kanonicznej $g(x) = a(x - p)^2 + q$, zatem $g(x) = 1(x - p)^2 + 10$ co oznacza, że $a = 1$ (czyli $a > 0$) oraz $q = 10$.

$a > 0$ oraz $q = 10$ sprawiają, że zbiór wartości funkcji to $\langle 10, +\infty \rangle$.

Odp. D

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q)$
Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in \langle q, +\infty \rangle$

Z warunku o zbiorze wartości wynika, że musi zachodzić $a < 0$ oraz $q = 2$.

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q)$
Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in (q, +\infty)$

$a < 0$, czyli ujemna wartość współczynnika a , ma – spośród funkcji przedstawionych w odpowiedziach – widoczna jest tylko w przypadku funkcji $y = -\frac{3}{4}(x+5)^2 + 2$, w której $a = -\frac{3}{4}$.

Odp. **D**

Funkcję zapisujemy w **postaci kanonicznej**
 $y = a(x - p)^2 + q$. Zatem $y = 2(x + 5)^2 - 3$, co
oznacza że $a = 2$ (czyli $a > 0$) oraz $q = -3$.
 $a > 0$ oraz $q = -3$ sprawiają, że zbiór wartości
funkcji to $\langle -3, +\infty \rangle$.

Jeśli $a < 0$, to zbiór wartości $y \in (-\infty, q]$
Jeśli $a > 0$, to zbiór wartości $y \in [q, +\infty)$



Zbiór $\langle -3, +\infty \rangle$ zawiera wszystkie liczby **nie mniejsze od -3**.

Odp. **B**

Rozwiązanie I:

$$g(-4\sqrt{3}) = (-4\sqrt{3} - 2)^2 = (4\sqrt{3} + 2)^2 = (4\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 2 + 2^2 = 16 \cdot 3 + 16\sqrt{3} + 4 = \\ = 48 + 16\sqrt{3} + 4 = \mathbf{52 + 16\sqrt{3}}$$

Odp. **D****Rozwiązanie II:**Wykorzystujemy kalkulator. Stosujemy przybliżenie $\sqrt{3} \approx 1,73$.Zatem: $-4\sqrt{3} \approx -4 \cdot 1,73 = -6,92$. Oznacza to, że trzeba policzyć $g(-6,92)$.

$$g(x) = (x - 2)^2$$

$$g(-6,92) = \underbrace{(-6,92 - 2)}_{(-8,92)}^2 = (-8,92)^2 \approx \mathbf{79,6}$$

Liczbę $(-8,92)^2$ można policzyć na kalkulatorze następująco:

-	8	,	9	2	×	=
---	---	---	---	---	---	---

Odrzucamy odpowiedź B. Zajmujemy się przybliżeniem liczb w odpowiedziach A, C i D.

$$A. -52 - 16\sqrt{3} \approx -52 - 16 \cdot 1,73 = -52 - 27,68 = -79,68$$

$$C. 52 - 16\sqrt{3} \approx 52 - 16 \cdot 1,73 = 52 - 27,68 = 24,32$$

$$D. 52 + 16\sqrt{3} \approx 52 + 16 \cdot 1,73 = 52 + 27,68 = \mathbf{79,68}.$$

Najbliżej wyniku **79,6** jest rezultat odpowiedzi **D**. Odpowiedź **D** jest poprawna.

Rozwiązanie I:

$$f(2\sqrt{2}) = (2\sqrt{2})^2 - 4 = 4 \cdot 2 - 4 = 8 - 4 = \mathbf{4}.$$

Odp. C

Rozwiązanie II:

Wykorzystujemy kalkulator. Przybliżamy $\sqrt{2} \approx 1,41$. Ponieważ $2\sqrt{2} \approx 2 \cdot 1,41 = 2,82$, zatem trzeba obliczyć $f(2,82)$.

$$f(x) = x^2 - 4$$

$$f(2,82) = 2,82^2 - 4 \approx 7,95 - 4 = \mathbf{3,95}$$

Odrzucamy odpowiedź B. Zajmujemy się przybliżeniem liczb w odpowiedziach A i D.

$$A. 24 - 16\sqrt{2} \approx 24 - 16 \cdot 1,41 = 24 - 22,56 = 1,44$$

$$D. 4\sqrt{2} - 4 \approx 4 \cdot 1,41 - 4 = 5,64 - 4 = 1,64$$

Okazuje się, że wynik odp. C, czyli **4**, jest najbliższy wynikowi **3,95**.

Odpowiedź C jest poprawna.

$$\begin{aligned}g(-3\sqrt{6}) &= (-3\sqrt{6} + 6)^2 = (6 - 3\sqrt{6})^2 = 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3\sqrt{6} + (3\sqrt{6})^2 = 36 - 36\sqrt{6} + 9 \cdot 6 = \\ &= 36 - 36\sqrt{6} + 54 = \mathbf{90 - 36\sqrt{6}}\end{aligned}$$

Odp. **B**

$$g(-6) = \underbrace{(-6-4)}_{(-10)}^2 = (-10)^2 = \mathbf{100}.$$

Ponieważ $\mathbf{100} > 32$, to spełniony jest warunek $\underbrace{g(-6)}_{\mathbf{100}} > 32$.

Odp. **D**

$$f(-2) = (-2)^2 + 3 = 4 + 3 = 7.$$

Odp. **D**

Wzór $f(x) = x^2 + x$, czyli $f(x) = 1x^2 + 1x + 0$
kojarzymy jako **postać ogólną** funkcji kwadratowej
 $f(x) = ax^2 + bx + c$. Zatem $a = 1$, $b = 1$, $c = 0$.

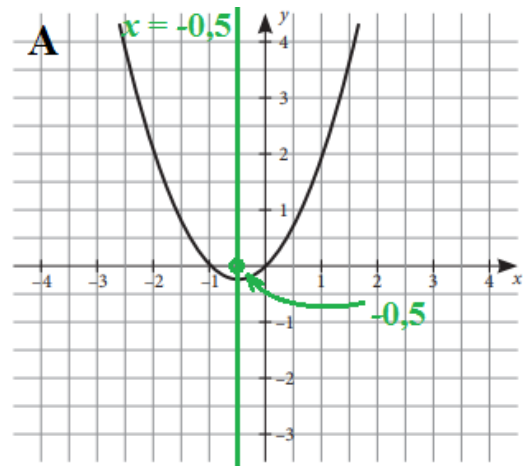
Obliczamy $p = \frac{-b}{2a}$, zatem $p = \frac{-1}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2}$.

Wartość $p = -\frac{1}{2}$, czyli $p = -0,5$ sprawia, że

osią symetrii paraboli musi być
prosta o równaniu $x = -0,5$.

Tak jest tylko w przypadku paraboli na rysunku A.

Odp. A



9.102.

Wyznaczamy miejsca zerowe funkcji $f(x) = x^2 - 4$.

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \quad \text{lub} \quad x = -2$$

Parabola przecina oś x w punktach **2** oraz **-2** tylko na rysunku w odpowiedzi C.

Odp. **C**

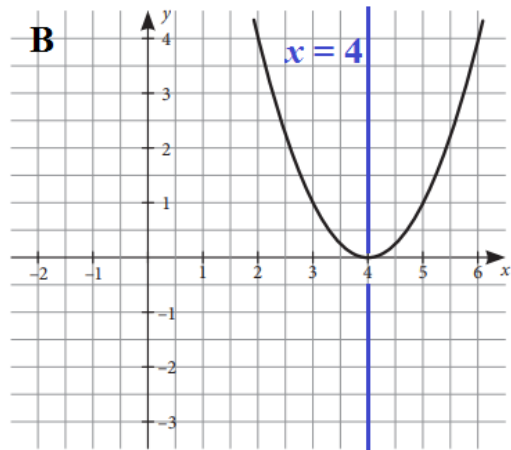
Wzór $y = (x - 4)^2$ kojarzymy z **postacią kanoniczną** funkcji kwadratowej $y = a(x - p)^2 + q$. Wyznaczamy **wartość p** , przyrównując nawias do zera:

$$x - 4 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 4 \quad \rightarrow \quad p = 4.$$

Obliczone $p = 4$ oznacza, że prosta o równaniu $x = 4$ jest osią symetrii paraboli.

Tak jest tylko na rysunku z odpowiedzi B.

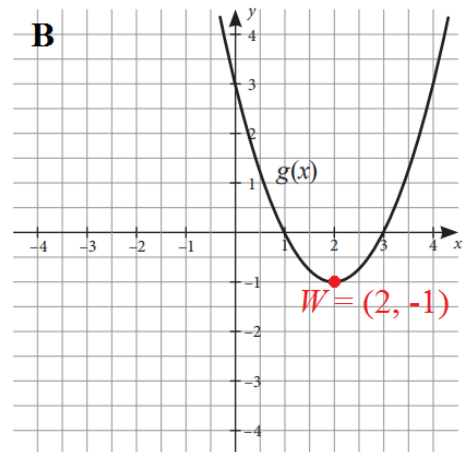
Odp. **B**



Z rysunku odczytujemy współrzędne wierzchołka paraboli, zatem $W = (2, -1)$.
Oznacza to, że $p = 2$, $q = -1$.

Wśród wzorów funkcji przedstawionych w odpowiedziach, jedynie dla funkcji $g(x) = (x - 2)^2 - 1$, która jest w odp. B, mamy $p = 2$ oraz $q = -1$.

Odp. **B**



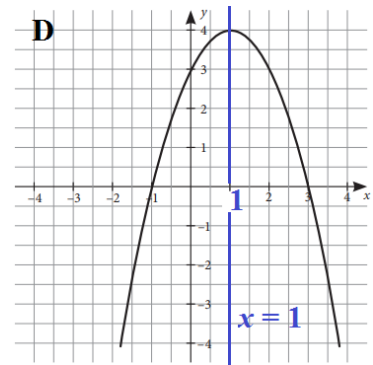
Wypisujemy współczynniki $a = -1$, $b = 2$, $c = 3$.

Wyliczamy $p = \frac{-b}{2a}$, zatem $p = \frac{-2}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$.

Oznacza to, że prosta o równaniu $x = 1$ jest osią symetrii wykresu funkcji $y = -x^2 + 2x + 3$.

Tak jest jedynie na rysunku z odpowiedzi D.

Odp. **D**



Wzór funkcji zapisujemy jako

$$y = (m-1)x^2 - 7x + 2.$$

Warunek $f(-4) = -2$

oznacza, że punkt o współrzędnych $(-4, -2)$ należy do wykresu funkcji.

Z tego względu, podstawiamy $x = -4$ oraz $y = -2$ do wzoru $y = (m-1)x^2 - 7x + 2$ i wyliczamy m .

$$-2 = (m-1) \cdot (-4)^2 - 7 \cdot (-4) + 2$$

$$-2 = (m-1) \cdot 16 + 28 + 2$$

$$-2 = 16m - 16 + 28 + 2$$

$$-16m = -16 + 28 + 2 + 2$$

$$-16m = 16 \quad | :(-16)$$

$$m = -1$$

Odp. A

Uwaga! Informację, że punkt $P = (4, -5)$ należy do wykresu funkcji f

można zapisać symbolicznie: $f(4) = -5$

lub słownie: funkcja f dla argumentu 4 przyjmuje wartość -5 .

9.107.

Wzór funkcji zapisujemy jako $y = x^2 - x + c$.

Z informacji o punkcie $(-3; -1)$ wynika, że do równania $y = x^2 - x + c$ można podstawić $x = -3$ oraz $y = -1$ i wyliczyć c .

$$-1 = (-3)^2 - (-3) + c$$

$$-1 = 9 + 3 + c$$

$$-c = 9 + 3 + 1$$

$$-c = 13 \quad | :(-1)$$

$$c = -13$$

Odp. A

9.108.

Wzór funkcji zapisujemy jako $y = -mx^2 + mx + 2$.
Warunek $g(9) = 1$ oznacza, że punkt $(9; 1)$ należy do wykresu funkcji.

Podstawiamy $x = 9$, $y = 1$ do równania $y = -mx^2 + mx + 2$ i wyliczamy m .

$$1 = -m \cdot 9^2 + m \cdot 9 + 2$$

$$1 = -81m + 9m + 2$$

$$81m - 9m = 2 - 1$$

$$72m = 1 \quad | :72$$

$$m = \frac{1}{72}$$

Odp. C

Uwaga! Informację, że punkt $P = (4, -5)$ należy do wykresu funkcji f można zapisać symbolicznie: $f(4) = -5$ lub słownie: funkcja f dla argumentu 4 przyjmuje wartość -5 .

Wzór funkcji zapisujemy jako

$$y = 8x^2 - (4p + 2)x + 1.$$

Informacja podana w zadaniu oznacza, że punkt

$\left(-\frac{1}{2}, 5\right)$, czyli $(-0,5; 5)$

leży na wykresie funkcji.

Podstawiamy $x = -0,5$ oraz $y = 5$ do równania $y = 8x^2 - (4p + 2)x + 1$ i wyliczamy p .

$$5 = 8 \cdot (-0,5)^2 - (4p + 2) \cdot (-0,5) + 1$$

$$5 = 8 \cdot 0,25 + (4p + 2) \cdot 0,5 + 1$$

$$5 = 2 + 2p + 1 + 1$$

$$5 = 4 + 2p$$

$$1 = 2p \quad | : 2$$

$$p = \frac{1}{2}$$

Odp. **B**

Uwaga! Informację, że punkt $P = (4, -5)$ należy do wykresu funkcji f można zapisać symbolicznie: $f(4) = -5$ lub słownie: funkcja f dla argumentu 4 przyjmuje wartość -5 .

9.110.

Z informacji o punkcie $(0, -1)$ wynika, że można podstawić $x = 0$ oraz $y = -1$ do równania $y = 2(x - m)(x - 2)$, a potem wyliczyć m .

$$-1 = 2(0 - m)(0 - 2)$$

$$-1 = 2 \cdot (-m) \cdot (-2)$$

$$-1 = 4m \quad |:4$$

$$m = -\frac{1}{4}$$

Odp. **A**